Grundlagen der theoretischen Informatik, SS 2005 — 5. Übungsblatt

Abgabe bis Montag, 23. Mai 2005, 10:15 Uhr

34. (Zusatzaufgabe, 0 Punkte) Tabellenzugriff über Adressen, Simulation eines RAM-Speichers durch eine Turingmaschine.
    Bei Eingabe des Wortes

    $$x = x_1\texttt{\#}y_1 \,\texttt{|}\, x_2\texttt{\#}y_2 \,\texttt{|}\, \dots \,\texttt{|}\, x_n\texttt{\#}y_n \,\texttt{|}\, x_0$$

    mit $n \geq 0$, $x_k, y_k \in \{0,1\}^*$ soll die Ausgabe $x\texttt{\#}y$ berechnet werden. Dabei ist $y = y_i$ für den größten Index $i \leq n$ mit $x_i = x_0$, und $y = 0$, falls kein solches i existiert.

35. (a) Entwerfen Sie eine Turingmaschine, die die Sprache $\{\, 0^n 1^n 0^n \mid n \geq 0 \,\}$ akzeptiert.

    (b) Entwerfen Sie eine Turingmaschine für dieselbe Sprache, die mit dem Bandalphabet $\Gamma = \{0, 1, B\}$ auskommt.
    (Hinweis: Sie können ein größeres Bandalphabet „simulieren“, indem Sie es „binär kodieren“. Dabei wird jeweils eine feste Anzahl von Feldern des Bandes zu einer logischen Einheit zusammengefasst.)

36. Fleißige Biber (siehe auch Aufgabe 1d). Entwerfen Sie eine Turingmaschine mit 2 Zuständen (zusätzlich zum Haltezustand) und dem Bandalphabet $\Gamma = \{1, B\}$, die mit dem leeren Band beginnt, nach endlich vielen Schritten anhält, und dabei eine möglichst lange fortlaufende Folge von Einsen auf das Band schreibt.

37. Eine Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ heißt Schleife-berechenbar, wenn es ein Programm in der Programmiersprache Schleife aus Aufgabe 1 gibt, das bei Eingabe von n in der Variablen `X0` (und mit allen übrigen Variablen auf 0 gesetzt) mit dem Wert $f(n)$ in der Variablen `X0` terminiert.

    Beweisen Sie: Wenn die Funktionen f und g (durch Programme der Länge k_1 und k_2) Schleife-berechenbar sind, dann ist auch die Funktion $f \circ g\colon n \mapsto g(f(n))$ Schleife-berechenbar, und zwar durch ein Programm der Länge $k_1 + k_2$.

38. Überlegen Sie, wie man Schleife-berechenbare Funktionen $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit Java oder Haskell berechnen könnte. Diskutieren Sie, welche Möglichkeiten von Java oder Haskell über die Möglichkeiten der Programmiersprache Schleife wesentlich hinausgehen, sodass man offenbar nicht jedes Java- oder Haskell-Programm zu Berechnung einer Funktion in Schleife übersetzen kann. (Die Objektorientierung gehört nicht zu diesen wesentlichen Möglichkeiten.)

39. (Zusatzaufgabe, 5 Punkte) Wenn die Taste $\boxed{\texttt{-}}$ auf der Tastatur kaputt ist, steht der Befehl `X`i `= X`i `- 1` zum Herunterzählen in der Programmiersprache Schleife nicht zur Verfügung. Wie kann man diesen Befehl durch die übrigen Befehle simulieren?

40. (5 Punkte) Wie kann man für zwei gegebene reguläre Ausdrücke entscheiden, ob sie dieselbe Sprache darstellen? Skizzieren Sie einen Lösungsalgorithmus in groben Zügen. Dabei dürfen Sie Ergebnisse aus der Vorlesung und von anderen Übungsaufgaben verwenden.

41. Beweisen oder widerlegen Sie:

    (a) Das Komplement einer entscheidbaren Sprache ist entscheidbar.
    (b) Die Vereinigung zweier entscheidbarer Sprache ist entscheidbar.
    (c) Das Komplement einer unentscheidbaren Sprache ist unentscheidbar.
    (d) Die Vereinigung zweier unentscheidbarer Sprache ist unentscheidbar.