6. Aufgabenblatt vom Mittwoch, den 16.Mai 2012 zur Vorlesung

Mathematik für Informatiker II

(Frank Hoffmann)

Abgabe: bis Freitag, den 25. Mai 2012, 10.15 Uhr

1. **Komplexe Zahlenebene** (4 Punkte) Skizzieren Sie als Punktmengen in der komplexen Zahlenebene die folgenden Mengen und begründen Sie kurz Ihre Lösungen:

$$\{z \in \mathbb{C} | z = 3 - i + 5e^{it}, 0 \leq t \leq \pi\}, \quad \{z \in \mathbb{C} | z = te^{it}, t \geq 0\}$$

$$\{z \in \mathbb{C} || z - 1 - i| \leq 3\}, \quad \{z \in \mathbb{C} | arg(1 + z^2) = 0\}$$

2. **Überlagertes** (6 Punkte)
Gegeben seien zwei gleichfrequente harmonische Schwingungen der Form

$$u_k(t) = c_k \cos(\omega t + \phi_k), \quad k = 1, 2$$

Gesucht ist deren Überlagerung $u(t) = u_1(t)+u_2(t)$ in der Form $u(t) = A\cos(\omega t+\phi)$, mit Amplitude A und Phase ϕ. Zur Lösung werden die beiden Schwingungen als Realteile der entsprechenden komplexen Schwingungen interpretiert:

$$u_k(t) = \mathtt{Re}(c_k e^{i(\omega t + \phi_k)})$$

Danach wird im Komplexen die Summe der komplexen Schwingungen gebildet und davon der Realteil ist die gesuchte Schwingung.
Berechnen Sie die Überlagerung von $10\sin(\pi t + \pi/10)$ und $5\cos(\pi t + \pi/6)$. Rechnen Sie in der Kosinusdarstellung! Stellen Sie die 3 Kurven in geeigneter Form grafisch dar.
Hinweis: Sie können zum Bsp. MAPLE an einem Institutsrechner benutzen, sollten aber die einzelnen Schritte auch hinreichend dokumentieren.

3. **Rechnen im Komplexen** (6 Punkte)
Bestimmen Sie jeweils alle komplexen Lösungen für die Gleichung

$$4x^4 + 4x^3 - 7x^2 + x - 2 = 0$$

als auch für Gleichung

$$x^6 + 1 = \sqrt{3}i$$

4. **Trigonometrisches** (4 Punkte)
Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für $n > 0$ und $\sin\alpha \neq 0$ gilt:

$$\cos\alpha + \cos 3\alpha + \ldots + \cos(2n-1)\alpha = \frac{\sin(2n\alpha)}{2\sin\alpha}$$