
Alle Lösungen der Aufgaben 1 und 2 werden als Zusatzpunkte gewertet. Aufgabe 3 wird nicht bewertet.

Aufgabe 1:**Sortieren**

(8 Punkte)

Auf den Punkten im Raum \mathbb{R}^3 definieren wir eine totale Ordnungsrelation \leq , die primär die x -Koordinaten, sekundär die y -Koordinaten und letztlich die z -Koordinaten der Punkte vergleicht, d.h. für zwei Punkte $P = (x, y, z)$ und $P' = (x', y', z')$ gilt

$$P \leq P' \iff (x < x') \vee (x = x' \wedge y < y') \vee (x = x' \wedge y = y' \wedge z \leq z')$$

Sei $m \in \mathbb{N}$, $n = m^2$ und sei eine Folge A von n Punkten aus dem Bereich $[0, m]^3 \subseteq \mathbb{R}^3$ gegeben. Bereiche der Form $[x, x+1) \times [y, y+1) \times [z, z+1)$ werden halboffene Einheitswürfel und Bereiche der Form $[x, x+1) \times [y, y+1) \times [0, m)$ werden halboffene Einheitsstäbe genannt. Der Vergleich von zwei reellen Zahlen sowie das Auf- und Arunden einer reellen Zahl auf den nächsten ganzzahligen Wert werden als Elementaroperationen betrachtet. Nutzen (und kombinieren) Sie die in der Vorlesung besprochenen Sortierverfahren, um möglichst schnelle Algorithmen (Laufzeiten in $\Theta(f(n))$) angeben) zum Sortieren dieser Folge zu entwerfen, wobei die folgenden Nebenbedingungen vorausgesetzt werden können:

- In jedem halboffenen Einheitswürfel liegt höchstens ein Punkt aus A .
- In jedem halboffenen Einheitsstab liegen höchstens 100 Punkte aus A .
- In jedem halboffenen Einheitswürfel liegen höchstens $\log n$ Punkte aus A .
- In jedem halboffenen Einheitsstab liegen höchstens \sqrt{n} Punkte aus A .

Aufgabe 2:**Heap-Implementierung**

(4 + 2 + 2 Punkte)

Wir wollen mit einer Klasse `Heap` eine Halde mit `int`-Werten auf einem Array implementieren. Zur Vereinfachung nehmen wir an, dass die maximale Heap-Größe dem Konstruktor als Parameter `n` übergeben wird. Als Attribute werden ein Feld `int[] A` und ein Index `int lastElem` verwendet.

- Implementieren Sie zwei (rekursive) Methoden `void upHeapBubble(int i)` und `void downHeapBubble(int i)`, die das Verhalden und das Versickern des Eintrags in `A[i]` realisieren. Entscheiden Sie selbst, ob Sie dazu Hilfsmethoden `int left(int i)`, `int right(int i)` und `int parent(int i)` zur Berechnung der Indizes von Kinder- und Elternknoten implementieren wollen, oder ob Sie diese Berechnungen in den Bubble-Methoden ausführen.
- Implementieren Sie Einfüge- und Streichmethoden `void insert(int a)` und `int delete()`.
- Testen Sie die Funktionalität Ihrer Implementierung, indem Sie eine in der Kommandozeile übergebene Folge von `int`-Werten mit Heap-Sort sortieren.

Aufgabe 3:

Halden

(0 Punkte)

Bauen Sie die Halden für die Eingabefolge 5, 4, 6, 1, 2, 3, 7 mit der inkrementellen Methode (schrittweises Einfügen) und mit der Bottom-Up-Methode auf.

Wie sehen diese Halden nach jeweils zwei Löschoptionen aus?