2. Aufgabenblatt zur Vorlesung

Grundlagen der theoretischen Informatik — SoSe 2014

Wolfgang Mulzer

Abgabe am 02. Mai 2014 bis 10 Uhr in die Tutorenfächer

Aufgabe 1 Reguläre Ausdrücke I — *10 Punkte*

(a) Geben Sie reguläre Ausdrücke für die folgenden Sprachen an. Erklären Sie Ihren Ausdruck in einem Satz, und geben Sie das zu Grunde liegende Alphabet an. Erklären Sie ggf. auch alle Annahmen, die Sie gemacht haben.

(i) Summen von positiven dezimalen Festkommazahlen. In der Sprache sollen also z.B. die Zeichenketten 3.14 oder auch $3 + 4.2 + 7 + 1$ vorkommen.

(ii) KFZ-Nummernschilder, bestehend aus ein bis drei Großbuchstaben gefolgt von einem Bindestrich, dann ein bis zwei Großbuchstaben und zum Schluss ein bis vier Ziffern. Die Länge der Nummernschilder insgesamt beträgt nicht mehr als acht Zeichen.

(iii) Die Menge aller Binärzahlen, die durch vier teilbar sind. Dabei sind keine überflüssigen führenden Nullen erlaubt.

(b) Beschreiben Sie in deutscher Sprache die durch die folgenden regulären Ausdrücke charakterisierten Mengen. Ihre Beschreibungen sollen die Form haben:

Die Menge aller Wörter über dem Alphabet $\{0, 1\}$ ....“

Dabei soll ... durch maximal acht Wörter ersetzt werden.

(i) $(0^*10^*10^*)^*$; und

(ii) $(00 \cup 11 \cup (01 \cup 10)(00 \cup 11)^*(01 \cup 10))^*$.

Aufgabe 2 Reguläre Ausdrücke II — *10 Punkte*

Zwei reguläre Ausdrücke α, β heißen *äquivalent*, geschrieben $\alpha \sim \beta$, genau dann, wenn sie die gleiche Sprache repräsentieren, also $L(\alpha) = L(\beta)$ ist. Zeigen Sie:

(a) $(\alpha \cup \beta)\gamma \sim \alpha\gamma \cup \beta\gamma$;

(b) $(\alpha^*)^* \sim \alpha^*$;

(c) $(\alpha \cup \beta)^* \sim (\alpha^*\beta^*)^*$;

(d) $\alpha\emptyset \sim \emptyset$; und

(e) $\alpha\emptyset^* \sim \alpha$.

Aufgabe 3 Reguläre Sprachen *10 Punkte*

Eine Sprache heißt *regulär*, falls sie sich durch einen regulären Ausdruck darstellen lässt.

(a) Zeigen Sie: jede endliche Sprache ist regulär.

(b) Sei Σ ein Alphabet und $w = \sigma_1\sigma_2 \dots \sigma_n$ ein Wort über Σ. Die *Umkehrung* von w, w^R, ist definiert als $w^R = \sigma_n\sigma_{n-1} \dots \sigma_1$. So ist zum Beispiel $\mathrm{haus}^R = \mathrm{suah}$, $\mathrm{blatt}^R = \mathrm{ttalb}$, $\mathrm{a}^R = \mathrm{a}$ und $\varepsilon^R = \varepsilon$. Die Umkehrung einer Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ ist definiert als $L^R = \{w^R \mid w \in L\}$.

Zeigen Sie: Ist L eine reguläre Sprache, so ist auch L^R regulär. Geben Sie dazu einen detaillierten Beweis, der strukturelle Induktion über den regulären Ausdruck für L verwendet.