

Diese einfachen Aufgaben werden in den Tutorien in der Woche vom 21.04. bis 25.04.08 besprochen. Obwohl die Lösungen nicht abgegeben und somit auch nicht bewertet wird, sollte man es vorher selbst versuchen.

Aufgabe 1:**Auflistung von Graphen**

Zwei Graphen sind isomorph, wenn sie sich nur durch die Benennung der Knoten unterscheiden. Etwas formaler kann man das wie folgt definieren:

$G = (V, E)$ und $H = (V', E')$ sind isomorph, wenn eine bijektive Funktion $\varphi : V \rightarrow V'$ (die Umbenennung) existiert, so dass für alle Knoten u und v aus V die folgende Äquivalenz gilt: $\{u, v\} \in E \iff \{\varphi(u), \varphi(v)\} \in E'$

Erstellen Sie eine vollständige Liste aller Graphen mit den nachfolgenden Eigenschaften, wobei aus jeder Klasse isomorpher Graphen genau ein Vertreter gezeichnet werden soll.

- a) Alle Graphen mit vier Knoten;
- b) Alle 2-regulären (jeder Knoten hat genau zwei Nachbarn) Graphen mit zehn Knoten;
- c) Alle Graphen mit fünf Knoten und fünf Kanten;

Aufgabe 2:**Komplementärgraphen**

Definition: Das Komplement eines Graphen $G = (V, E)$ ist der Graph $\bar{G} = (V, \binom{V}{2} \setminus E)$, d.h. für jedes Paar $\{u, v\}$ gilt: $\{u, v\} \in \bar{E} \iff \{u, v\} \notin E$.

Wir nennen einen Graphen selbstkomplementär, wenn G und \bar{G} isomorph sind.

- a) Untersuchen Sie für die folgenden Graphen G , für welche Werte $n \geq 1$ der Graph G mehr Kanten hat als das Komplement \bar{G} :
 - i) $G = K_{n,n}$
 - ii) $G = K_{n,2n}$
 - iii) $G = Q_n$

- b) Untersuchen Sie, welche der Graphen aus Aufgabe 1.c) selbstkomplementär sind und welche nicht. Bestimmen Sie für die nicht-selbstkomplementären Graphen aus der Liste die entsprechenden Paare.

Aufgabe 3:**Graphen auf Tupeln**

Sei $n \geq 2$, $W_n = \{0, 1, 2\}^n$ und H_n der Graph auf W_n in dem zwei Tupel genau dann adjazent sind, wenn sie sich an genau einer Stelle unterscheiden. Wieviele Kanten hat der Graph H_2 ? Geben Sie eine allgemeine Formel für die Anzahl der Kanten in H_n an!