

Bayes-Netze

$$A = \begin{cases} T & 1 \\ F & 0 \end{cases}$$

Wahrheitswert 0..1

0,5

0,2

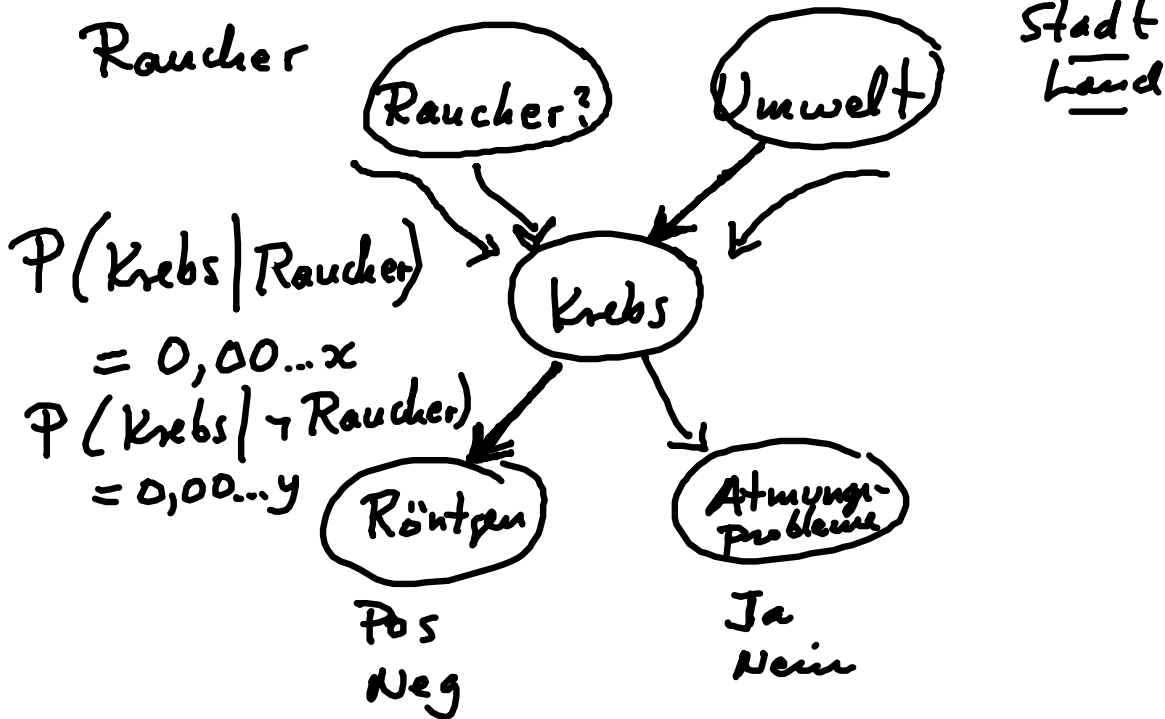
0,3

Fuzzy-logik

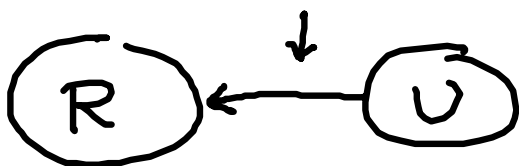
Wahrscheinlichkeiten

Beispiel:

