Mathematik für Informatiker II **SS 2011**

1. Übung **Abgabe 26.04.2011, 12 Uhr**

Die Übungsaufgaben 1 bis 3 und 4.a werden im ersten Tutorium besprochen und somit nicht bewertet (keine Abgabe). Trotzdem sollte man sich schon vorher damit beschäftigen und sich in die Lage versetzen, einen großen Teil der Aufgaben selbst zu lösen. Die Aufgaben 4.b und 5 sind zur Abgabe vorgesehen.

Aufgabe 1 **Logarithmen** 0 **Punkte**

Bekanntlich wird die Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der Exponentiation definiert, d.h. $y = \log_a x$ genau dann, wenn $a^y = x$. Leiten Sie anhand dieser Definition die folgenden Werte der Logarithmusfunktion ab:

$$\log_2 64 \qquad \log_3 81 \qquad \log_2 \tfrac{1}{32} \qquad \log_3 0,\overline{1}$$

$$\log_4 2 \qquad \log_4 0,5 \qquad \log_{0,5} 8 \qquad \log_{0,5} 0,125$$

Gerade in der Informatik spielt der Logarithmus häufig eine Rolle in (ganzzahligen) Abschätzungen und deshalb interessiert man sich für die Aufrundung oder Abrundung auf die nächste ganze Zahl. Man verwendet dazu die Symbole $\lceil . \rceil$ und $\lfloor . \rfloor$.
Bestimmen Sie die folgenden Werte:

$$\lfloor \log_2 88 \rfloor \qquad \lfloor \log_3 27 \rfloor \qquad \lceil \log_5 100 \rceil \qquad \lfloor \log_2 0,2 \rfloor$$

Aufgabe 2 **Quadratische Gleichungen** 0 **Punkte**

Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der folgenden Gleichungen:

a) $x^2 - 8x + 16 = 0$ *b)* $3x^2 - 3x - 18 = 0$ *c)* $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$

Aufgabe 3 **Vollständige Induktion** 0 **Punkte**

Beweisen Sie die Summenformeln für arithmetische und geometrische Reihen mit vollständiger Induktion:

$$\sum_{k=0}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \qquad\qquad \sum_{k=0}^{n} r^k = \frac{1-r^{n+1}}{1-r} \quad \text{für alle } r \neq 1$$

Aufgabe 4 **Zahlbereichserweiterungen** $0+3$ **Punkte**

a) Zeigen Sie, dass die in der Vorlesung eigeführte Multiplikation von ganzen Zahlen repräsentantenunabhängig ist.
Was muss man dazu tun? Man muss zeigen, dass aus $(a,b) \sim (a',b')$ und $(c,d) \sim (c',d')$ auch die Äquivalenz der Produkte, also $(ac+bd, ad+bc) \sim (a'c'+b'd', a'd'+b'c')$ folgt und

kann dazu neben den Voraussetzungen Assoziativ-, Kommutativ- und Distributivgesetz für die natürlichen Zahlen nutzen.

b) Zeigen Sie, dass die in der Vorlesung eigeführte Addition von rationalen Zahlen repräsentantenunabhängig ist.

Aufgabe 5 **Rationale und reelle Zahlen** $1+2+2$ **Punkte**

Bestimmen Sie für die folgenden periodischen Dezimalbrüche Darstellungen als **gekürzte** Brüche aus ganzzahligen Zählern und Nennern.

$$a)\ q_1 = 2,2\overline{6} \qquad b)\ q_2 = 2,\overline{45} \qquad c)\ q_3 = 0,0\overline{2475}$$