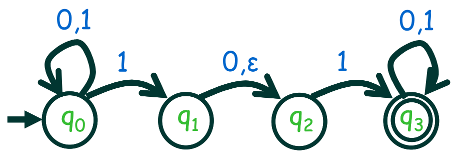
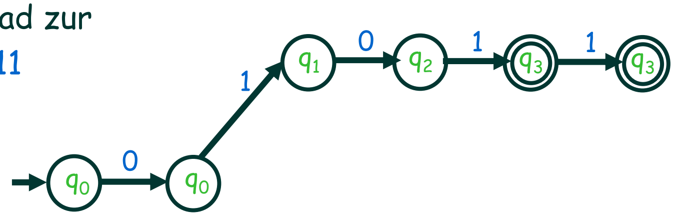
Bsp.: Nichtdeterministische Automaten

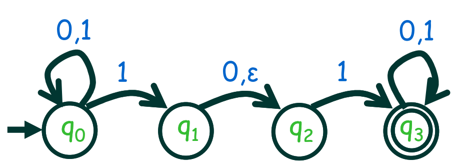


Berechnungspfad zur
Eingabe w=01011

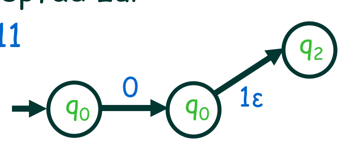


Bsp.: Nichtdeterministische Automaten

- **ACHTUNG**: Eine Eingabe kann jetzt auf verschiedene Arten verarbeitet werden



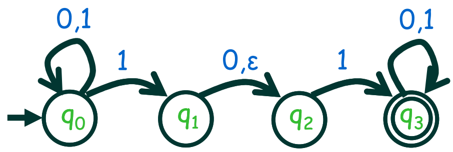
ein Berechnungspfad zur
Eingabe w=01011



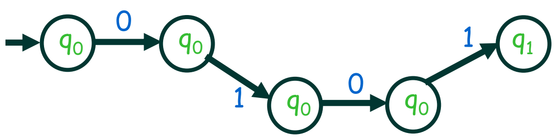
Bem.: Ist ein Nachfolgezustand undefiniert (wie z.B. für $(q_2,0)$), so wird die Eingabe verworfen

Bsp.: Nichtdeterministische Automaten

- **ACHTUNG**: Eine Eingabe kann jetzt auf verschiedene Arten verarbeitet werden

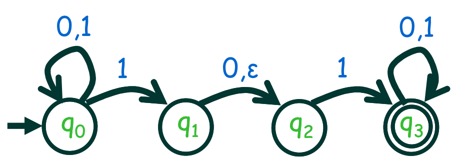


ein Berechnungspfad zur Eingabe w=01011

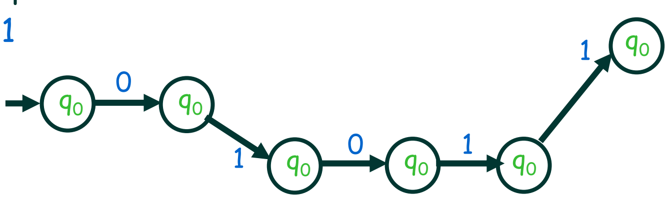


Bsp.: Nichtdeterministische Automaten

- **ACHTUNG**: Eine Eingabe kann jetzt auf verschiedene Arten verarbeitet werden

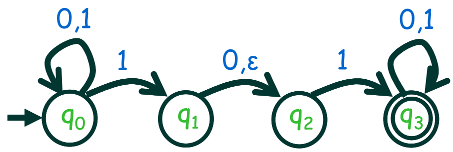


ein Berechnungspfad zur Eingabe w=01011

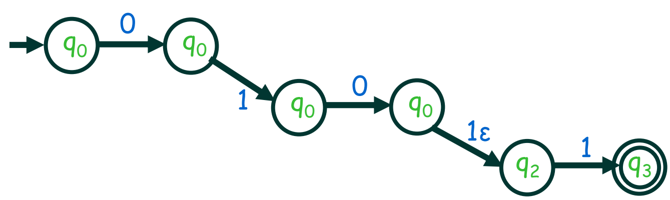


Bsp.: Nichtdeterministische Automaten

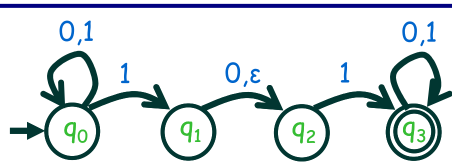
- **ACHTUNG**: Eine Eingabe kann jetzt auf verschiedene Arten verarbeitet werden



