

**Aufgabe 1****Extremwertbestimmung****5 Punkte**

Aus einem Draht der Länge 48 cm soll das Kantengerüst eines Quaders mit den Seitenlängen  $a, b$  und  $h$  zusammengesetzt werden, wobei  $b = 3a$  gelten soll.

Welches maximale Volumen kann ein solcher Quader haben?

**Aufgabe 2****Regel von Bernoulli-L'Hospital****6 Punkte**

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte.

$$a) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{0,1x}}{x^3}$$

$$b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\cot x}{\ln 2x} \right)$$

$$c) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x^2 - \cos 5x}{x^2}$$

**Aufgabe 3****Mittelwertsatz****3 + 3 Punkte**

Nutzen Sie den Mittelwertsatz, um Folgendes zu zeigen:

a) Sei  $p(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$  ein Polynom vom Grad  $n$  (d.h.  $a_n \neq 0$ ), das  $n$  verschiedene reelle Nullstellen hat. Dann liegt jede Stelle, an der  $p(x)$  ein lokales Extremum hat, zwischen der kleinsten und der größten Nullstelle des Polynoms.

b) Es gibt genau eine Stelle  $x_0 \in \mathbb{R}^+$  an der die Funktionen  $f(x) = \sin x$  und  $g(x) = x^2$  den gleichen Anstieg haben.

Hinweis: Eine näherungsweise Bestimmung von  $x_0$  z.B. durch Maple oder MatLab gilt nicht als Nachweis der Existenz. Sie können aber die Stetigkeit der Sinusfunktion und alle bekannten Grenzwerte verwenden.

**Aufgabe 4****Extremstellen und Wendepunkte****4 Punkte**

Bestimmen Sie alle lokalen Extrema und alle Wendepunkte der Funktion

$$f(x) = 2e^{3x} - 3e^{2x} - 36e^x.$$