

Aufgabe 1 **Euklidischer Algorithmus** **0 Punkte**

Frischen Sie Ihre Kenntnisse über den Euklidischen Algorithmus zur Berechnung des größten gemeinsamen Teilers von zwei natürlichen Zahlen auf und bestimmen Sie zum Test den ggT von 161 und 35 (keine Abgabe!).

Aufgabe 2 **Wurzeln komplexer Zahlen** **3 Punkte**

Bestimmen Sie $\sqrt[3]{4 + 4\sqrt{3}i}$ wobei alle Lösungen in Eulerscher Exponentialform dargestellt werden können.

Aufgabe 3 **harmonische Schwingungen** **4 Punkte**

Bestimmen Sie die Standarddarstellung der harmonischen Schwingung $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$ wobei $s_1(t) = \cos(2t + \pi)$ und $s_2(t) = \sqrt{3} \cos(2t + \frac{\pi}{2})$.

Hinweis: Anwendung der Herleitung im Skript

Aufgabe 4 **komplexe Nullstellen** **5 Punkte**

Bestimmen Sie alle komplexen Nullstellen des Polynoms $p(x) = x^5 - 2x^4 + 16x - 32$ und geben Sie diese Nullstellen auch in kartesischer Darstellung an.

Hinweis: Zuerst eine reelle Nullstelle raten, dann Polynomdivision und weiter mit komplexen Wurzeln.

Aufgabe 5 **Horner-Schema** **2 Punkte**

Führen Sie die folgende Polynomdivision mit Rest mit Hilfe des Horner-Schemas aus:

$$(3x^5 + 4x^4 - 4x^3 + 5x^2 + 7x - 10) : (x + 2)$$

Aufgabe 6 **Nullstellen** **5 Punkte**

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion die folgende Aussage:

Ist $p(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k \in \mathbb{R}[x]$ ein Polynom vom Grad $n \geq 1$, welches n einfache Nullstellen $b_1 < b_2 < \dots < b_n \in \mathbb{R}$ besitzt und die Eigenschaft $a_n = 1$ hat, dann gilt $a_{n-1} = -\sum_{k=1}^n b_k$.

Bemerkung: Der Satz gilt auch allgemeiner für mehrfache und komplexe Nullstellen.