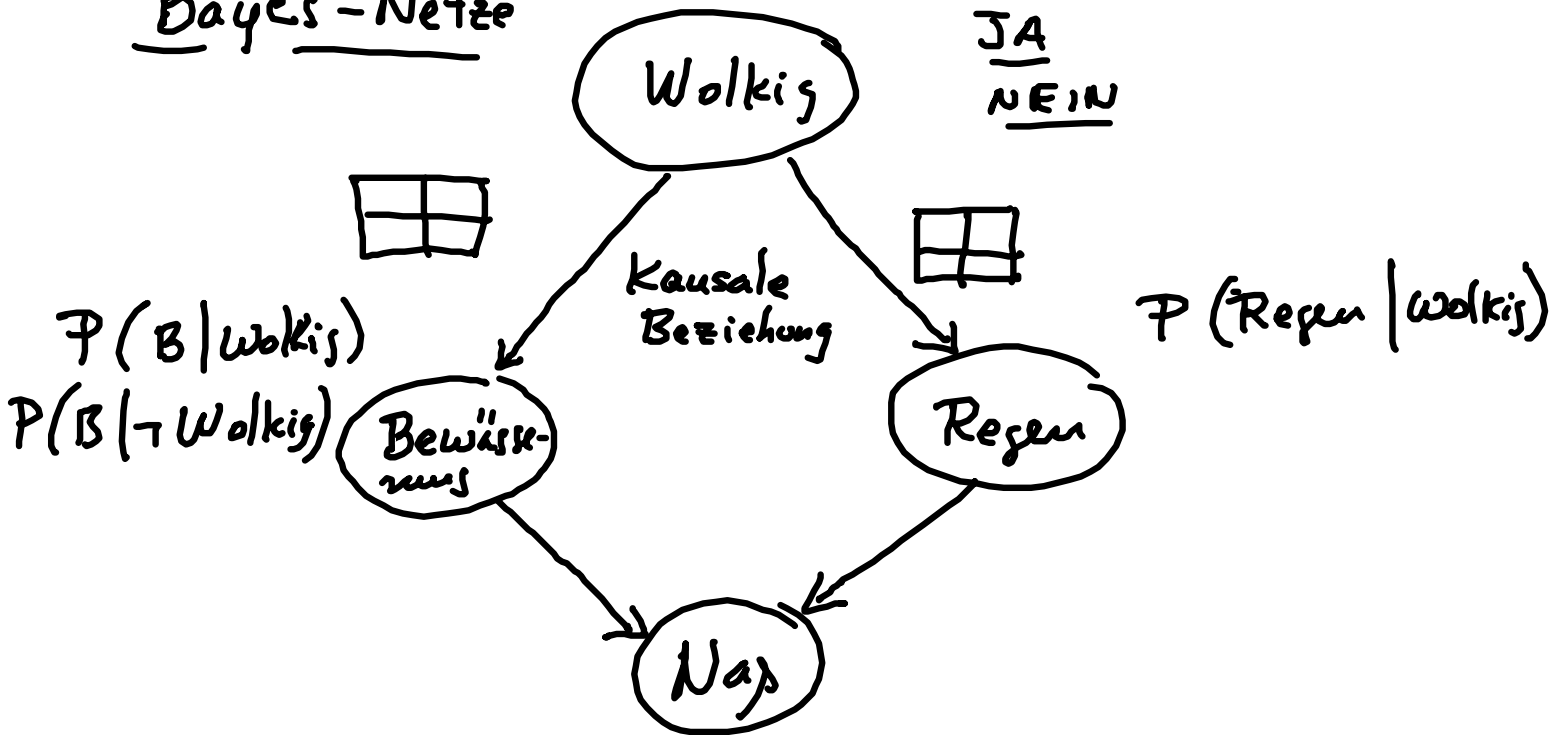
Raucher



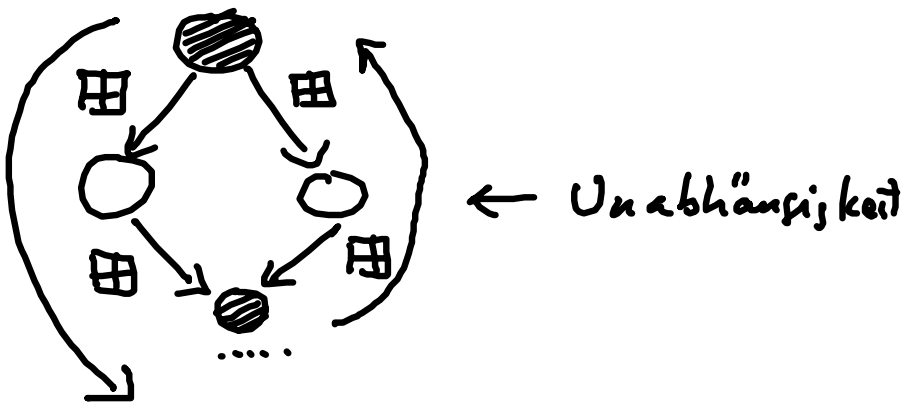
Kein Pfeil \Rightarrow Knoten sind unabhängig



