Mathematik für Informatiker II **SS 2011**

5. Übung **Abgabe 24.05.2011, 12 Uhr**

Aufgabe 1 **Euklid** 2 **Punkte**

Bestimmen Sie mit dem Euklidischen Algorithmus die gekürzte Bruchdarstellung für die rationale Funktion:

$$f(x) = \frac{x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x - 3}{x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 15x + 18}$$

Aufgabe 2 **Komplexes I** 3 **Punkte**

Zeigen Sie, dass die folgende Menge abgeschlossen gegen Multiplikation ist.

$$\{a^2 + b^2 | a, b \in \mathbb{Z}\}$$

Hinweis: Sie müssen also zeigen, dass für beliebige ganze Zahlen a, b, c, d sich das Produkt $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$ darstellen lässt als $x^2 + y^2$, wobei x, y wiederum ganze Zahlen sind. Es ist hilfreich, sich den Zusammenhang zum Betrag komplexer Zahlen klar zu machen.

Aufgabe 3 **Komplexes II** 4 **Punkte**

Bestimmen Sie den ganzrationalen und den echt gebrochen rationalen Anteil von $\frac{p(x)}{q(x)}$ fr die folgenden Polynome aus $\mathbb{C}[x]$:

$$p(x) = x^2 + (1 - i)x + (2 + i), \qquad q(x) = (1 + i)x + (1 + 2i)$$

Aufgabe 4 **Interpolation I** 3 **Punkte**

Geben Sie für jedes $n \geq 2$ ein Polynom $p_n(x) \in \mathbb{R}[x]$ vom Grad n an, so dass gilt:

$$p_n(2) = -2, \quad p_n(-1) = 1, \quad p_n(3) = 1$$

Begründen Sie kurz Ihre Konstruktion.

Aufgabe 5 **Interpolation II** 6 **Punkte**

1. Bestimmen Sie mit der Newton–Interpolation ein Polynom mit reellen Koeffizienten, dass die folgenden Stützstellen hat:

$$(-2, 0), (-1, 0), (0, -1), (1, 0), (2, 0)$$

2. Wiederholen Sie die vorherige Aufgabe mit der Lagrange–Interpolation.