

Nachklausur

05.10.2009

Name:

Matrikelnummer:

	Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Gesamt
Punkte	/10	/7+3	/9	/8	/34+3

Tutor(nur für Übungsteilnehmer in diesem Semester)

Anna Jablonski Tobias Gehrold Alexander Haucke Jan-Henning Hansen

Studiengang

Bachelor Informatik
 Bachelor Bioinformatik
 Diplom Informatik
 Sonstiges bitte nennen:

Ich bin einverstanden, dass meine Matrikelnummer mit dem erreichten Er-

gebnis auf eine FU-internen Web-Seite erscheint:

Ja **Nein**

Wichtige Hinweise:

- 1) Bitte den Namen und die Matrikelnummer auf dem Deckblatt und auf allen Zusatzblättern eintragen!
- 2) Die Lösung der Aufgaben sollte möglichst auf dem entsprechenden Zettel oder der freien Nebenseite zu finden sein. Bitte einen Hinweis auf dem Aufgabenblatt geben, wenn weitere Teile der Lösung auf einem Zusatzblatt stehen.
- 3) Die Lösungswege sind zu begründen, auch Rechnungen und Umformungen sollten kurz kommentiert werden. Natürlich können in den Begründungen alle in der Vorlesung bewiesenen Fakten und Sätze verwendet werden.
- 4) Einzig erlaubtes Hilfsmittel ist eine handschriftliche A4-Seite mit selbst gewählten Formeln und Fakten. Eine Tabelle mit den Grundintegralen sowie Werten der Sinus- und Cosinusfunktion ist Bestandteil der Klausur.

Aufgabe 1:**Polynome und komplexe Zahlen****7 + 3 Punkte**

a) Das Polynom $p(x) = x^5 + \sqrt{3}x^4 + 24\sqrt{3}x^2 + 72x$ hat bei $x = -\sqrt{3}$ eine Nullstelle. Bestimmen Sie alle anderen Nullstellen (reelle **und** komplexe) dieses Polynoms und stellen Sie diese auch in kartesischen Koordinaten dar.

Hinweis: An einer Stelle kann die Zerlegung einer ganzen Zahl in ihre Primfaktoren sehr hilfreich sein.

b) Bestimmen Sie eine komplexe Zahl z mit den folgenden drei Eigenschaften:

$$|z| = \sqrt{20} \qquad \frac{\operatorname{Re}(z)}{\operatorname{Im}(z)} = 2 \qquad \operatorname{Re}(z) < \operatorname{Im}(z)$$

Aufgabe 2:**Konvergenz****4 + 3 Punkte + 3 Zusatzpunkte**

a) Bestimmen Sie den Funktionengrenzwert $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 - e^{-x})}{1 - \cos x}$ und machen Sie deutlich, an welcher Stelle Sie welche Grenzwertregeln verwenden!

b) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{k=0}^{\infty} (-2)^k \cdot \frac{x^k}{k}$ (kurze Begründung!).

c) **Zusatzaufgabe:** Bestimmen Sie den Konvergenzbereich der Potenzreihe aus Teil b.

Aufgabe 3:**Extremwerte****9 Punkte**

Ein Draht der Länge 1 (die Maßeinheit spielt hier keine Rolle) soll so in drei Teile zerschnitten werden, dass diese ein rechtwinkliges Dreieck bilden. Wie groß ist der maximale Flächeninhalt eines solchen Dreiecks?

Hinweis 1: Seien x, y, z die Längen der drei Teile wobei x und y die beiden Kathetenlängen bezeichnen sollen. Dann bestimmt jedes x aus dem Intervall $(0, \frac{1}{2})$ eindeutig die entsprechenden Werte von $y = y(x)$ und $z = z(x)$ und der gesuchte Flächeninhalt kann durch die Funktion $f(x) = \frac{x \cdot y(x)}{2}$ ausgedrückt werden.

Hinweis 2: Wer Schwierigkeiten bei der Herleitung von $f(x)$ hat, kann das folgende Zwischen- und Kontrollergebnis verwenden: $f(x) = \frac{x - 2x^2}{4(1 - x)}$.

Hinweis 3: Der Nachweis des Maximums durch die zweite Ableitung wäre sehr aufwändig. Versuchen Sie deshalb, ein einfacheres Argument zu finden.

Aufgabe 4:**Integration**

4 + 4 Punkte

Berechnen Sie das bestimmte Integral in a) mit Hilfe einer geeigneten Substitution und das unbestimmte Integral in b) mit partieller Integration.

$$a) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \cos x e^{\sin^2 x} dx$$

$$b) \int x^2 e^{-2x} dx$$