

Logik und Diskrete Mathematik

Jens M. Schmidt

Tutoren: Klemens Kapp, David Karcher

Abgabe: keine, Lösungen im Tutorium vorstellen und besprechen

Aufgabe 1: Funktionen

Gegeben sind drei disjunkte Mengen A, B, C mit $|A| = 2$, $|B| = 5$ und $|C| = 3$. Wie viele Funktionen gibt es

- i) von A nach C ?
- ii) von $A \times B$ nach C ?
- iii) von A nach $C^{|B|}$? ($C^{|B|}$ ist das $|B|$ -fache kartesische Produkt $C \times \cdots \times C$)

Hinweis: Überlegen Sie sich für jedes Element des Definitionsbereichs, wieviele Möglichkeiten es für das Bildelement gibt.

Wie viele bijektive Funktionen gibt es

- iv) von A nach C ?
- v) von B nach $A \cup C$?

Aufgabe 2: Schubfachprinzip I

Ins Innere eines gleichseitigen Dreiecks ABC mit Seitenlänge 1 werden 5 Punkte gezeichnet. Beweisen Sie, dass zwei dieser Punkte einen Abstand kleiner als $1/2$ haben.

Aufgabe 3: Schubfachprinzip II

Es ist Sommer und die 42 Studenten einer Vorlesung vereinbaren, lieber kollektiv zu grillen als die Vorlesung zu besuchen. Sie können 12 Grills zusammentragen. Natürlich sind die Grills nicht beliebig groß: Maximal 6 Studenten können einen Grill gleichzeitig benutzen. Jeder Student hat Hunger und ist deswegen an einem Grill zu finden. Zeigen Sie, dass es zwei Grills mit mindestens 4 und drei weitere Grills mit mindestens 3 Studenten gibt.

Aufgabe 4: $1+2$ ist ...

Vereinfachen Sie die folgenden Terme mit Hilfe der rekursiven Definition der Addition und Multiplikation in den natürlichen Zahlen $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\} = \{0, S(0), S(S(0)), \dots\}$, d. h. ohne die aus der Schule bekannten binären Operatoren $+$ und \cdot zu benutzen.

- i) $1 + (2)$
- ii) $2 \cdot (2)$
- iii) $2 \cdot (1 + (2))$