Mathematik für Informatiker II **SS09**

4. Übung **Abgabe am 15.05.09 bis 14:00 Uhr**

Aufgabe 1 **Komplexe Wurzeln** **4 Punkte**

Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen der folgenden Gleichung. Es reicht aus, die Lösungen in Polarkoordinaten darzustellen.

$$z^6 + 4z^3 = -8$$

Aufgabe 2 **Polynomdivision** **1 + 1 +2 Punkte**

Führen Sie die folgenden Polynomdivision mit dem Horner-Schema aus:

a) $(x^6 - 64) : (x - 2)$ b) $(x^5 + 3x^4 + 2x^3 - x^2 + 8) : (x + 2)$

c) Führen Sie die Polynomdivision

$$(3x^5 - 2x^4 + 4x^3 - 8x^2 + 7x - 5) : (x^3 + x - 2)$$

mit dem üblichen Divisionsschema aus.

Aufgabe 3 **Zerlegung reeller Polynome** **5 Punkte**

Stellen Sie das reelle Polynom $p(x) = x^4 - 2x^2 + 4$ als Produkt reeller Polynome von Grad 1 und/oder reeller Polynome ohne reelle Nullstellen vom Grad 2 dar. Nutzen Sie dazu die komplexen Nullstellen von $p(x)$.

Aufgabe 4 **Komplexe Polynome** **2 + 4 Punkte**

a) Weisen Sie durch eine einfache Probe nach, dass die bekannte Formel zur Lösung von quadratischen Gleichungen auch auf komplexe Polynome vom Grad 2 übertragen werden kann:

Ist $p(x) = x^2 + bx + c \in \mathbb{C}[x]$ (d.h. $b, c \in \mathbb{C}$), dann hat p(x) die komplexen Nullstellen $z_{1/2} = -\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} - c}$.

Achtung: Da wir hier eine komplexe Wurzel betrachten, hat sie zwei Werte, deshalb entfällt das übliche $\pm$ vor der Wurzel.

b) Stellen Sie das komplexe Polynom

$$q(x) = x^3 + (-\sqrt{3} - i)x^2 + (-\frac{3}{2} - i\frac{3\sqrt{3}}{2})x$$

als Produkt komplexer Polynome von Grad 1 dar. Versuchen Sie durch geeignete Wechsel zwischen den Darstellungsformen, die Lösung ohne die Verwendung eines Taschenrechners zu bestimmen.