Bayes-Netze



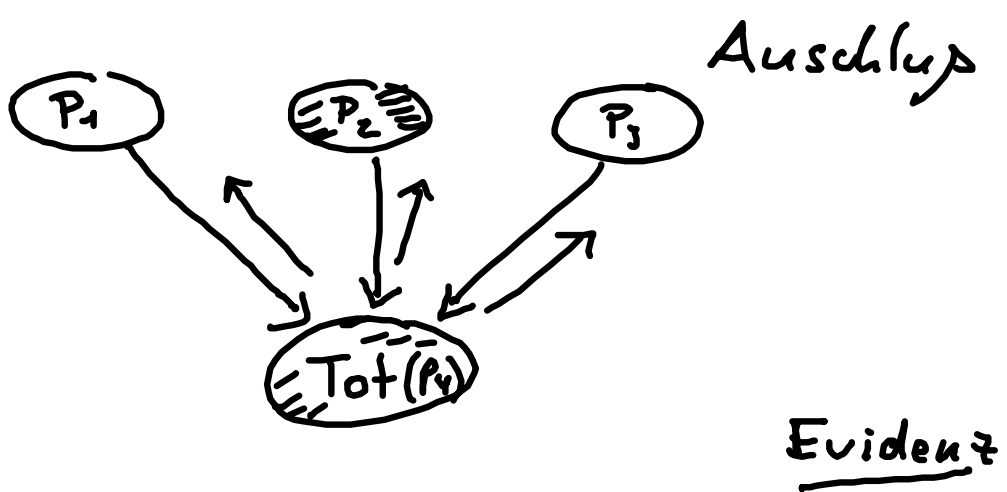
Statistike



$P(\text{Nass} | \text{Wolkig})$?

$P(\text{Wolkig} | \text{Nass})$?

Inferenz



$$P(\text{Mord} | \text{Waffe}) = 0,8$$

$$P(\text{Mord} | \neg \text{Waffe}) = 0,2$$

Bayes-Formel

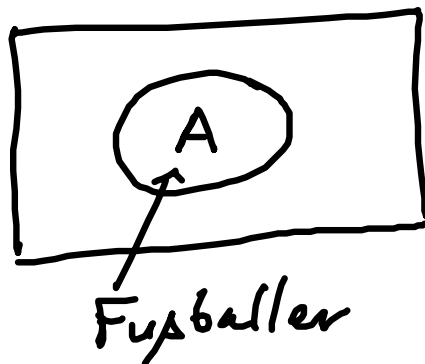
Maß P Universum Ω
 \emptyset

$$P(\Omega) = 1$$

$$P(\emptyset) = 0$$

Ereignisse $A \subset \Omega$

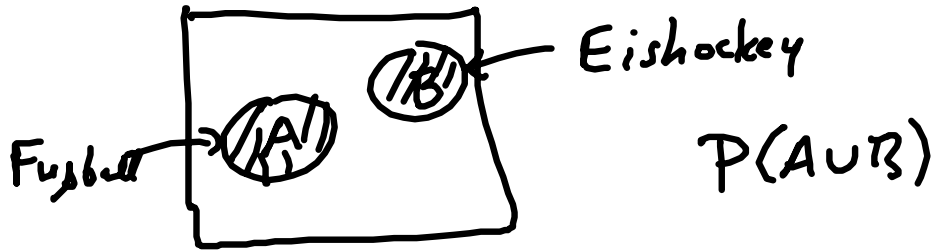
$\Omega = \text{Personen}$



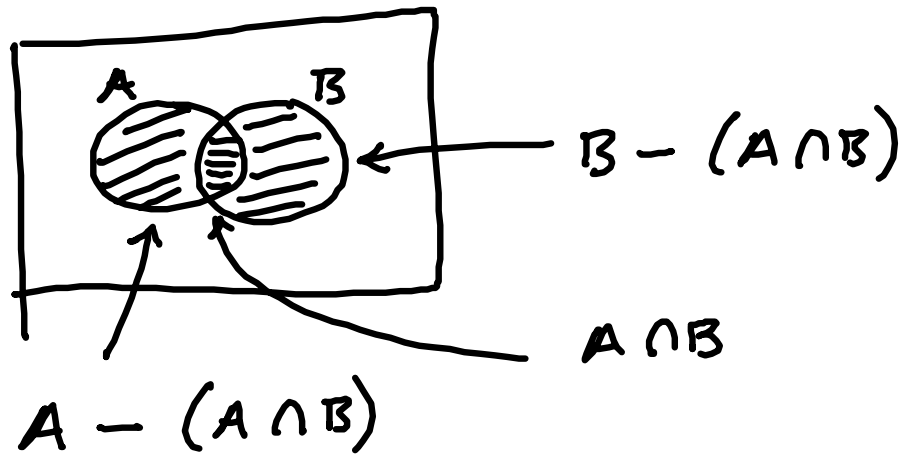
$$P(A) = 0,05$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$A \cap B = \emptyset$$