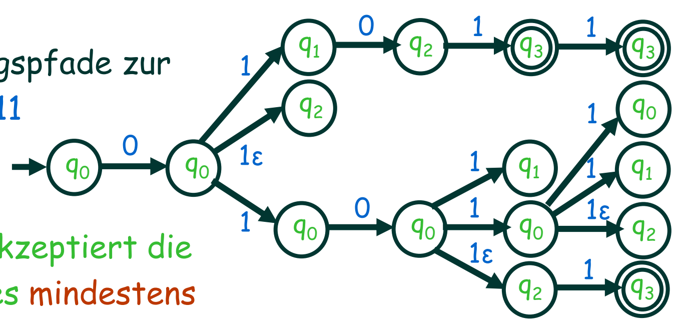
ein Berechnungspfad zur
Eingabe w=01011



Bsp.: Nichtdeterministische Automaten



alle Berechnungspfade zur
Eingabe w=01011



Der Automat akzeptiert die Eingabe, falls es mindestens einen akzeptierenden Berechnungspfad gibt

Nichtdeterministische endliche Automaten

Def.: Ein nichtdeterministischer endlicher Automat A (nea) ist ein 5-Tupel (Q,Σ,δ,q_0,F) mit

- Q endliche Menge von inneren Zuständen
- Σ endliches Alphabet
- $\delta : Q \times \Sigma_\varepsilon \rightarrow 2^Q$ Zustandsüberführungsfunktion
- $q_0 \in Q$ Anfangszustand
- $F \subset Q$ Menge der akzeptierenden Zustände

Bem.: $\Sigma_\varepsilon := \Sigma \cup \{\varepsilon\}$

Akzeptanzkriterium für nea

Def.: Sei $A=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ nea. A akzeptiert $w \in \Sigma^*$, falls $w = x_1 x_2 \ldots x_m \in \Sigma_\varepsilon^*$, und es eine Folge von Zuständen $s_0,s_1,\ldots,s_m$ aus Q gibt, so dass

- $s_0=q_0$
- $s_{i+1} \in \delta(s_i,x_{i+1})$ für $0 \leq i \leq m-1$
- $s_m \in F$

- $L(A) := \{w \in \Sigma^* \mid A \text{ akzeptiert } w\}$

  "die von A akzeptierte Sprache"

- $L \subset \Sigma^*$ heißt nea-Sprache, falls es einen nea A gibt mit $L(A)=L$

Jeder dea "ist" ein nea

Satz: Zu jedem dea D gibt es einen nea N mit $L(D)=L(N)$

Beweis: → *Übung*

Reguläre Sprachen sind nea-Sprachen

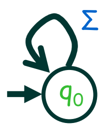
- **Idee**: induktiver "Nachbau" eines regulären Ausdrucks a als nea M_a, so dass $L(a) = L(M_a)$

Sprache $L(a) \subseteq \Sigma^*$ sei beschrieben durch einen regulären Ausdruck a mit n Operationen aus $\{\cup, \circ, *\}$

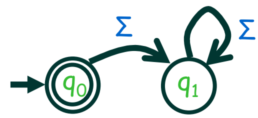
Reguläre Sprachen sind nea-Sprachen

- n=0

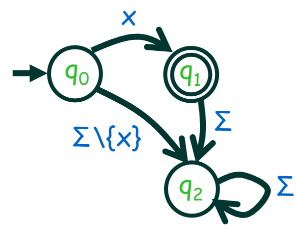
$a = \varepsilon$
$L(a) = \{\}$



$a = \varepsilon$
$L(a) = \{\varepsilon\}$



$a = x$ für $x \in \Sigma$
$L(a) = \{x\}$



Reguläre Sprachen sind nea-Sprachen

- n→n+1
  Sprachen $L(a_1)$, $L(a_2)$cΣ^* seien beschrieben durch je einen regulären Ausdruck a_1, a_2 mit ≤n Operationen aus $\{\cup, \circ, ^*\}$

