Mathematik für Informatiker II **SS 2013**

1. Übung **Abgabe:** 19.04.2013, 12 Uhr allgemein
22.04.2013, 10 Uhr Mi/Do-Tutorien

Die Übungsaufgaben 1 bis 3 und 4.a werden im ersten Tutorium besprochen und somit nicht bewertet (keine Abgabe). Trotzdem sollte man sich schon vorher damit beschäftigen und sich in die Lage versetzen, einen großen Teil der Aufgaben selbst zu lösen. Die Aufgaben 4.b, 5 und 6 sind zur Abgabe vorgesehen.

Aufgabe 1 **Winkelfunktionen** 0 **Punkte**

a) Wandeln Sie die folgenden Winkel vom Grad- in das Bogenmaß bzw. umgekehrt um:

Gradmaß	45°	150°	72°	100°				
Bogenmaß					$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{14\pi}{36}$	5

b) Leiten Sie die Werte der Sinusfunktion an den Stellen $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$ und $\frac{\pi}{3}$ durch Argumente aus der Dreiecksgeometrie (Pythagoras und Kongruenzsätze) ab.

c) Leiten Sie daraus weiter die Werte für die folgeneden Winkelfunktionen ab: $\cos\pi/6$, $\sin 5\pi/6$, $\tan 3\pi/4$ und $\cot 7\pi/6$.

Aufgabe 2 **Logarithmen** 0 **Punkte**

Bekanntlich wird die Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der Exponentiation definiert, d.h. $y = \log_a x$ genau dann, wenn $a^y = x$. Leiten Sie anhand dieser Definition die folgenden Werte der Logarithmusfunktion ab:

$$\log_2 64 \qquad \log_3 81 \qquad \log_2 \tfrac{1}{32} \qquad \log_3 0,\overline{1}$$

$$\log_4 2 \qquad \log_4 0,5 \qquad \log_{0,5} 8 \qquad \log_{0,5} 0,125$$

Gerade in der Informatik spielt der Logarithmus häufig eine Rolle in (ganzzahligen) Abschätzungen und deshalb interessiert man sich für die Aufrundung oder Abrundung auf die nächste ganze Zahl. Man verwendet dazu die Symbole $\lceil . \rceil$ und $\lfloor . \rfloor$.
Bestimmen Sie die folgenden Werte:

$$\lfloor \log_2 88 \rfloor \qquad \lfloor \log_3 27 \rfloor \qquad \lceil \log_5 100 \rceil \qquad \lfloor \log_2 0,2 \rfloor$$

Aufgabe 3 **Quadratische Gleichungen** 0 **Punkte**

Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der folgenden Gleichungen:

$a)\quad x^2 - 8x + 16 = 0 \qquad b)\quad 3x^2 - 3x - 18 = 0 \qquad c)\quad x^4 - 6x^2 + 8 = 0$

Aufgabe 4 **Zahlbereichserweiterungen** $0 + 3$ **Punkte**

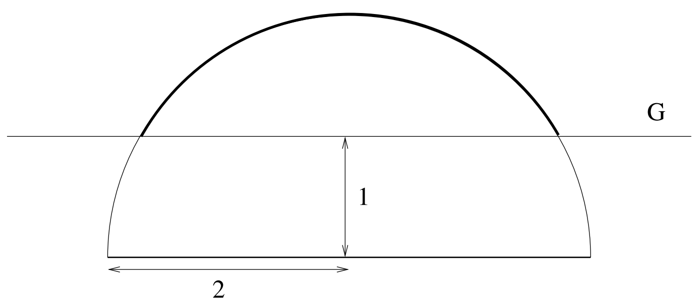
a) Zeigen Sie, dass die in der Vorlesung eigeführte Multiplikation von ganzen Zahlen repräsentantenunabhängig ist.
Was muss man dazu tun? Man muss zeigen, dass aus $(a, b) \sim (a', b')$ und $(c, d) \sim (c', d')$ auch die Äquivalenz der Produkte, also $(ac + bd, ad + bc) \sim (a'c' + b'd', a'd' + b'c')$ folgt und kann dazu neben den Voraussetzungen Assoziativ-, Kommutativ- und Distributivgesetz für die natürlichen Zahlen nutzen.

b) Zeigen Sie, dass die in der Vorlesung eigeführte Addition von rationalen Zahlen repräsentantenunabhängig ist.

Aufgabe 5 **Winkelfunktionen** $1 + 3$ **Punkte**

a) Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge $\sqrt{8}$. bestimmen Sie die Höhe des Dreiecks (über einer beliebigen Seite).

b) Ein Kreis vom Radius 2 wird von einer Geraden G geschnitten, die den Abstand 1 zum Kreismittelpunkt hat. Bestimmen Sie die Länge des von G abgetrennten Kreisbogens (in der Abbildung fett gezeichnet).



Aufgabe 6 **Körper** 3 **Punkte**

Sei $(R, +, \cdot)$ ein Ring mit dem neutralen Elementen 0 (für $+$) und 1 (für $\cdot$). Weiterhin bezeichne $-a$ das zu a bezüglich $+$ inverse Element.
Zeigen Sie, dass dann immer $(-1) \cdot a = -a$ gilt.