

Aufgabe 1**Umkehrfunktionen**

2 + 1 + 2 Punkte

a) Finden Sie für die Funktion $f(x) = x^2 - 6x + 8$ das größte Intervall der Form (a, ∞) , auf dem diese Funktion umkehrbar ist (Begründung!) und bestimmen Sie die Umkehrfunktion sowie ihren Definitionsbereich (Tipp: quadratische Ergänzung).

b) Bestimmen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion direkt.

c) Bestimmen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion noch einmal unter Verwendung des Satzes über Umkehrfunktionen und ihre Ableitung.

Aufgabe 2**Partielle Integration I**

4 Punkte

Bestimmen Sie das folgende Integral mit partieller Integration:

$$\int \sin x \cos x \, dx$$

Versuchen Sie beide Ansätze mit $u'(x) = \sin x$ und mit $u'(x) = \cos x$ und geben Sie eine Interpretation für die verschiedenen Ergebnisse.

Aufgabe 3**Partielle Integration I**

2 + 2 + 3 Punkte

Bestimmen Sie die folgenden Integrale mit partieller Integration.

a) $\int x^3 \ln x \, dx$

b) $\int x^2 \cos x \, dx$

c) $\int \sqrt{1+x^2} \, dx$ (Ansatz: $u'(x) = 1$)

Aufgabe 4**Umkehrung der Quotientenregel**

2 + 3 Punkte

Wie Sie in der Vorlesung gehört haben, wird die Umkehrung der Quotientenregel nicht als Integrationsmethode betrachtet, weil Sie nur in sehr speziellen Fällen zur Anwendung kommen würde. Was müßte man in den folgenden zwei Beispielen für die Fragezeichen einsetzen, um die Umkehrung dieser Regel direkt anwenden zu können?

a) $\int \frac{x^2 \sin x + ?}{x^4} \, dx$ b) $\int \frac{x \sin^2 x + ?}{x^4} \, dx$