

---

Alle Lösungen der Aufgaben 1 und 2 werden als Zusatzpunkte gewertet. Aufgabe 3 wird nicht bewertet.

---

**Aufgabe 1:****Sortieren**

(8 Punkte)

Auf den Punkten im Raum  $\mathbb{R}^3$  definieren wir eine totale Ordnungsrelation  $\leq$ , die primär die  $x$ -Koordinaten, sekundär die  $y$ -Koordinaten und letztlich die  $z$ -Koordinaten der Punkte vergleicht, d.h. für zwei Punkte  $P = (x, y, z)$  und  $P' = (x', y', z')$  gilt

$$P \leq P' \iff (x < x') \vee (x = x' \wedge y < y') \vee (x = x' \wedge y = y' \wedge z \leq z')$$

Sei  $m \in \mathbb{N}$ ,  $n = m^2$  und sei eine Folge  $A$  von  $n$  Punkten aus dem Bereich  $[0, m]^3 \subseteq \mathbb{R}^3$  gegeben. Bereiche der Form  $[x, x+1) \times [y, y+1) \times [z, z+1)$  werden halboffene Einheitswürfel und Bereiche der Form  $[x, x+1) \times [y, y+1) \times [0, m)$  werden halboffene Einheitsstäbe genannt. Der Vergleich von zwei reellen Zahlen sowie das Auf- und Arunden einer reellen Zahl auf den nächsten ganzzahligen Wert werden als Elementaroperationen betrachtet. Nutzen (und kombinieren) Sie die in der Vorlesung besprochenen Sortierverfahren, um möglichst schnelle Algorithmen (Laufzeiten in  $\Theta(f(n))$ ) angeben) zum Sortieren dieser Folge zu entwerfen, wobei die folgenden Nebenbedingungen vorausgesetzt werden können:

- In jedem halboffenen Einheitswürfel liegt höchstens ein Punkt aus  $A$ .
- In jedem halboffenen Einheitsstab liegen höchstens 100 Punkte aus  $A$ .
- In jedem halboffenen Einheitswürfel liegen höchstens  $\log n$  Punkte aus  $A$ .
- In jedem halboffenen Einheitsstab liegen höchstens  $\sqrt{n}$  Punkte aus  $A$ .

**Aufgabe 2:****Heap-Implementierung**

(4 + 2 + 2 Punkte)

Wir wollen mit einer Klasse `Heap` eine Halde mit `int`-Werten auf einem Array implementieren. Zur Vereinfachung nehmen wir an, dass die maximale Heap-Größe dem Konstruktor als Parameter `n` übergeben wird. Als Attribute werden ein Feld `int[] A` und ein Index `int lastElem` verwendet.

- Implementieren Sie zwei (rekursive) Methoden `void upHeapBubble(int i)` und `void downHeapBubble(int i)`, die das Verhalden und das Versickern des Eintrags in `A[i]` realisieren. Entscheiden Sie selbst, ob Sie dazu Hilfsmethoden `int left(int i)`, `int right(int i)` und `int parent(int i)` zur Berechnung der Indizes von Kinder- und Elternknoten implementieren wollen, oder ob Sie diese Berechnungen in den Bubble-Methoden ausführen.
- Implementieren Sie Einfüge- und Streichmethoden `void insert(int a)` und `int delete()`.
- Testen Sie die Funktionalität Ihrer Implementierung, indem Sie eine in der Kommandozeile übergebene Folge von `int`-Werten mit Heap-Sort sortieren.

**Aufgabe 3:****Halden**

(0 Punkte)

Bauen Sie die Halden für die Eingabefolge 5, 4, 6, 1, 2, 3, 7 mit der inkrementellen Methode (schrittweises Einfügen) und mit der Bottom-Up-Methode auf.

Wie sehen diese Halden nach jeweils zwei Löschoptionen aus?