$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



$$P(A \text{ or } B) = P(A \cap B^c) + P(B \cap A^c) + P(A \cap B)$$

$$P(A \text{ or } B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$+ P(A \cap B)$$

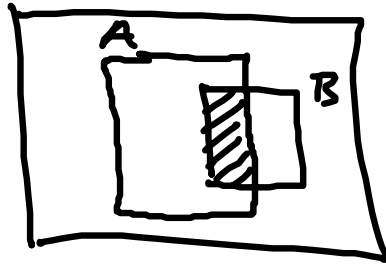
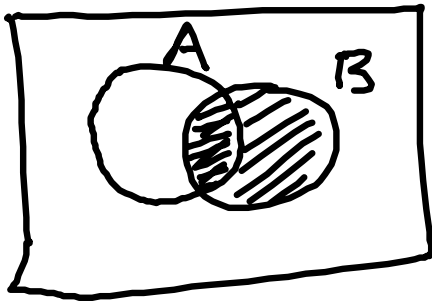
$$= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Def:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

\uparrow \uparrow
 Kopf- Grippe
 schmerzen

$$P(A|B) = \frac{1}{2}$$



$$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(B|A)P(A)$$

$$\Rightarrow P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}$$

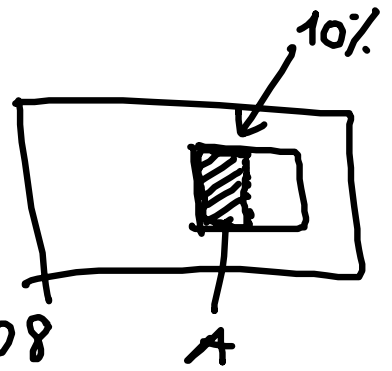
Bayes Formel

Gegeben: ^{Stippe} $P(B) = 0,1$

Kopfs.

$$P(A) = 0,05 \quad \underline{0,08}$$

$$P(A|B) = 0,5$$



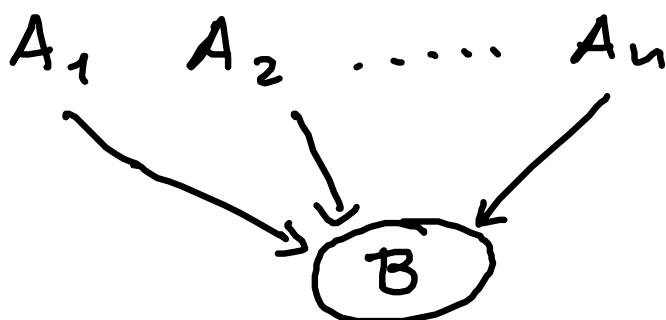
$$\frac{P(B|A) = \frac{0,5 \cdot 0,1}{0,05}}$$

$$= 1$$

$$= \frac{(0,5) (0,1)}{0,08}$$

$$\approx \underline{\underline{0,6}}$$

Verallgemeinerte Bayes-Regel



$$P(B|A_1) \quad P(B|A_2) \quad \dots$$

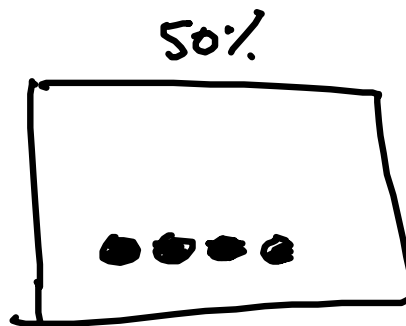
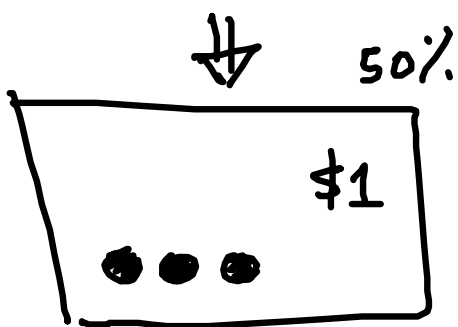
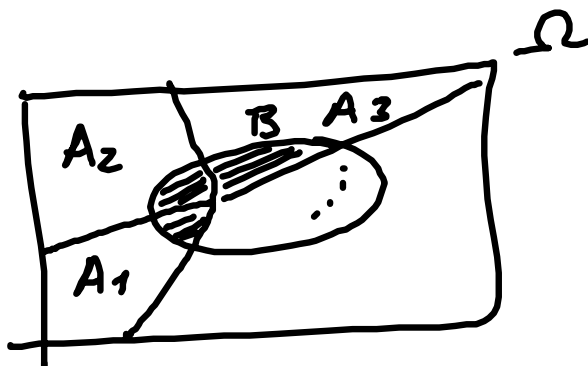
$$P(B)$$

