Mathematik für Informatiker II **SS 2013**

2. Übung **Abgabe:** 26.04.2013, 12 Uhr allgemein
29.04.2013, 10 Uhr Mi/Do-Tutorien

Aufgabe 1 **Winkelfunktionen** $1+2$ **Punkte**

a) Bestimmen Sie ohne Taschenrechner und Tafelwerk, welchen Steigungswinkel die Gerade hat, die durch die Punkte $(-\sqrt{27}, -2)$ und $(0, 1)$ verläuft.

b) Vereinfachen Sie die folgenden zwei Terme:

$$2(1-\sin x)(1+\sin x)\tan x \qquad\qquad \sin^2 x - \sin^4 x - \cos^4 x$$

Aufgabe 2 **Periodische Dezimalzahlen** $1+2+3$ **Punkte**

Wandeln Sie die folgenden periodischen Dezimalzahlen in **gekürzte** Brüche um. Verwenden Sie zum Kürzen (soweit es das kleine Einmaleins berschreitet) den Euklidischen Algorithmus. Einzelne ganzzahlige Divisionen (insbesondere bei Teil c) können mit dem Taschenrechner ausgeführt werden.

$$r = 1,1\overline{6} \qquad\qquad s = 4,\overline{72} \qquad\qquad t = 2,5\overline{428571}$$

Aufgabe 3 **Obere und untere Grenzen** $4+2$ **Punkte**

Seien C und D beliebige nichtleere Teilmengen von $\mathbb{R}$ und $a, b \in \mathbb{R}$. Wir erweitern die übliche Addition und Multiplikation zu Operationen auf Teilmengen wie folgt:

$$\begin{aligned}
C + D &= \{r \in \mathbb{R} \mid \exists x \in C \; \exists y \in D \qquad r = x + y\} \\
a + C &= \{a\} + C = \{r \in \mathbb{R} \mid \exists x \in C \qquad r = a + x\} \\
C \cdot D &= \{r \in \mathbb{R} \mid \exists x \in C \; \exists y \in D \qquad r = x \cdot y\} \\
a \cdot C &= \{a\} \cdot C = \{r \in \mathbb{R} \mid \exists x \in C \qquad r = a \cdot x\} \\
-C &= \{-1\} \cdot C = \{r \in \mathbb{R} \mid \exists x \in C \qquad r = -x\}
\end{aligned}$$

Begründen Sie anhand der Definitionen die folgenden Aussagen:

a) Ist $a > 0$, b beliebig und besitzt C eine obere Grenze, dann besitzt auch $a \cdot (b + C)$ eine obere Grenze und es gilt: $sup(a \cdot (b + C)) = a \cdot (b + sup(C))$.
Hinweis: Man kann diese Aussage in zwei Teile zerlegen und in zwei Schritten beweisen.

b) Ist C von oben beschränkt (d.h. es hat eine obere Schranke), dann ist $(-C)$ von unten beschränkt und es gilt $inf(-C) = -sup(C)$.

Aufgabe 4 **Summen** $2+2+2$ **Punkte**

Formen Sie die folgenden Ausdrücke so um, dass geschlossene Ausdrücke ohne das Summen- und Produktsymbol entstehen.

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{2i+2}{3} \qquad\qquad \sum_{i=2}^{n} 2^{2-i} \qquad\qquad \sum_{i=2}^{n} \log_2\left(\frac{2i}{i-1}\right)$$