5. Aufgabenblatt zur Vorlesung SS 2011

Logik und Diskrete Mathematik

Jens M. Schmidt Tutoren: Klemens Kapp, David Karcher

Abgabe: 27.06.2011 im Tutorium (bitte einzeln bearbeiten und abgeben)

Aufgabe 1: Mengen und Logik *(4+4+2=10 Punkte)*

i) Beweisen Sie für Mengen A, B und C: $\overline{A \cup (B \cap C)} = (\overline{C} \cup \overline{B}) \cap \overline{A}$.

ii) Was können Sie jeweils über die Mengen A und B aussagen, wenn gilt

   1) $A \cup B = A$
   2) $A \cap B = A$
   3) $A \setminus B = A$
   4) $A \setminus B = B \setminus A$.

   Begründen Sie!

iii) Zeichnen Sie ein Venn-Diagramm für $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$.

Aufgabe 2: Relationen *(3+3+3+3=12 Punkte)*

Sei $\mathbb{Z}$ die Menge der ganzen Zahlen und $2\mathbb{Z} = \{2a | a \in \mathbb{Z}\}$ die Menge der geraden Zahlen. Ferner sei $(m, n) \in R \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ genau dann, wenn

i) $m \leq n$

ii) $m < n$

iii) $mn \in 2\mathbb{Z}$ (mn ist Abkürzung für $m \cdot n$)

iv) $m - n \in 2\mathbb{Z}$.

Untersuchen Sie die jeweilige Relation R auf Reflexivität, Symmetrie und Transitivität. Beschreiben Sie in allen vier Fällen die jeweilige Verknüpfungsrelation $R \circ R$.

Aufgabe 3: Äquivalenzrelationen *(8 Punkte)*

Sei M eine Menge und R eine Relation auf M. R heißt *zirkulär*, wenn für alle $x, y, z \in M$ gilt: $xRy \wedge yRz \Rightarrow zRx$.

Zeigen Sie, dass eine reflexive, zirkuläre Relation stets eine Äquivalenzrelation ist.

bitte wenden

Aufgabe 4: Schranken in Halbordnungen *(2+2+2+2+2=10 Punkte)*

Untenstehendes Hasse-Diagramm stellt ein Poset auf der Menge $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ dar. Bestimmen Sie die folgenden Minima, Maxima, Suprema und Infima, falls sie existieren, und kennzeichnen Sie nicht existierende Größen mit „existiert nicht“.

i) $min\{b, f, h, i\}$

ii) $max\{a, b, h, i\}$

iii) $sup\{a, c, e, f\}$

iv) $inf\{f, h, j\}$

v) $inf\{d, e, f, i\}$