Graduiertenkollegs

Algorithmische Diskrete Mathematik

Combinatorics, Geometry, Computation

Semesterheft

Sommer 2000

Inhaltsverzeichnis

1 Vorstellung

"Algorithmische Diskrete Mathematik"

Dieses Graduiertenkolleg besteht seit Oktober 1991 am Fachbereich Mathematik und Informatik der Freien Universität und wird von den drei Berliner Universitäten – Freie Universität, Technische Universität und Humboldt-Universität – und dem Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik getragen. Es finanziert sich aus Mitteln der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) und bietet Stipendien zur Promotion für die Dauer von zwei Jahren.

Es nehmen zur Zeit 4 Stipendiaten und 2 Postdoktorandin daran Teils. Die Stipendiaten und Postdoktoranden des letzten Semesters werden sich nachfolgend mit ihren Arbeiten vorstellen. Am Graduiertenkolleg beteiligen sich weiterhin über 30 Doktoranden und Postdoktoranden als assoziierte Studenten. Das Kolleg befindet sich im 3. Jahr der letzten Förderperiode, d.h. es endet im September 2000. Deshalb ist eine Vergabe von Stipendien nicht mehr möglich.

Die Kollegiaten sollen sich ein breites, aktuelles und forschungsorientiertes Wissen innerhalb der algorithmischen diskreten Mathematik, welches über die spezielle Thematik ihrer jeweiligen Dissertation hinausgeht, aneignen. Dies wird durch Förderung der Kommunikation unter den Kollegiaten, durch zahlreiche Seminare im Kolleg sowie rege Kontakte zu international renommierten Wissenschaftlern unterstützt. Zur Verwirklichung finden folgende Veranstaltungen statt:

- Forschungsorientierte Vorlesungen zu Themen aus Kombinatorik, Graphentheorie, Kombinatorischer Optimierung, Codierungstheorie, Graphenalgorithmen, Entwurf und Analyse von Algorithmen, diskreter und algorithmischer Geometrie und ähnlichem;
- Doktorandenseminare zu den Gebieten, welche Vorhaben aller Stipendiaten und assoziierter Mitglieder umfassen;
- Spezialschulen (ein- bis zweimal jährlich) zu aktuellen Themen;
- Kollegsvorlesung und -kolloquium an jedem Montag des Semesters mit Vorlesungen/Vorträgen von Dozenten des Kollegs und Gästen bzw. der Stipendiaten.

Inhaltliche Zielsetzung

Aus den klassischen Gebieten wie Kombinatorik oder Graphentheorie hat sich die Diskrete Mathematik unter Einbeziehung des algorithmischen Standpunktes zu einem Themenkreis entwickelt, der Aspekte der Grundlagen wie auch der angewandten Wissenschaften vereint. Codierungstheorie und Datensicherheit, algorithmische Zahlentheorie und Computer Algebra, algorithmische und diskrete Geometrie sowie Robotik, Netzwerkplanung, Entwurf von Algorithmen - hier leistet die algorithmische diskrete Mathematik wesentliche Beiträge für Anwendungen. Im Zentrum des Graduiertenkollegs stehen Themen, die in integraler Weise Fragen und Methoden aus Mathematik und Informatik verknüpfen - wie z.B. Bewegungsplanung, Mustererkennung, algorithmische Geometrie. Flankiert werden sie durch Grundlagengebiete wie Kombinatorik, Graphentheorie und Graphenalgorithmen, Geometrie, Gruppentheorie und anwendungsorientierte Themen wie Optimierung und Informatik. Gemeinsame Richtschnur ist das Verstärken der Fähigkeit, diskrete Probleme zu modellieren, zu analysieren und effiziente Algorithmen zu ihrer Lösung zu entwickeln.

"Combinatorics, Geometry, and Computation"

Das seit 1. Januar 2000 bestehende neue Europäische Graduiertenkolleg wird auf Berliner Seite im wesentlichen von den gleichen Dozenten getragen. Es wird in Zusammenarbeit mit Partnern aus dem europäischen Ausland gestaltet. Hauptpartner ist eine Gruppe von Dozenten der Departements Informatik und Mathematik der ETH Zürich, die zu diesem Zweck ein ähnliches Doktoranden-Projekt entworfen und Mittel dafür eingeworben hat. Neben Zürich als Hauptpartner nehmen an dem Kolleg noch Arbeitsgruppen der Universiäten in Prag, Budapest, Eindhoven, Poznań, Oxford und Louvain-la-Neuve als assoziierte Partner teil.