Verallgemeinerte Bayes

$$P(A_1|B) = \frac{P(B|A_1) P(A_1)}{P(B)}$$

$$= \frac{P(B|A_1) P(A_1)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i) P(A_i)}$$

A_i 's
unabhängig!



E-Bay: wie ^{viel} soll ich zahlen?
50 Cent

Schnipsel ist rot
wieviel soll ich zahlen?

Formalisieren

U_1 \$1

U_2

$$P(\text{rot} | U_1) = \frac{1}{3}$$

$$P(\text{rot} | U_2) = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{blau} | U_1) = \frac{2}{3}$$

$$P(\text{blau} | U_2) = \frac{1}{2}$$

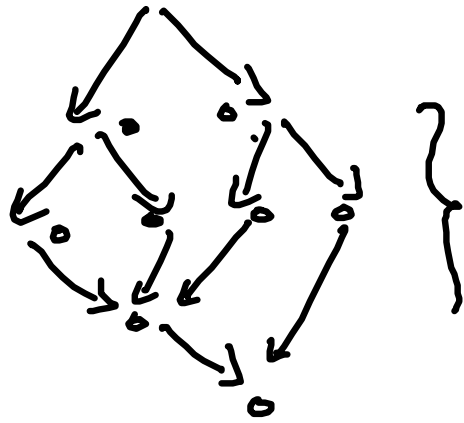
$$P(\text{Gewinn} | U_1) = 1$$

$$P(\text{Gewinn} | U_2) = 0$$

$$P(U_1) = \frac{1}{2}$$

$$P(U_2) = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} P(U_1 | \text{rot}) &= \frac{P(\text{rot} | U_1) P(U_1)}{P(\text{rot})} \\ &= \frac{P(\text{rot} | U_1) P(U_1)}{P(\text{rot} | U_1) P(U_1) + P(\text{rot} | U_2) P(U_2)} \\ &= \frac{(\frac{1}{3})(\frac{1}{2})}{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} \\ &= \frac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{6}} = \frac{2}{5} = \underline{\underline{0,4}} \end{aligned}$$



