

Aufgabe 1**Grenzwerte von Winkelfunktionen****6 Punkte**

Bestimmen Sie die Grenzwerte der folgenden Funktionen an den bezeichneten Stellen. Verwenden Sie dazu nur die Mittel aus der laufenden Vorlesung, also noch nicht die Regel von Bernoulli-L'Hospital!

a)
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - 1}{\sin^2 x}$$

b)
$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2x - \pi}{\cos x}$$

c)
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan x^2}{3x^2}$$

Aufgabe 2**Stetige Ergänzung****3 + 3 Punkte**

Untersuchen Sie für die folgenden Funktionen, welche Lücken sich Definitionsbereich ergeben, wenn man alle reellen Zahlen zu Grunde legt, und stellen Sie fest, welche dieser Lücken sich durch stetige Ergänzung beheben lassen.

a)
$$f(x) = \frac{x^2}{\tan x}$$

b)
$$g(x) = \frac{x^2 - \pi x}{\sin x}$$

Aufgabe 3**Asymptoten von rationalen Funktionen****5 Punkte**

Bestimmen Sie den Definitionsbereich und **alle** Asymptoten der folgenden rationalen Funktion $f(x)$. Untersuchen Sie dabei das Grenzverhalten an den Polstellen von beiden Seiten.

$$f(x) = \frac{2x^3 + 2x^2 - 6x - 8}{x^2 - x - 2}$$

Aufgabe 4**Stetigkeit****3 + 3 Punkte**

a) Zeigen Sie **anhand der Definition**, dass die Funktion $f(x) = x^3$ gleichmäßig stetig auf dem Intervall $[0, 20]$ ist.

b) Zeigen Sie **anhand der Definition**, dass die Funktion $f(x) = \frac{1}{x^2}$ nicht gleichmäßig stetig auf dem Intervall $(0, 20)$ ist.