Die geplante Dauer des neuen Kollegs beträgt wieder 9 Jahre, wobei die Förderung durch die DFG zunächst für drei Jahre bewilligt ist. Bisher werden 3 Stipendiaten gefördert, insgesamt soll das Kolleg auf 8 Stipendiaten und 2 Postdoktoranden ausgebaut werden. Das Partnerprogramm in Zürich hat etwa die gleiche Größe.

Diskrete Mathematik und theoretische Informatik sind weiterhin Forschungsgebiete des Kollegs. Darüber hinaus wird nun jedoch deutlich mehr Betonung auf geometrische Fragestellungen und auf Anwendungen gelegt. Besonders beim Partner Zürich sind daher auch Dozenten der Anwendungsgebiete geographische Informationssysteme, Computer-Graphik, Computer-Vision und Operations Research beteiligt. Insgesamt ist das Kolleg in die vier Hauptarbeitsgebiete Kombinatorik, Geometrie, Optimierung, sowie Algorithmen und Berechnung gegliedert.

Im neuen Kolleg werden wie im bisherigen wöchentlich GK-Vorlesungen und Kolloquien sowie ein- bis zweimal im Jahr Schulen durchgeführt. Neu hinzu kommen speziell für das Kolleg entwickelte *Blockvorlesungen* für die eigenen Stipendiaten und die der Partnerinstitutionen sowie jährliche Workshops zum Treffen aller beteiligten Partner. Die Stipendiaten halten sich für mindestens ein halbes Jahr ihres Studiums bei einem ausländischen Partner auf, umgekehrt schicken die Partner ihre Stipendiaten für den gleichen Zeitraum nach Berlin. Stipendiaten müssen zudem mindestens in jedem der vier Forschungsgebiete des Kollegs an einer Blockvorlesung teilnehmen.

Doktoranden im Kolleg wird, insbesondere auch durch die Blockvorlesungen und den langfristigen Aufenthalt bei einer Partneruniversität, die Möglichkeit geboten, einen Überblick über all diese Gebiete zu gewinnen. In ihrer Forschung werden sie dadurch Möglichkeiten sehen, die ihnen unbekannt blieben, wenn sie ihre Dissertation in der üblichen Weise innerhalb nur einer Forschungsgruppe erstellen würden.

Kontakte und Informationen

Auskünfte sind über die Koordinatorin der Graduiertenkollegs Montag bis Donnerstag 10.00 – 13.00 Uhr erhältlich. Für interessierte Studenten oder Externe besteht die Möglichkeit, sich in den Informations- und Veranstaltungsverteiler aufnehmen zu lassen.

Koordination/Sekretariat: Bettina Felsner
Tel. (030) 838 75104, Fax: 030-838 75109
E–mail: `bfelsner@inf.fu-berlin.de`

Sprecher der Graduiertenkollegs: Prof. Dr. Helmut Alt
Tel. (030) 838 75160
E–mail: `alt@inf.fu-berlin.de`

Kollegsadresse:
Freie Universität Berlin,
Institut für Informatik,
Takustraße 9, 14195 Berlin

Internet:
`http://www.inf.fu-berlin.de/gk-adm`
`http://www.inf.fu-berlin.de/gk-cgc`

2 Dozenten der Kollegs und ihre Fachgebiete

Prof. Dr. Helmut Alt
Institut für Informatik
Freie Universität Berlin
Takustr. 9, 14195 Berlin
Tel.: 838-75160, E-mail: alt@inf.fu-berlin.de

- Algorithmische Geometrie,
  Geometrische Methoden in der Mustererkennung

Prof. Dr. Martin Aigner
Institut für Mathematik II
Freie Universität Berlin
Arnimallee 3, 14195 Berlin
Tel.: 838-75443, E-mail: aigner@math.fu-berlin.de

- Algorithmische Kombinatorik, Graphentheorie

Prof. Dr. Martin Grötschel
Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik
Takustr. 7, 14195 Berlin
Tel.: 84185-210, E-mail: groetschel@zib.de

- Kombinatorische Optimierung

Prof. Dr. Heinz-Adolf Jung
Fachbereich Mathematik, MA 8–1
Technische Universität Berlin
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25062, E-mail: jung@math.tu-berlin.de

- Graphentheorie

Prof. Dr. Rolf H. Möhring
Fachbereich Mathematik, MA 6–1
Technische Universität Berlin
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-24594, E-mail: moehring@math.tu-berlin.de

- Graphenalgorithmen, Kombinatorische Optimierung

Prof. Dr. Hans Jürgen Prömel
Institut für Informatik
Humboldt-Universität zu Berlin
Unter den Linden 6, 10099 Berlin
Dienstsitz: Rudower Chaussee 5, 12489 Berlin
Tel.: 2093-3188, E-mail: proemel@informatik.hu-berlin.de

