

## 3. Übung

Abgabe 10.05.2011, 12 Uhr

**Aufgabe 1****Darstellung komplexer Zahlen****5 Punkte**

a) Wandeln Sie die folgenden komplexen Zahlen in ihre Polardarstellung um ohne einen Taschenrechner zu verwenden, d.h. das Argument sollte immer die Form  $q \cdot \pi$  haben, wobei  $q$  ein Bruch mit einem Nenner  $\leq 6$  ist:

$$z_1 = -2 + \sqrt{12}i \quad z_2 = \sqrt{15} + \sqrt{5}i \quad z_3 = \sqrt{8} - \sqrt{8}i$$

b) Wandeln Sie die folgenden Zahlen von ihrer Polardarstellung in die kartesischen Koordinatendarstellung um, ohne einen Taschenrechner zu verwenden, d.h. Real- und Imaginärteil sollten jeweils exakt als rationale Zahl oder Produkt aus einer rationalen Zahl und der Wurzel aus einer ganzen Zahl angegeben werden.

$$|z_4| = \sqrt{10}, \quad \arg(z_4) = -\frac{3\pi}{4} \quad |z_5| = \sqrt{12}, \quad \arg(z_5) = \frac{2\pi}{3}$$

**Aufgabe 2****Lineare Gleichungen über  $\mathbb{C}$** **2 + 4 Punkte**

Bestimmen Sie die Lösung der folgenden Gleichung bzw. des Gleichungssystems.

a)  $(2 + i) \cdot z = \frac{6+4i}{2-i}$

b) 
$$\begin{array}{rcl} 3z + w & = & 1 + 7\sqrt{3}i \\ (1 - \sqrt{3}i)z + 2w & = & 8\sqrt{3}i \end{array}$$

**Aufgabe 3****Ungleichungen über  $\mathbb{C}$** **2 + 2 Punkte**

Beschreiben Sie die vollständigen Lösungsmengen der folgenden Ungleichungssysteme als Mengen, welche durch ihre Polarkoordinaten parametrisiert sich. Bitte jeweils kurz begründen!

a)  $|z| = 2$  und  $\operatorname{Re}(z) \geq 1$

b)  $|z| = 2$  und  $\operatorname{Re}(z) \geq 1$  und  $\arg(z^4) < 0$  (Fortsetzung von a)

**Aufgabe 4****Satz von de Moivre****3 + 3 Punkte**

Stellen Sie den jeweiligen Wert der folgenden Ausdrücke (nach Ihrer Wahl) in kartesischen oder Polarkoordinaten dar.

$$a) \frac{(-1 + \sqrt{3}i)^{12}}{(2 + 2i)^4} \quad b) (\sqrt{3} - i)^6 + (1 + i)^6$$