Grundlagen der theoretischen Informatik, SS 2005 — 7. Übungsblatt

Abgabe bis Montag, 13. Juni 2005, 10:15 Uhr

49. Ist es entscheidbar, ob eine Turingmaschine das leere Wort akzeptiert? Ist es entscheidbar, ob eine Turingmaschine alle Wörter (also Σ^*) akzeptiert?

50. Lösen Sie das Post'sche Korrespondenzproblem über einem einelementigen Alphabet.

51. Lösen Sie das Post'sche Korrespondenzproblem für folgende Eingaben:

    (a) $x_1, \ldots, x_5 = abb, a, bab, baba, aba$; $y_1, \ldots, y_5 = bbab, aa, ab, aa, a$.

    (b) $x_1, \ldots, x_5 = a, baa, abab, aabb, abb$; $y_1, \ldots, y_5 = ab, ba, bbaa, bbba, bba$.

    (c) $x_1, \ldots, x_{10} = d, de, deh, deh, deh, deha, deha, wa, wa, wah$; $y_1, \ldots, y_{10} = add, e, de, d, deha, eh, d, w, wah, wa$; Welches sind die zwei kürzestes Lösungen?

    (d) (zum Tüfteln für alle, denen das Post'sche Korrespondenzproblem zu leicht vorkommt) $x_1, \ldots, x_4 = 001, 01, 01, 10$; $y_1, \ldots, y_4 = 0, 011, 101, 001$.

52. Zeigen Sie, dass es unendlich viele Lösungen gibt, wenn das Post'sche Korrespondenzproblem eine Lösung hat.

53. (a) (5 Punkte) Die algorithmische Reduzierbarkeit zwischen Problemen ist transitive: Aus $A < B$ und $B < C$ folgt $A < C$. Ist sie eine Ordnungsrelation?

    (b) (5 Punkte) Beweisen Sie: Wenn A ein beliebiges entscheidbares Problem ist, so ist es auf das Halteproblem H reduzierbar: $A < H$.

54. Wie kann man jede Turingmaschine *ohne Zeitverlust* durch eine Turingmaschine simulieren, die sich nie über das erste Eingabezeichen nach links hinausbewegt?

55. (5 Punkte) Wenn eine Turingmaschine $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$ ein Wort w in t Schritten akzeptiert und sie dabei nur die ersten s Felder des Bandes besucht und sich nie über das erste Eingabezeichen nach links hinausbewegt, dann ist $t \leq |Q| \cdot s \cdot |\Gamma|^s$.

56. Betrachten Sie die „Fleißige-Biber-Funktion“ für Programme in der Programmiersprache SCHLEIFE aus Aufgabe 1d, eingeschränkt auf Programme, in denen die Schleifenanweisungen höchstens bis zu einer vorgegebenen Tiefe k geschachtelt sind.

    (a) Beweisen Sie, dass diese Funktion berechenbar ist.

    (b) Beweisen Sie, dass diese Funktion für ein festes $k \geq 1$ nicht mit einem SCHLEIFE-Programm der Schachtelungstiefe k berechnet werden kann.

    (c) Was ist die Fleißige-Biber-Funktion für $k = 0$ (Programme ohne Schleife)? Was ist das kürzeste Programm zur Berechnung dieser Funktion?

57. Entwerfen Sie eine kontextsensitive Grammatik für die Sprache $\{ a^n b^n c^n \mid n \geq 1 \}$.

58. Der erste Satz dieser Aufgabe ist ein Beispiel eines grammatikalisch korrekten Satzes. Analysieren Sie diesen Satz gemäß der nachstehenden rudimentären Grammatik:

    S → NG VG, NG → NG Att, NG → Art NG′, NG → NG′, NG′ → Adj NG′, NG′ → N, NG → Pro, Att → NG, Att → Präp NG, VG → V, VG → V Obj, VG → V Pr, VG → VG Erg, Obj → NG, Erg → Präp NG, Pr → Adj, Pr → NG, Adj → Adv Adj.

    (S = Satz, NG = Nominalgruppe, NG′ = Nominalgruppe ohne Artikel, VG = Verbgruppe, Att = Attribut, Art = Artikel, Adj = Adjektiv, Adv = Adverb, N = Hauptwort (Nomen), Pro = Pronomen, Obj = Objekt, Erg = Modalobjekt, Pr = Prädikat.)

    Warum passt der zweite Satz dieser Aufgabe nicht zu dieser Grammatik?