- Probabilistische Methoden, Graphenalgorithmen

Prof. Dr. Günter Rote
Institut für Informatik
Freie Universität Berlin
Takustr. 9, 14195 Berlin
Tel.: 838-75150, E-mail: rote@inf.fu-berlin.de

- Rechnerische Geometrie, Kombinatorische Optimierung

Prof. Dr. Ralph-Hardo Schulz
Institut für Mathematik II
Freie Universität Berlin
Arnimallee 3, 14195 Berlin
Tel.: 838-75433, E-mail: schulz@math.fu-berlin.de

- Codierungstheorie, Kombinatorik

Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Fachbereich Mathematik, MA 7–1
Technische Universität Berlin
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25730, E-mail: ziegler@math.tu-berlin.de

- Diskrete Geometrie, Algorithmische Kombinatorik, Kombinatorische Optimierung

3 Dozenten der Partnerinstitutionen

des Europäischen Graduiertenkollegs "Combinatorics, Geometry, and Computation

Eidgenössische Technische Hochschule (ETH) Zürich

Prof. Dr. Komei Fukuda (Dept. Mathematik)
Prof. Dr. Markus Gross (Dept. Informatik)
Prof. Dr. Hans-Jakob Lüthi (Dept. Mathematik)
Prof. Dr. Jürg Nievergelt (Dept. Informatik)
Prof. Dr. Dr. Jürgen Richter-Gebert (Dept. Informatik)
Prof. Dr. Emo Welzl (Dept. Informatik)
Prof. Dr. Peter Widmayer (Dept. Informatik)
Prof. Dr. Bernt Schiele (Dept. Informatik)
Prof. Dr. Luc van Gool (Institut für Kommunikationstechnik)

Karls-Universität Prag

Dr. Jiří Matoušek
Prof. Dr. Jaroslav Nešetřil

Eötvös Loránd Universität, Budapest

Prof. Dr. András Frank

Ungarische Akademie der Wissenschaften

Prof. Dr. Ervin Győri

Technische Universität Eindhoven

Prof. Dr. Jan Karel Lenstra

Adam Mickiewicz Universität Poznań

Prof. Dr. Michal Karónski

Universität Oxford

Prof. Colin McDiarmid
Prof. Dominic J.A. Welsh

Katholische Universität Louvain-la-Neuve

Prof. Dr. Michel Goemans
Prof. Dr. Laurence Wolsey

4 Die Mitglieder der Kollegs

"Algorithmische Diskrete Mathematik"

Andreas Fest
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 6-1
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin;
Tel.: 314-25224, E-mail: fest@math.tu-berlin.de

Laura Heinrich-Litan
Freie Universität Berlin, Institut für Informatik
Takustr. 9, 14195 Berlin, Raum 113
Tel.: 838-75163, E-mail: litan@inf.fu-berlin.de

Michael Naatz
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 6-1
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin, Raum 605,
Tel.: 314-23598, E-mail: naatz@math.tu-berlin.de

Deryk Osthus
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin
(Dienstsitz: Rudower Chaussee 5, 12489 Berlin)
Tel.: 2093-3190, E-mail: osthus@informatik.hu-berlin.de

Irasema Sarmiento, Dr.
Freie Universität Berlin
Fachbereich Mathematik und Informatik, WE 02
Arnimallee 2-6, 14195 Berlin
Tel: 838-75389, E-mail: sarmient@math.fu-berlin.de

Martin Thimm
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin
(Dienstsitz: Rudower Chaussee 5, 12489 Berlin)
Tel.: 2093-3196, E-mail: thimm@informatik.hu-berlin.de

"Combinatorics, Geometry, and Computation"

Vanessa Kääb
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 6-1
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin, Raum MA 613;
Tel.: 314-25735, E-mail: `kaeaeb@math.tu-berlin.de`

Carsten Lange
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 7-1
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin, Raum MA 706;
Tel.: 314-25758, E-mail: `clange@math.tu-berlin.de`

Julian Pfeifle
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 7-1
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin, Raum MA 707;
Tel.: 314-27610, E-mail: `pfeifle@math.tu-berlin.de`

Im letzten Semester ausgeschiedene Stipendiaten

Mark de Longueville
E-mail: `longue@math.tu-berlin.de`

Im letzten Semester abgeschlossene Promotionen

Ekkehard Köhler, 9. Juli 1999
Betreuer: Prof. R.-H. Möhring
Titel der Arbeit: "Graphs without asteroidal triples"

Christian Haase, 17. Januar 2000
Betreuer: Prof. G.M. Ziegler
Titel der Arbeit: "Lattice Polytopes and Triangulations With Applications to Toric Geometry"

Deryk Osthus, April 2000
Betreuer: Prof. H. J. Prömel
Titel der Arbeit: "On the Evolution of Random Discrete Structures"

Zum 10-jährigen Bestehen des Graduiertenkollegs "Algorithmische Diskrete Mathematik" und zum Beginn des Europäischen Graduiertenkollegs "Combinatorics, Geometry, and Computation" findet am

1. Juli 2000

ein Kolloquium mit anschließendem Fest im Lichhof des Instituts für Informatik der FU statt. Die Vortragenden sind

Robert Bixby

und

László Lovász.

