

## Logik und Diskrete Mathematik

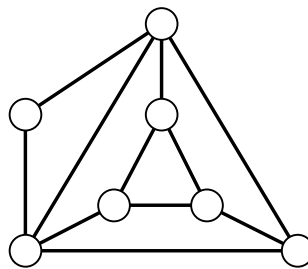
Jens M. Schmidt

Tutoren: Klemens Kapp, David Karcher

**Abgabe:** keine, Lösungen im Tutorium vorstellen und besprechen

### Aufgabe 1: Graphen färben

Der Beweis des 5-Farbensatzes gibt ein konstruktives Vorgehen zum Finden einer 5-Färbung. Färben Sie den folgenden schlichten planaren Graphen (d. h. dessen Knoten) unter Benutzung dieses Vorgehens mit 5 Farben.



### Aufgabe 2: Planare Graphen I

Wie viele Kanten kann ein schlichter planarer Graph ohne Dreiecksflächen maximal enthalten?

Hinweis: Zählen Sie die Kanten wie in der Vorlesung.

### Aufgabe 3: Planare Graphen II

Zeigen oder widerlegen Sie, dass ein schlichter planarer Graph mit  $n \geq 2$  mindestens zwei Knoten mit jeweiligem Grad höchstens 5 enthält.

### Aufgabe 4: Resolutionskalkül

Zeigen Sie (graphisch) mittels Resolutionskalkül, dass

- i) die Formel  $x \wedge y \wedge z$  durch die folgende Boolesche Formel impliziert wird

$$(\neg x \vee y) \wedge (\neg y \vee z) \wedge (x \vee \neg z) \wedge (x \vee y \vee z)$$

- ii) die folgende Formel eine Tautologie ist (beachten Sie, dass diese nicht in KNF ist)

$$(a \wedge \neg c \wedge d) \vee (a \wedge \neg b \wedge c) \vee (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge d) \vee (a \wedge \neg d) \vee (\neg a)$$