

## Übungsblatt 7

Besprechungstermin: 09.06.2010

### Aufgabe 1

- a) Zeigen Sie, wie Sie zu gegebenen  $\text{cpos } D_1, \dots, D_n$  mit  $n \geq 2$  den Bereich der disjunkten Vereinigung  $(D_1 + \dots + D_n)$  erklären können.
- b) Definieren Sie folgende Injektions-, Projektions- und Testfunktionen in kanonischer Weise:

$$\begin{aligned} \text{in}_i &: D_i \rightarrow (D_1 + \dots + D_n) && \text{für alle } 1 \leq i \leq n \\ \text{out}_i &: (D_1 + \dots + D_n) \rightarrow D_i && \text{für alle } 1 \leq i \leq n \\ \text{is}_i &: (D_1 + \dots + D_n) \rightarrow \text{BOOL}_\perp && \text{für alle } 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

### Aufgabe 2

Definieren Sie stetige Erweiterungen der Addition und des Tests auf Gleichheit, so dass diese Operationen total werden auf den  $\text{cpo}'\text{s } \mathbb{N}_\perp$  und  $\text{Bool}_\perp$ . Diskutieren Sie, ob es mehrere solcher Erweiterungen gibt.

### Aufgabe 3

Seien  $D_1$  und  $D_2$   $\text{cpo}'\text{s}$  und  $f : D_1 \rightarrow D_2$  und  $g : D_2 \rightarrow D_1$ , stetige Funktionen. Beweisen Sie:

$$\begin{aligned} \text{fix}_{f \circ g} &= f(\text{fix}_{g \circ f}) \quad \text{und} \\ \text{fix}_{g \circ f} &= g(\text{fix}_{f \circ g}) \end{aligned}$$