

Klaus Kriegel

Abgabe: allgemein: 31.05.2013, 14:00 Uhr
Mi/Do-Tutorien: 03.06.2013, 10:00 Uhr

Aufgabe 1

Konvergenz und bestimmte Divergenz

3 × 3 + 1 Punkte

Seien $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$ drei Folgen mit

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a > 0 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0 \quad (\forall n \in \mathbb{N} \quad b_n \neq 0) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} c_n = \infty$$

Begründen Sie die folgenden Konvergenzen und bestimmten Divergenzen an Hand der Definitionen.

$$a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{c_n} = 0 \quad b) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot c_n = \infty \quad c) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{|b_n|} = \infty$$

d) Warum sind die Betragsstriche in c) wichtig? Finden Sie ein Beispiel dafür, dass die Folge aus c) ohne Betragsstriche unbestimmt divergiert!

Hinweis: Verwenden Sie zur Begründung die folgenden Definitionen.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x \iff \forall \epsilon > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n > n_0 \quad |x_n - x| < \epsilon$$
$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \infty \iff \forall K \in \mathbb{R} \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n > n_0 \quad y_n > K$$

Aufgabe 2

Grenzwerte

4 × 3 Punkte

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte und kommentieren Sie die dazu verwendeten Grenzwertregeln:

$$a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^3 + 3n^2}{(9n - 2)(8n^2 + 3n)}$$
$$b) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2}{n - 2} - \frac{n^2 + 2}{n + 2} \right)$$
$$c) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2n + \sqrt{n}} - \sqrt{2n - \sqrt{n}} \right)$$
$$d) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^{3n-1} \cdot n^3}$$