Prof. Dr. Helmut Alt
Sven Reinck

SS 2008
09. Mai 2008

4. Übung zu Höhere Algorithmik II

Bitte begründen Sie explizit alle Ihre Antworten.

1. **Aufgabe** (6 Punkte)
   Das ursprüngliche, von Klee und Minty angegebene lineare Programm war folgendes: maximiere
   $$\sum_{j=1}^{n} 10^{n-j} x_j$$
   unter den Nebenbedingungen
   $$\left(2 \sum_{j=1}^{i-1} 10^{i-j} x_j\right) + x_i \leq 100^{i-1} \quad i = 1, \ldots, n$$
   und den Vorzeichenbedingungen
   $$x \geq 0$$
   Seien $s_1, \ldots, s_n$ die Schlupfvariablen für dieses LP. Zeigen Sie, daß in jedem zulässigen Dictionary genau eine der zwei Variablen x_i, s_i Basisvariable ist für alle $i = 1, \ldots, n$.

2. **Aufgabe** (8 Punkte)
   Nehmen Sie an, die Simplexmethode mit der Regel des größten Koeffizienten werde auf das Maximierungsproblem aus Aufgabe 1 angewandt (analog zu der in der Vorlesung benutzten Methode mit dem betragsgrößten negativen Koeffizienten im Fall eines Minimierungsproblems). Benutzen Sie das Ergebnis von Aufgabe 1, um durch Induktion über n zu zeigen, daß die Darstellung der Zielfunktion z in den resultierenden Dictionaries wie folgt aussieht:

a) Nach $2^{n-1}-1$ Iterationen:

$$z = 10\left(100^{n-2} - \sum_{j=1}^{n-2} 10^{n-1-j} x_j - s_{n-1}\right) + x_n$$

b) Nach 2^{n-1} Iterationen:

$$z = 90 \cdot 100^{n-2} + 10\left(\sum_{j=1}^{n-2} 10^{n-1-j} x_j + s_{n-1}\right) - s_n$$

c) Nach $2^n - 1$ Iterationen:

$$z = 100^{n-1} - \sum_{j=1}^{n-1} 10^{n-j} x_j - s_n$$

d) Außerdem sind nach jeder Iteration alle Koeffizienten in der Darstellung von z ganzzahlig.

3. **Aufgabe** (6 Punkte)
Ein Physiker macht Messungen einer Funktion $y(x)$, die Ergebnisse liegen in der Form (x_i, y_i) $i = 1, \ldots, n$ vor. Gesucht ist eine Gerade, die die Meßpunkte möglichst gut approximiert in dem Sinne, dass der maximale vertikale Abstand eines Meßpunkts von der Geraden kleinstmöglich ist.
Formulieren Sie dieses Problem als ein LP. Warum sollte man besser das duale Problem lösen?

Abgabe: 19.05.2008
(vor der Vorlesung)