11. Aufgabenblatt zur Vorlesung

Grundlagen der theoretischen Informatik

SoSe 2014

Wolfgang Mulzer

Abgabe am 11. Juli 2014 bis 10 Uhr in die Tutorenfächer
Dies ist das *letzte* Aufgabenblatt.

Aufgabe 1 Der CYK-Algorithmus *10 Punkte*

Gegeben sei die folgende Grammatik über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

$$S \to AB \mid BC, A \to BA \mid a, B \to CC \mid b, C \to AB \mid a.$$

Wenden Sie den CYK-Algorithmus an auf die Wörter $w_1 = aaaaa$, $w_2 = aaaaaa$ und $w_3 = baaba$. Zeichnen Sie gegebenenfalls auch einen zugehörigen Syntaxbaum.

Aufgabe 2 Pumping-Lemma *10 Punkte*

Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen nicht kontextfrei sind.

(a) $\Sigma = \{0, 1\}$ und $L = \{w\overline{w} \mid w \in \Sigma^*\}$, wobei $\overline{w}$ aus w hervor geht, indem man jede 0 durch eine 1 und jede 1 durch eine 0 ersetzt.

(b) $\Sigma = \{0, 1\}$ und $L = \{0^n 1^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

(c) $\Sigma = \{a, b, c\}$ und $L = \{a^m b^n c^{mn} \mid m, n \in \mathbb{N}\}$.

Aufgabe 3 Chomsky Normalform *10 Punkte*

(a) Sei G eine kontextfreie Grammatik in Chomsky Normalform, und sei $w \in L(G)$ mit $n := |w| \geq 1$. Zeigen Sie, dass jede Ableitung von w genau $2n - 1$ Schritte besitzt.

Hinweis: Betrachten Sie den zugehörigen Syntaxbaum.

(b) Sei G eine kontextfreie Grammatik in Chomsky Normalform mit b Variablen. Zeigen Sie: Wenn ein Wort $w \in L(G)$ existiert, so dass eine Ableitung von w mindestens 2^b Schritte benötigt, so ist $L(G)$ unendlich.

Hinweis: Gehen Sie vor wie im Beweis des Pumping-Lemmas.

Aufgabe 4 Verständnisfragen *freiwillig, 10 Zusatzpunkte*

Welche der folgenden Aussagen treffen zu? Begründen Sie Ihre Antwort jeweils in einem Satz.

(a) Jede Sprache $L \subseteq \{0,1\}^*$ kann durch eine Grammatik erzeugt werden.

(b) Jede kontextfreie Sprache hat unendlich viele Wörter.

(c) Die Vereinigung zweier kontextfreier Sprachen ist wieder kontextfrei.

(d) Wenn eine Sprache kontextsensitiv ist, dann ist sie auch regulär.

(e) Die folgende Sprache kann durch eine Grammatik erzeugt werden:

$$\{\langle M \rangle \mid \text{Die Turingmaschine } M \text{ hält nach höchstens 16534 Schritten}\}.$$