

## 11. Übung

Abgabe 10.07.09 bis 14:00 Uhr (freiwillig)

Zur Vorbereitung auf die Klausur sollten diese Aufgaben von allen Teilnehmern selbständig bearbeitet werden. Die **Abgabe** dieser Übungen ist aber **freiwillig**, d.h. dieses Blatt trägt nicht zu den Pflichtpunkten bei, aber alle abgegebenen Lösungen werden bewertet und als Bonuspunkte angerechnet. Um den Tutoren unnötige Arbeit zu sparen, sollte man nur dann abgeben, wenn die Punkte noch gebraucht werden.

**Aufgabe 1**                      **Integration mit Partialbruchzerlegung**                      **4 Punkte**

Bestimmen Sie das folgende Integral durch Partialbruchzerlegung:

$$\int \frac{2x^2 + 9x + 1}{x^3 + x^2 - x - 1} dx$$

**Aufgabe 2**                      **Mittelwertsatz der Integralrechnung**                      **2 Punkte**

**Mittelwertsatz der Integralrechnung:** Seien  $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  zwei auf  $[a, b]$  stetige Funktionen und  $g(x) \geq 0$  auf  $[a, b]$ . Dann gibt es ein  $\xi \in [a, b]$ , so dass

$$f(\xi) \cdot \int_a^b g(x) dx = \int_a^b f(x)g(x) dx.$$

Zeigen Sie an einem konkreten Beispiel, dass die Voraussetzung  $g(x) \geq 0$  notwendig ist. Hinweis: Man kann  $g$  so wählen, dass  $\int_a^b g(x) dx$  negativ ist (z.B.  $g(x) = x - 2$  mit  $a = 0$  und  $b = 3$ ) und ein passendes  $f$  dazu finden, das nirgendwo negativ ist, aber  $\int_a^b f(x)g(x) dx$  positiv werden lässt.

**Aufgabe 3**                      **Bestimmtes Integral**                      **4 Punkte**

Berechnen Sie das folgende bestimmte Integral mit einer geeigneten Zerlegung und einer geeigneten Substitution (Partialbruchzerlegung ist hier nicht notwendig!):

$$\int_1^3 \frac{2x^3 + 3x^2 + 6x + 3}{x^3 + 3x} dx$$

**Aufgabe 4**                      **Uneigentliches Integral**                      **3 Punkte**

Berechnen Sie das folgende uneigentliche Integral:

$$\int_1^\infty \frac{2x + 1}{(x^2 + x)^2} dx$$