4. Übung — Mathematik für Informatiker II — SS 2013

Klaus Kriegel

Abgabe: **allgemein:** **13.05.2013, 10:00 Uhr**
Tutorium Mo 8-10: **Beginn des Tutoriums**

Aufgabe 1 — Potenzen komplexer Zahlen — 1+1+2 Punkte

Bestimmen Sie ohne Rechner die Werte der folgenden Ausdrücke und stellen Sie diese in kartesischer Form und in Polarkoordinaten (bzw. Eulerscher Exponentialform) dar:

a) $(-1+i)^{10}$ b) $(1-i\sqrt{3})^7$ c) $\dfrac{(1+i)^{14}}{(\sqrt{3}-i)^7}$

Aufgabe 2 — Eigenschaften komplexer Zahlen — $2+2$ Punkte

Bestimmen Sie die komplexen Zahlen w und z mit den folgenden Eigenschaften:

a) $Re(w) = \sqrt{3} \cdot Im(w)$ und $|w| = 3$ und $arg(w) < 0$.

b) $i \cdot z = \overline{i \cdot z}$ und $z \cdot \overline{z} = 8$ und $Im(z) < 0$

Aufgabe 3 — Wurzeln komplexer Zahlen — 3 Punkte

Bestimmen Sie $\sqrt[3]{4-4\sqrt{3}i}$ wobei alle Lösungen in Eulerscher Exponentialform dargestellt werden können.

Aufgabe 4 — Harmonische Schwingungen — 4 Punkte

Bestimmen Sie Amplitude und Phasenverschiebung der harmonischen Schwingung $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$ wobei $s_1(t) = 2\cos(2t - \frac{\pi}{6})$ und $s_2(t) = 4\cos(2t + \frac{\pi}{2})$.

Hinweis: Anwendung der Herleitung im Skript

Aufgabe 5 — Polynomringe — $3+2+2$ Punkte

Wir betrachten der Ring $\mathbb{B} = \{0, 1\}$ mit der Antivalenz als Addition und der Konjunktion als Multiplikation (mit anderen Worten Addition und Multiplikation modulo 2). Die Ausdrücke $p_1(x) = x^4 + x^2 + 1$ und $p_2(x) = x^2 + x + 1$ und $p_3(x) = x^3 + x$ sind offensichtlich Polynome aus $\mathbb{B}[x]$.

a) Bestimmen Sie die Polynome $q(x) = p_1(x) + p_2(x)$, $r(x) = p_1(x) \cdot p_2(x)$ und $s(x) = p_2(x) \cdot p_3(x)$.

b) Zwei der drei Polynome $q(x), r(x), s(x)$ beschreiben die gleiche Polynomfunktion. Welche sind es und welche Funktion beschreiben sie?

c) Es gibt nur vier verschiedene Funktionen von $\mathbb{B}$ nach $\mathbb{B}$. Finden Sie für jede Funktion ein möglichst einfaches Polynom.