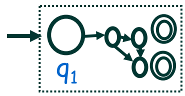
  → Nach Induktionsvoraussetzung gibt es nea M_1, M_2 mit $L(a_1) = L(M_1)$ und $L(a_2) = L(M_2)$, d.h. $L(a_1)$ und $L(a_2)$ sind nea-Sprachen

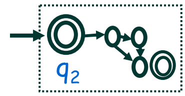
  zu zeigen:
  - $L(a_1) \cup L(a_2)$
  - $L(a_1) \circ L(a_2)$
  - $L(a_1)^*$

  sind nea-Sprachen

Abschlußeigenschaften von nea-Sprachen

$L(M_1) \cup L(M_2)$





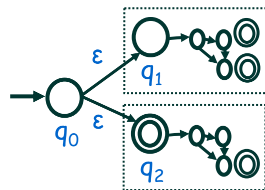
$M_1=(Q_1,\Sigma,\delta_1,q_1,F_1)$ $\quad$ $M_2=(Q_2,\Sigma,\delta_2,q_2,F_2)$

$M := (Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_0\},\Sigma,\delta,q_0,F_1 \cup F_2)$

für $x \in \Sigma_\varepsilon$ $\quad \delta(q,x) := \delta_1(q,x)$ falls $q \in Q_1$

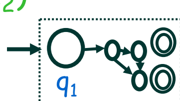
$\delta(q,x) := \delta_2(q,x)$ falls $q \in Q_2$

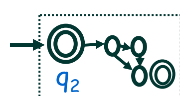
$\delta(q_0,\varepsilon) := \{q_1,q_2\}$



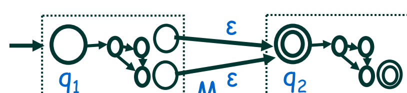
Abschlußeigenschaften von nea-Sprachen

$L(M_1) \circ L(M_2)$





$M_1=(Q_1,\Sigma,\delta_1,q_1,F_1)$ $\quad$ $M_2=(Q_2,\Sigma,\delta_2,q_2,F_2)$



$M := (Q_1 \cup Q_2,\Sigma,\delta,q_1,F_2)$

für $x \in \Sigma_\varepsilon$ $\quad \delta(q,x) := \delta_1(q,x)$ falls $q \in Q_1 \setminus F_1$

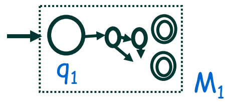
$\delta(q,x) := \delta_1(q,x)$ falls $q \in F_1$ und $x \neq \varepsilon$

$\delta(q,x) := \delta_1(q,x) \cup \{q_2\}$ falls $q \in F_1$ und $x = \varepsilon$

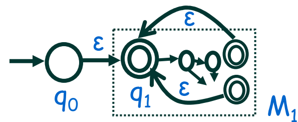
$\delta(q,x) := \delta_2(q,x)$ falls $q \in Q_2$

Abschlußeigenschaften von nea-Sprachen

$L(M_1)^*$



$M_1=(Q_1,\Sigma,\delta_1,q_1,F_1)$



$M := (Q_1 \cup \{q_0\},\Sigma,\delta,q_0,F_1 \cup \{q_0\})$

für $x \in \Sigma_\varepsilon$	$\delta(q,x) := \delta_1(q,x)$	falls $q \in Q_1 \setminus F_1$
	$\delta(q,x) := \delta_1(q,x)$	falls $q \in F_1$ und $x \neq \varepsilon$
	$\delta(q,x) := \delta_1(q,x) \cup \{q_0\}$	falls $q \in F_1$ und $x = \varepsilon$
	$\delta(q,x) := \{q_1\}$	falls $q = q_0$ und $x = \varepsilon$
	$\delta(q,x) := \{\}$	falls $q = q_0$ und $x \neq \varepsilon$

Fazit: Reguläre Sprachen sind nea-Sprachen

Satz: Zu jedem regulären Ausdruck a gibt es einen nea M_a, so dass $L(a) = L(M_a)$

"nea Sprachen sind unter regulären Operationen abgeschlossen"