9. Aufgabenblatt zur Vorlesung

Grundlagen der theoretischen Informatik — SoSe 2014

Wolfgang Mulzer

Abgabe am 20. Juni 2014 bis 10 Uhr in die Tutorenfächer

Aufgabe 1 Reduktionen — *10 Punkte*

(a) Sei $H_0 := \{\langle M \rangle \mid M \text{ hält bei Eingabe } \varepsilon\}$. Zeigen Sie: $H \leq H_0$.

(b) Seien X und R Sprachen, so dass R regulär ist und $X \leq R$ gilt. Muss X dann ebenfalls regulär sein? Begründen Sie Ihre Antwort.

(c) Sei D die Diagonalsprache und U die Universalsprache. Zeigen Sie, dass es keine Reduktion von D auf U geben kann.

Hinweis: Zeigen Sie, dass D sonst entscheidbar wäre.

Aufgabe 2 Grammatiken I — *10 Punkte*

Geben Sie kontextfreie Grammatiken für die folgenden Sprachen an. Begründen Sie jeweils die Korrektheit Ihrer Grammatik.

(a) Die Menge aller Palindrome über dem Alphabet $\{0, 1\}$.

(b) Die Sprache $\{0^n10^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$.

(c) Die Sprache $L = \{a^n b^m \mid n \neq m\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

(d) Die Menge aller Wörter, die doppelt so viele 1'en wie 0'en enthalten, über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$.

Aufgabe 3 Grammatiken II — *10 Punkte*

Zeigen Sie, dass die Grammatik G mit den Regeln $S \to aS \mid SS \mid aSbS \mid \varepsilon$ genau die Wörter über $\Sigma = \{a, b\}$ erzeugt, in denen jeder Präfix mindestens so viele a's wie b's enthält.

Aufgabe 4 Rekursiv aufzählbare Sprachen — *freiwillig, 10 Zusatzpunkte*

Beweisen Sie: Eine Sprache L ist genau dann rekursiv aufzählbar, wenn es eine Turingmaschine M gibt, die alle Wörter von L (in beliebiger Reihenfolge) durch Leerzeichen getrennt auf ein Ausgabeband ausgibt, auf das nur geschrieben werden kann.

Hinweis: Sie müssen alle Wörter $w \in \Sigma^*$ aufzählen und jeweils überprüfen, ob w in L enthalten ist. Wie können Sie dies bewerkstelligen, ohne dass ein Problem entsteht, wenn die Turingmaschine für L nicht anhält?