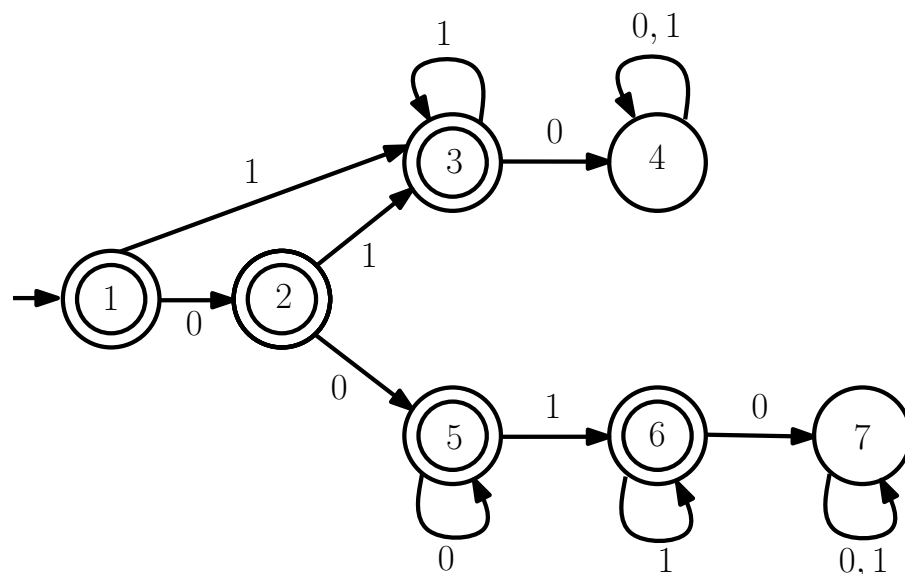


**Aufgabe 1** Minimalautomat

*2+6+2 Punkte*

- (a) Geben Sie die Definition der Nerode-Relation an. Wie kann man mit der Nerode-Relation bestimmen, ob eine Sprache regulär ist?
- (b) Bestimmen Sie den Minimalautomaten, der zu folgendem DEA äquivalent ist.



- (c) Geben Sie ein Beispiel dafür an, dass bei NEAs der Minimalautomat nicht eindeutig sein muss.

**Aufgabe 2** Chomsky-Hierarchie

*3+3+4 Punkte*

Entscheiden Sie für diese folgenden Sprachen, ob sie jeweils regulär, entscheidbar oder semientscheidbar ist. (Gehen Sie alle Möglichkeiten durch!) Geben Sie jeweils einen kurzen Beweis für Ihre Behauptung.

- (a)  $\Sigma = \{a, b\}$  und die Menge aller Wörter, die eine gerade Anzahl von a's und eine durch drei teilbare Anzahl von b's enthält.
- (b)  $\Sigma = \{0, 1\}$  und die Menge aller Kodierungen von Turing-Maschinen, die nach mindestens 100 Schritten anhalten.
- (c)  $\Sigma = \{x, y\}$  und die Menge aller Palindrome, d.h., aller Wörter  $w$  mit  $w = w^R$ .

**Aufgabe 3** Vermischtes

2+2+4+2 Punkte

- (a) Bestimmen Sie den Chomsky-Typ der folgenden Grammatik. Begründen Sie Ihre Antwort.  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $V = \{S, A, B\}$ .

$$S \rightarrow a \mid A, A \rightarrow aB, aB \rightarrow SABA \mid bba.$$

- (b) Wahr oder Falsch: Wenn  $A$  eine reguläre Sprache ist, dann ist  $A$  entscheidbar. Begründen Sie Ihre Antwort.
- (c) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für die folgende Sprache über dem Alphabet  $\{0, 1\}$  an:

$$L = \{w \mid w \text{ enthält genauso viele 0en wie 1en}\}$$

Begründen Sie kurz die Korrektheit Ihrer Grammatik.

- (d) Wahr oder falsch: Alle Sprachen über dem Alphabet  $\Sigma = \{a\}$  sind entscheidbar. Begründen Sie Ihre Antwort.

**Aufgabe 4** Turing-Maschinen

2+4+4 Punkte

- (a) Was bedeutet die Aussage  $L_1 \leq L_2$ ? Geben Sie die Definition an.
- (b) Zeigen Sie, dass bei Turing-Maschinen die Möglichkeit, den Kopf nicht zu bewegen, überflüssig ist.  
Das heißt, zeigen Sie, dass Turing-Maschinen, deren Übergangsfunktion die Form  $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$  hat, genau die gleichen Sprachen erkennen wie Turing-Maschinen mit Übergangsfunktionen der Form  $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R, N\}$ .
- (c) Sei  $L$  eine semientscheidbare Sprache und gelte  $(\Sigma^* \setminus L) \leq L$ . Zeigen Sie, dass  $L$  entscheidbar ist.