

## 2. Übung

Abgabe 03.05.2011, 12 Uhr

Die erste Aufgaben ist eine Wiederholungsübung, die im Tutorium besprochen und somit nicht bewertet wird.

**Aufgabe 1****Winkelfunktionen****0 Punkte**

- a) Leiten Sie die Werte der Cosinusfunktion für die Winkel  $\frac{\pi}{6}$ ,  $\frac{\pi}{4}$  und  $\frac{\pi}{3}$  mit Ihren Kenntnissen aus der Dreiecksgeometrie her.
- b) Bestimmen Sie ohne Taschenrechner und Tafelwerk, welchen Steigungswinkel die Gerade hat, die durch die Punkte  $(1, 0)$  und  $(4, \sqrt{27})$  verläuft.
- c) Vereinfachen Sie die folgenden zwei Terme:

$$\frac{2(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{\tan x} \qquad 2 - 3 \sin^2 x - \cos^2 x$$

**Aufgabe 2****obere und untere Grenzen****3 + 2 Punkte**

Seien  $C$  und  $D$  beliebige nichtleere Teilmengen von  $\mathbb{R}$  und  $a, b \in \mathbb{R}$ . Wir erweitern die übliche Addition und Multiplikation zu Operationen auf Teilmengen wie folgt:

- $C + D = \{r \in \mathbb{R} \mid \exists x \in C \exists y \in D \quad r = x + y\}$
- $a + C = \{a\} + C = \{r \in \mathbb{R} \mid \exists x \in C \quad r = a + x\}$
- $C \cdot D = \{r \in \mathbb{R} \mid \exists x \in C \exists y \in D \quad r = x \cdot y\}$
- $a \cdot C = \{a\} \cdot C = \{r \in \mathbb{R} \mid \exists x \in C \quad r = a \cdot x\}$
- $-C = \{-1\} \cdot C = \{r \in \mathbb{R} \mid \exists x \in C \quad r = -x\}$

Begründen Sie anhand der Definitionen von oberen (bzw. unteren) Schranken und Grenzen die folgenden Aussagen:

- a) Ist  $a > 0$  und besitzt  $C$  eine untere Grenze, dann besitzt auch  $a \cdot C$  eine untere Grenze und es gilt:  $\inf(a \cdot C) = a \cdot \inf(C)$
- b) Ist  $C$  von unten und  $D$  von oben beschränkt (d.h. sie haben eine untere/obere Schranke), dann ist  $(-C) + D$  von oben beschränkt. Finden Sie ein Beispiel, dass sich diese Eigenschaft nicht auf  $(-C) \cdot D$  übertragen lässt.

**Aufgabe 3****Summen und Produkte****1 + 2 + 2 + 3 Punkte**

Formen Sie die folgenden Ausdrücke so um, dass geschlossene Ausdrücke ohne das Summen- und Produktsymbol entstehen.

$$\sum_{i=0}^n \frac{2i}{3} \qquad \sum_{i=3}^n 2^{3-i} \qquad \sum_{i=2}^n \log_2 \left( \frac{i}{i-1} \right) \qquad \sum_{i=1}^n \log_2 (4^{2i+1})$$

**Aufgabe 4****Ungleichungen****3 + 3 + 4 Punkte**

Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der folgenden Ungleichungen:

a)  $|x^2 - 4x + 2| \geq 2$       b)  $|3x + 6| + |x + 1| > 4$

c)  $\log_2(x^4 + 7x^2 + x + 8) \geq \log_2(x^2 + x + 3)$