

Logik und Diskrete Mathematik

Jens M. Schmidt

Tutoren: Klemens Kapp, David Karcher

Abgabe: keine, Lösungen im Tutorium vorstellen und besprechen**Aufgabe 1:** Widerspruchsbeweis

Zeigen Sie die folgende Aussage durch Widerspruch: In einem stumpfwinkligen Dreieck gibt es mindestens einen Winkel, der kleiner als $\pi/4$, also kleiner als 45° ist.

Hinweis: Ein Dreieck heißt *stumpfwinklig*, wenn es einen Winkel zwischen 90° und 180° (zwischen $\pi/2$ und π) hat. Die *Summe* der Winkel eines jeden Dreiecks ist 180° (π).

Aufgabe 2: Geometrische Reihe

Beweisen Sie durch vollständige Induktion die folgende, aus der Vorlesung bekannte Formel für jedes $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ und $n \in \mathbb{N}$

$$\sum_{i=0}^n x^i = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}.$$

Hinweis: Für jede Zahl $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ gilt $c^0 = 1$.

Aufgabe 3: Vollständige Induktion I

Zeigen Sie

$$\sum_{i=0}^n i = \frac{n}{2} \cdot (n + 1).$$

Aufgabe 4: Vollständige Induktion II

Formulieren Sie eine allgemeine Formel für x^3 , $x \in \mathbb{N}^+$, die

- i) die folgenden Beobachtungen wiedergibt und
- ii) beweisen Sie die Formel durch vollständige Induktion.

$$1^3 = 1$$

$$2^3 = 3 + 5$$

$$3^3 = 7 + 9 + 11$$

$$4^3 = 13 + 15 + 17 + 19$$

$$\vdots$$

Hinweis: Sie können die Summenformel für die ersten n natürlichen Zahlen aus der vorigen Aufgabe und die aus der Vorlesung bekannte Summenformel für die ersten n ungeraden natürlichen Zahlen benutzen.