Personen P_1 P_2 P_3

A-priori Verdacht

$$\pi(x) = \begin{pmatrix} 0,8 \\ 0,1 \\ 0,1 \end{pmatrix}$$

$$P(\text{Mörder} \mid \text{hatte Waffe zuletzt}) = 0,8$$

$$P(\text{Mörder} \mid \neg \text{ " "}) = 0,2$$

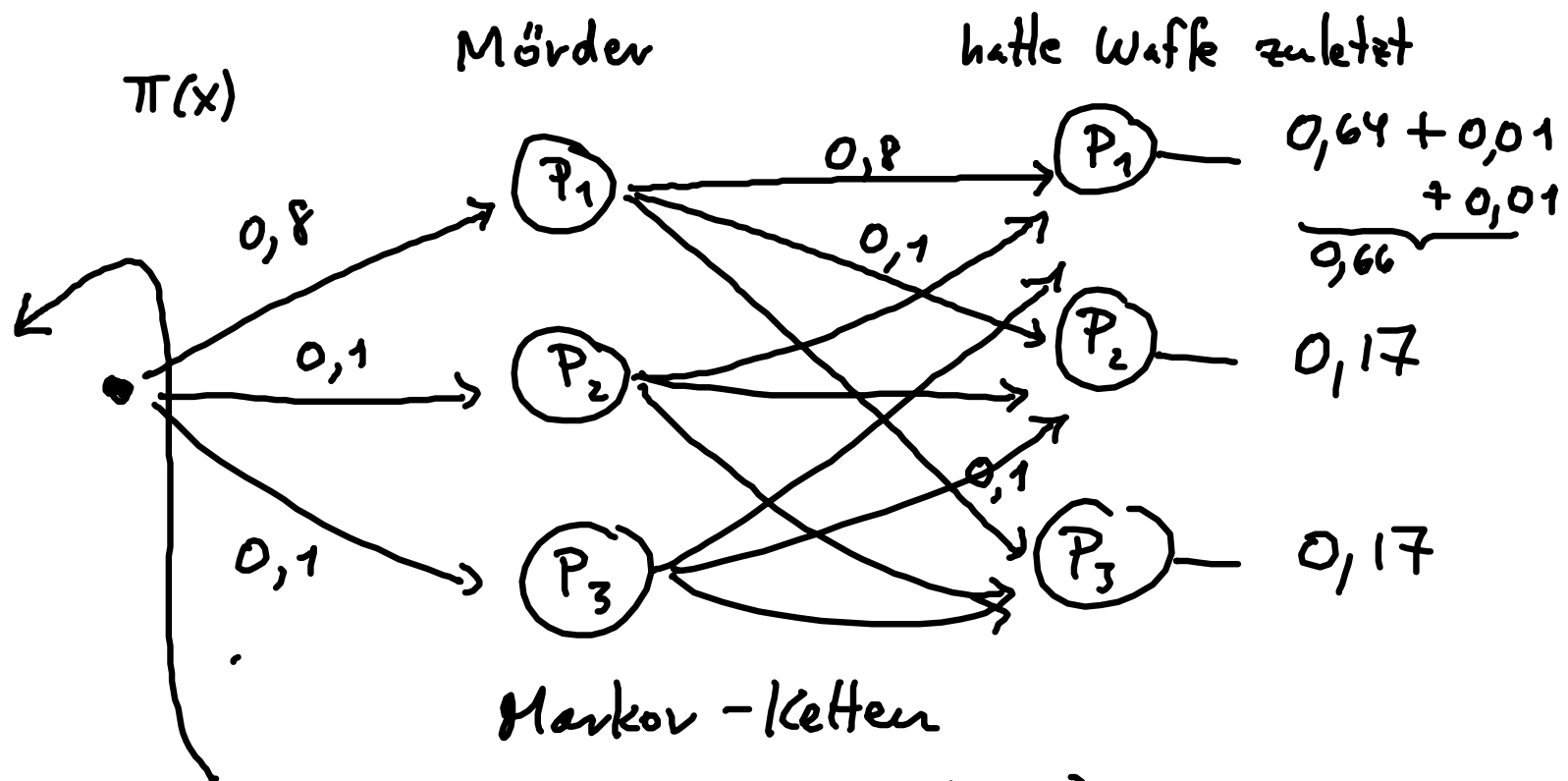
	$\pi(x)$	x Mörder	Evidenz
		Belief	$\pi(y)$ Belief Labor
P_1	0,8	0,8	$\begin{pmatrix} 0,66 \\ 0,17 \\ 0,17 \end{pmatrix}$ 1
P_2	0,1	0,1	$\begin{pmatrix} 0,66 \\ 0,17 \\ 0,17 \end{pmatrix}$ 1
P_3	0,1	0,1	$\begin{pmatrix} 0,66 \\ 0,17 \\ 0,17 \end{pmatrix}$ 1
	1	1	

