

**Logik und Diskrete Mathematik**

Jens M. Schmidt

Tutoren: Klemens Kapp, David Karcher

**Abgabe:** keine, Lösungen im Tutorium vorstellen und besprechen**Aufgabe 1:** Damentennis

Beim Damentennis werden maximal drei Sätze gespielt. Siegerin ist, wer zwei von diesen 3 Sätzen gewinnt (ein Unentschieden gibt es dadurch nicht). Sabine gewinnt gegen ihre Widersacherin jeden Satz mit Wahrscheinlichkeit 0.7. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass

- i) drei Sätze gespielt werden müssen?
- ii) die Siegerin den ersten Satz verloren hat?
- iii) Sabine gewinnt?

**Aufgabe 2:** Wahrscheinlichkeiten I

Wie viele Möglichkeiten gibt es, eine Mannschaft mit  $k$  Spielern zusammen mit einem Kapitän aus diesen  $k$  Spielern auszuwählen, wenn  $n$  Spieler zur Verfügung stehen. Begründen Sie die folgende Gleichung, indem Sie auf verschiedene Arten abzählen.

$$k \cdot \binom{n}{k} = n \cdot \binom{n-1}{k-1}$$

**Aufgabe 3:** Wahrscheinlichkeiten II

Wir betrachten den durch zwei unabhängige und gleichverteilte Würfel erzeugten diskreten Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, Pr)$ , d. h. jedes  $(i, j) \in \Omega = \{1, 2, \dots, 6\}^2$  hat die Wahrscheinlichkeit  $1/36$ . Wir definieren die Zufallsvariablen  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  wie folgt:

- $X(i, j) = 6i + j$
- $Y(i, j) = i \cdot j$
- $Z(i, j) = 6 \cdot \max(i, j) + \min(i, j)$

Beschreiben Sie die diskreten Wahrscheinlichkeitsverteilungen der drei Zufallsvariablen und bestimmen Sie deren Erwartungswerte und Varianzen.

Hinweis: Benutzen Sie die folgende Formel, um die Varianzen schneller auszurechnen:

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

bitte wenden

#### **Aufgabe 4:** ...ups

Eigentlich hatte der Dozent für jeden seiner 10 Studenten einen Schein vorbereitet. Allerdings kann er sich Namen nicht gut merken und verteilt die Scheine zufällig (Gleichverteilung unter allen Permutationen auf den Studenten). Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass

- i) alle 10 Studenten ihren eigenen Schein bekommen?
- ii) mindestens 9 Studenten ihren eigenen Schein bekommen?
- iii) alle ihren eigenen Schein bekommen, außer dem 1. und dem 2. Student?
- iv) genau 7 Studenten ihren eigenen Schein bekommen?
- v) genau 5 Studenten ihren eigenen Schein bekommen?