
Die Abgabe dieses Zettels ist freiwillig, die erreichten Punkte werden als Bonuspunkte angerechnet. Um die Tutoren in der Klausurzeit zu entlasten, sollte möglichst nur bei Bedarf abgegeben werden. Die Beschäftigung mit den Aufgaben wird aber als Klausurvorbereitung dringend empfohlen.

Aufgabe 1**Umkehrfunktionen**

2 + 2 Punkte

a) Finden Sie für die Funktion $f(x) = 3x^2 + 6x + 4$ das maximale Intervall der Form $[a, \infty)$, auf dem $f(x)$ umkehrbar ist und bestimmen Sie die Umkehrfunktion (explizite Form). Geben Sie dazu den Definitions- und Wertebereich der Umkehrfunktion an.

b) Bestimmen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion direkt (also durch Ableiten der expliziten Form) **und** durch Anwendung der Ableitungsregel für Umkehrfunktionen.

Aufgabe 2**Partielle Integration I**

1 + 1 Punkte

Bestimmen Sie die folgenden Integrale mit partieller Integration.

a) $\int x^2 e^x dx$ b) $\int \sin x \cos x dx$

Aufgabe 3**Integration durch Substitution**

2 + 2 + 2 Punkte

Bestimmen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe geeigneter Substitutionen.

a) $\int \frac{x}{x^4 - 6x^2 + 9} dx$ b) $\int \sin^3 x e^{\cos x} dx$

c) $\int \frac{1}{3x^2 + 9} dx$

Hinweise: Bei b) kann die Identität $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ und eine Kombination mit partieller Integration sehr hilfreich sein. Bei c) sollte man eine lineare Substitution suchen, die das Problem auf das Grundintegral $\int \frac{1}{x^2+1} dx$ zurückführt.

Aufgabe 4**Integration durch Partialbruchzerlegung**

3 Punkte

Bestimmen Sie das folgende Integral mit Hilfe einer Partialbruchzerlegung:

$$\int \frac{-3x^2 + 3x - 4}{x^3 + 4x^2 + 4x} dx$$