$M \rightarrow$

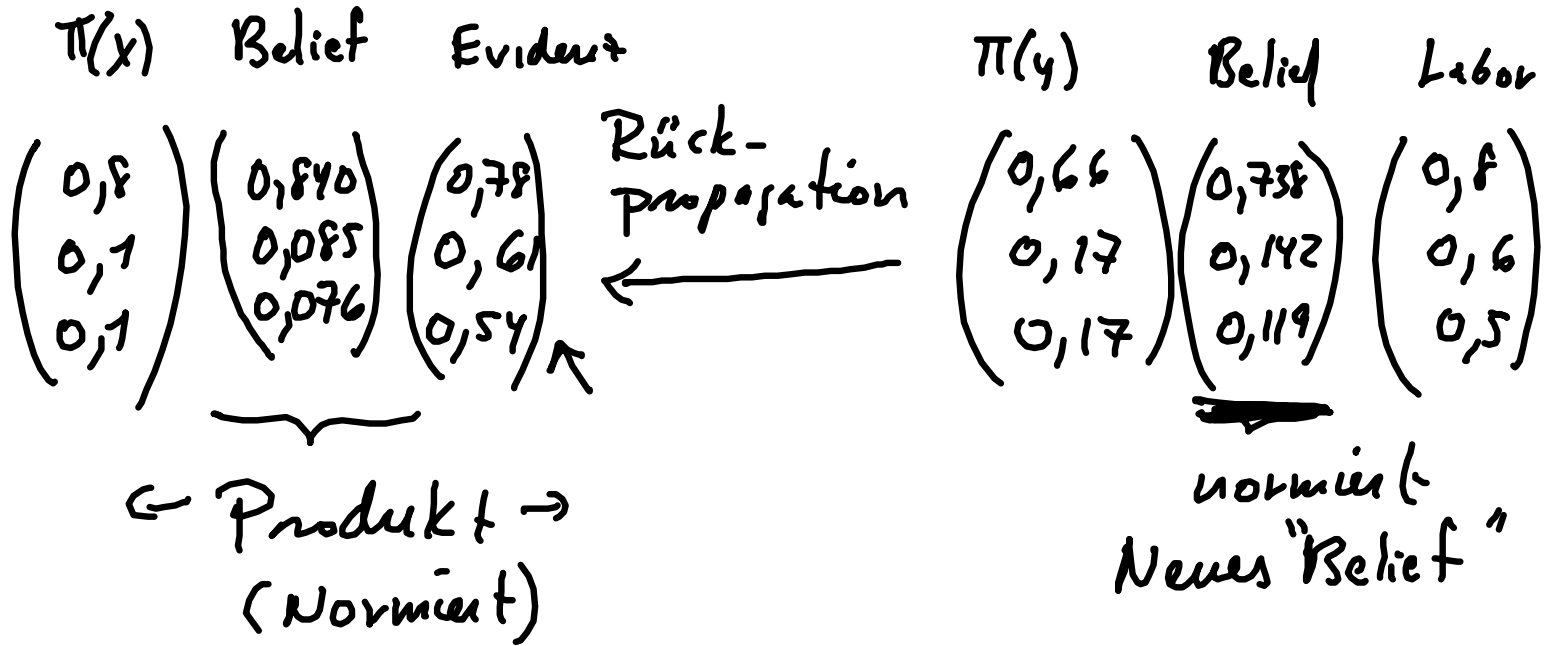
P_1 hatte Waffe zuletzt

Mörder Person \rightarrow

$$M = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,8 \end{pmatrix}$$



Laborbericht = $\begin{pmatrix} 0,8 \\ 0,6 \\ 0,5 \end{pmatrix}$



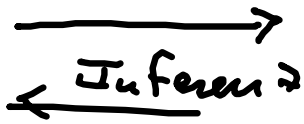
$$M \begin{pmatrix} 0,8 \\ 0,6 \\ 0,5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,8 \\ 0,6 \\ 0,5 \end{pmatrix}$$

$$\pi(x) = \begin{pmatrix} 0,28 \\ 0,36 \\ 0,36 \end{pmatrix}$$

$\pi(x)$	Belief	
0,28	0,343	0,75
0,36	0,349	0,61
0,36	0,308	0,54

Täter Waffe



...

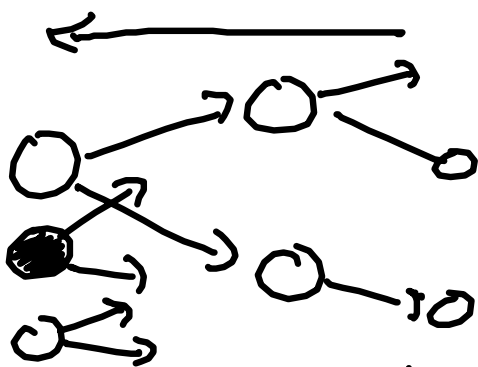
Judeu Pearl

Bayes Netze = Graphische Modelle

Ereignisse = Knoten

Kanten = Kausalität

Ursachen



Beobachtungen

Wahrscheinlichkeits-
proposition

Umschlag

Schnipsel
Farbe



Einfach

Bayes - Wahrscheinlichkeit - Rückpropagation

⇒ NP schwer

