

Logik und Diskrete Mathematik

Jens M. Schmidt

Tutoren: Klemens Kapp, David Karcher

Abgabe: 11.07.2011 im Tutorium (bitte einzeln bearbeiten und abgeben)**Aufgabe 1:** Wahrscheinlichkeiten

(7+3=10 Punkte)

Beweisen Sie die sogenannte Bonferroni-Ungleichung, die für beliebige Ereignisse A und B in einem Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, Pr) lautet:

$$Pr(A \cap B) \geq Pr(A) + Pr(B) - 1$$

Wie kann B in Abhängigkeit von A gewählt werden, damit Gleichheit garantiert ist (mit kurzer Begründung)?

Aufgabe 2: Schwarz-Weiß

(10 Punkte)

Zeichnen Sie auf ein Blatt Papier eine Kurve, die wieder an ihren Anfangspunkt zurückgeht. Diese Kurve kann beliebig viele Schnittpunkte mit sich selbst aufweisen, es können auch mehr als zwei Kurvenstücke einen Schnittpunkt kreuzen.

Zeigen Sie, dass die entstehenden Gebiete so mit den Farben Schwarz und Weiß gefärbt werden können, dass keine zwei benachbarten Gebiete dieselbe Farbe haben (zwei Gebiete sind *benachbart*, wenn ihre Schnittmenge ein Kurvenstück, das kein Punkt ist, enthält).

Hinweis: Setzen Sie zuerst die Kurve in einen ungerichteten Multigraphen um. Konstruieren Sie dann einen Hilfsgraphen G , dessen Knoten statt der Gebiete gefärbt werden. Denken Sie daran, dass ein Graph genau dann 2-färbbar ist wenn er bipartit ist.

Aufgabe 3: Zusammenhang

(7+3=10 Punkte)

- i) Zeigen Sie, dass jeder schlichte Graph mit $m > \binom{n-1}{2}$ zusammenhängend ist.
- ii) Finden Sie einen nicht zusammenhängenden schlichten Graphen mit $m = \binom{n-1}{2}$.

Aufgabe 4: Induzierte Teilgraphen

(6+4=10 Punkte)

Sei G ein Graph mit n Knoten und m Kanten.

- i) Wie viele induzierte Teilgraphen enthält G ?
- ii) Ist jeder kürzeste Kreis in G ein induzierter Subgraph? Wenn nein, Gegenbeispiel; wenn ja, warum?