

## Logik und Diskrete Mathematik

Jens M. Schmidt

Tutoren: Klemens Kapp, David Karcher

**Abgabe:** keine, Lösungen im Tutorium vorstellen und besprechen

### Aufgabe 1: Logik im Alltag

Eine Anti-Rauch-Kampagne verwendet die beiden Slogans: “Rauchen macht krank” und “Wer nicht raucht, bleibt gesund”. Ein Vertreter der Zigarettenindustrie versucht den Slogan ein wenig unverständlicher zu formulieren und sagt “Entweder man raucht nicht oder man ist nicht gesund”.

- i) Welche dieser Slogans sind semantisch äquivalent?
- ii) Impliziert die letzte Aussage die beiden ersten? Beweisen Sie Ihre Antwort.

### Aufgabe 2: Signaturen

- i) Zeigen Sie, dass die Signatur  $\{\Leftrightarrow\}$  nicht funktional vollständig ist.
- ii) Zeigen Sie, dass die Signatur  $\{NOR\}$  funktional vollständig ist.
- iii) Zeigen Sie, dass auch die Signatur  $\{\Rightarrow\}$  zusammen mit dem Term FALSCH funktional vollständig ist.  
Hinweis: Versuchen Sie zuerst die Funktion  $\neg$  auszudrücken.

### Aufgabe 3: DNF, KNF

Finden Sie zu den folgenden Formeln semantisch äquivalente Terme in DNF und KNF.

- i)  $(p \Rightarrow (q \vee r)) \wedge \neg q \wedge \neg r$
- ii)  $\neg(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r$
- iii)  $\neg r \Rightarrow (((p \vee q) \Rightarrow r) \Rightarrow \neg q)$

### Aufgabe 4: Kontraposition

Beweisen Sie die folgende Aussage mit Kontraposition:

$$x^3 - x^2 + x - 3 \leq 18 \Rightarrow x \leq 3$$