DECKBLATT IN DRUCKSCHRIFT AUSFÜLLEN!

Name: **Vorname**: **Matrikelnr.**:

TutorIn: ☐ Dennis ☐ Huy ☐ Jacob ☐ Maikel ☐ Olaf

Anmeldung Campus Management: ☐ Ja
Für Wiederholer: Übungsleistungen SS: TutorIn:

Probeklausur zur Vorlesung

Mathematik für Informatiker II

(Dr. Frank Hoffmann)

Sommersemester 2012 **18.-20. Juni 2012**

1.	2.	3.	4.	Σ
/10	/10	/10	/10	/40

Die Probeklausur wird als Übungsblatt gewertet und zwar bei n **Klausurpunkten mit** $\min\{10, \lceil \frac{n+4}{4} \rceil\}$ **Punkten!**

Außer Schreibutensilien und einer handgeschriebenen DIN A4 Seite (mit abgeben!!) sind keine Hilfsmittel erlaubt!

Auf diesem Klausurbogen ist genügend Platz, um die Lösungen der Aufgaben aufzuschreiben. Auch die Rückseiten der Blätter können verwendet werden (bitte auf der Vorderseite anmerken). Bitte geheftet lassen! **Zusätzliche lose Blätter** müssen mit der Matrikelnummer, Namen und Aufgabennummer versehen werden. Auf einem Zusatzblatt jeweils nur eine Aufgabe bearbeiten. Nicht mit Bleistift und nicht mit Rot schreiben. *Der Klausurbogen ist auf jeden Fall abzugeben!*

Viel Erfolg!

Name:

Aufgabe 1 Komplexes und Reelles /4+4+2

(a) Beweisen Sie: Ist z komplexe Nullstelle eines Polynoms $p(x) \in \mathbb{R}[x]$, so ist die zu z konjugiert komplexe Zahl $\overline{z}$ auch Nullstelle von $p(x)$.

(b) Zeigen Sie für komplexe Zahlen z_1, z_2:

$$|z_1 z_2| = |z_1||z_2|$$

(c) Berechnen Sie algebraische und Exponentialdarstellung von

$$c_1 = 5(\cos 135° + i \sin 135°)$$

sowie die Exponentialdarstellung von

$$c_2 = -4\sqrt{2} - i4\sqrt{2}$$

Name:

Aufgabe 2 Polynome

/5+3+1+2

(a) Entwickeln Sie das Polynom $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + x + 2$ nach Potenzen von $(x - 2)$ mit einer Methode Ihrer Wahl.

(b) Faktorisieren Sie das Polynom $p(x) = x^4 - 4$ soweit wie möglich in $\mathbb{Q}[x]$, in $\mathbb{R}[x]$ und in $\mathbb{C}[x]$

(c) Warum ist der Ring $\mathbb{R}[x]$ der Polynome über den reellen Zahlen nur ein Ring und kein Körper?

(d) Beweisen Sie: Jedes reelle Polynom ungeraden Grades hat mindestens eine reelle Nullstelle. Geben Sie ein Polynom dritten Grades an mit genau einer reellen Nullstelle.

Name:

Aufgabe 3 Grenzwerte, O–Notation

/3+4+3

(a) Definieren Sie, was für zwei positive Funktionen $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ heißt, dass $f(n) = \Theta(g(n))$ gilt. Benutzen Sie diese Definition um zu zeigen: $n \log_8 n = \Theta(n \log_2 n^2)$

(b) Sortieren Sie die nachfolgend definierten Funktionen $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ (schwach) aufsteigend bezüglich asymptotischen Wachstums:

(a) $n \mapsto \frac{n^3}{\log n}$

(b) $n \mapsto \sum_{i=1}^{n-1} i^2$

(c) $n \mapsto \sqrt{n\sqrt{n}} \log^2 n$

(d) $n \mapsto n^2 - 2\sqrt{n}$

(e) $n \mapsto n\sqrt{\log_2 n}$

(f) $n \mapsto \log_2 n!$

(c) Bestimmen Sie die Grenzwerte folgender Folgen für $n \to \infty$:

$$a_n = \frac{1}{n+2} \sum_{i=1}^{n} i - \frac{n}{2} \qquad a_n = n(\sqrt{5} - \sqrt{5 - \frac{2}{n}})$$

Name:

Name:

Aufgabe 4 Verschiedenes

/2+2+2+2+2

(a) Richtig oder Falsch? Für eine über einem offenen Intervall (a, b) stetige reellwertige Funktion gibt es ein $x_0 \in (a, b)$, so dass $f(x_0)$ maximal ist. Begründung!

(b) Nennen Sie eine Halbgruppe, die kein Monoid ist und ein Monoid, das keine Gruppe ist. Begründung!

(c) Gibt es eine konvergente Folge $(a_n)_{n \geq 0}$, die alle ganzen Zahlen als Werte annimmt? Begründung!

(d) Geben Sie eine Funktion an, die vertikale Asymptoten bei $-1, +1$ und $+2$ hat.

(e) Geben Sie eine reellwertige Funktion an, die auf ganz $\mathbb{R}$ definiert ist, aber bei jedem $x \in \mathbb{Q}$ eine Unstetigkeitsstelle hat.

Name:

Tabelle der Grundintegrale

$\int x^\alpha \, dx \; = \; \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + c$ für $\alpha \neq -1$

$\int \frac{1}{x} \, dx \; = \; \ln|x| + c$ für $x \neq 0$

$\int \sin x \, dx \; = \; -\cos x + c$

$\int \cos x \, dx \; = \; \sin x + c$

$\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx \; = \; \tan x + c$

$\int \frac{1}{\sin^2 x} \, dx \; = \; -\cot x + c$

$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx \; = \arcsin x + c$ für $|x| < 1$

$\int \frac{1}{1+x^2} \, dx \; = \; \arctan x + c$

$\int \frac{1}{1-x^2} \, dx \; = \; \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} + c$ für $|x| < 1$

$\int e^x \, dx \; = \; e^x + c$

$\int \sinh x \, dx \; = \cosh x + c$

$\int \cosh x \, dx \; = \; \sinh x + c$

$\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \, dx \; = \; \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) \; = \; \operatorname{arsinh} x + c$

$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \, dx \; = \; \ln\left|x + \sqrt{x^2-1}\right| \; = \; \operatorname{arcosh} x + c$ für $|x| > 1$

Ausgewälte Funktionswerte der Winkelfunktionen

$\sin 0 = \cos \frac{\pi}{2} = 0$

$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

$\sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin \frac{\pi}{2} = \cos 0 = 1$