

Aufgabe 1**Extremwertbestimmung****5 Punkte**

Aus einem Draht der Länge 48 cm soll das Kantengerüst eines Quaders mit den Seitenlängen a, b und h zusammengesetzt werden, wobei $b = 3a$ gelten soll. Welches maximale Volumen kann ein solcher Quader haben?

Aufgabe 2**Regel von Bernoulli-L'Hospital****6 Punkte**

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte.

a)
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{0,1x}}{x^3}$$

b)
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cot x}{\ln 2x} \right)$$

c)
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x^2 - \cos 5x}{x^2}$$

Aufgabe 3**Mittelwertsatz****3 + 3 Punkte**

Nutzen Sie den Mittelwertsatz, um Folgendes zu zeigen:

a) Sei $p(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ ein Polynom vom Grad n (d.h. $a_n \neq 0$), das n verschiedene reelle Nullstellen hat. Dann liegt jede Stelle, an der $p(x)$ ein lokales Extremum hat, zwischen der kleinsten und der größten Nullstelle des Polynoms.

b) Es gibt genau eine Stelle $x_0 \in \mathbb{R}^+$ an der die Funktionen $f(x) = \sin x$ und $g(x) = x^2$ den gleichen Anstieg haben.

Hinweis: Eine näherungsweise Bestimmung von x_0 z.B. durch Maple oder MatLab gilt nicht als Nachweis der Existenz. Sie können aber die Stetigkeit der Sinusfunktion und alle bekannten Grenzwerte verwenden.

Aufgabe 4**Extremstellen und Wendepunkte****4 Punkte**

Bestimmen Sie alle lokalen Extrema und alle Wendepunkte der Funktion

$$f(x) = 2e^{3x} - 3e^{2x} - 36e^x.$$