Wir laden alle ehemaligen und derzeitigen Mitglieder der beiden Kollegs ein. Nähere Informationen werden zu einem späteren Zeitpunkt ausgegeben.

Internet: `http://www.inf.fu-berlin.de/gk-cgc`

Termine

Sommersemester 2000

Vorlesungsbeginn:	17.04.2000 (TU: 10.04.2000)
Vorlesungsende:	22.07.2000
Vorlesungsfrei:	21. und 24.04.2000 (Ostern)
	01.05.2000
	01.06.2000 (Himmelfahrt)
	12.06.2000 (Pfingsten)

Wintersemester 2000/01

Vorlesungsbeginn:	16.10.2000
Vorlesungsende:	17.02.2001
Vorlesungsfrei:	27.12.1999 - 06.01.2001

5 Kollegsvorlesung und –kolloquium

Von Dozenten und Gästen wird jeden Montag im Semester eine Vorlesung gehalten, die eine Einführung in ein Spezialgebiet aus einem Forschungsbereich der Kollegs gibt. Anschließend, im Kolloquium, werden speziellere Themen behandelt. Häufig vertieft der Kolloquiumsvortrag das Thema der Vorlesung. Vorlesungen und Kolloquien werden durch Aushang an den einzelnen Universitäten (Fachbereiche und Arbeitsgruppen der Dozenten, neben dem Sekretariat in der Takustr. 9, Raum 111) angekündigt. Außerdem werden eine Woche im voraus Termin, Ort und Thema der Veranstaltung über E-mail an interessierte Gruppen oder Einzelpersonen bekanntgegeben. (Interessenten können sich über die Koordinatorin der Kollegs, Bettina Felsner, auf einen Verteiler für das Verschicken der Ankündigungen setzen lassen.)

Vorlesungs- und Kolloquiumsplan der Kollegs

Termin	*VL 14–16*	*Koll 16–17*	*Ort*
8.5.	Aurenhammer, Graz	Haase, TU	FU
15.5.	Möhring, TU	Naatz, TU	TU
22.5.	Buchberger, Innsbruck	S. Felsner, FU	FU
29.5.	Meijer, Kanada	Pfetsch, TU	TU
5.6.	Panconesi, Bologna	Brass, FU	FU
19.6.	Dyer, Leeds	Swanepoel, Pretoria	HU
26.6.	L. Trotter, Cornell	Henk, Magdeburg	TU
10.7.	Mitchell, Stony Brook	Kriesell, Hannover	TU

Die Veranstaltungen finden montags 14.00 – 16.00 Uhr bzw. 16.00 – 17.00 Uhr an wechselnden Orten statt. Die Veranstaltungsorte sind:

(FU) Freie Universität Berlin, Institut für Informatik,
Takustr. 9, Raum 005;

(HU) Humboldt–Universität zu Berlin, Institut für Informatik,
Rudower Chaussee 5, Raum 3.101;

(TU) Technische Universität Berlin, Fachbereich Mathematik,
Str. des 17. Juni 136, Raum MA 042;

Die Kollegsvorlesungen im einzelnen

Montag, 8. Mai 2000 [FU]
Franz Aurenhammer, Technische Universität Graz
Kantenoperationen auf nichtkreuzenden Spannbäumen

Sei S eine Menge von n Punkten in der Ebene. Ein Spannbaum von S ist ein Baum, dessen Knoten die Punkte in S sind und dessen Kanten geradlinige Verbindungen zwischen Punkten sind. Ein Spannbaum heisst nichtkreuzend, wenn sich seine Kanten nicht überkreuzen. Im Vortrag werden Kantenoperationen untersucht, die verschiedene nichtkreuzende Spannbäume von S ineinander überführen. Wir zeigen, dass jeder solche Baum durch $O(n^2)$ verbessernde Kantenbewegungen in den minimalen Spannbaum von S transformiert werden kann, ohne dass Kreuzungen auftreten. Weiters wird gezeigt, dass beliebige nichtkreuzende Spannbäume durch 'stetige' nichtkreuzende Kantenoperationen ineinander transformierbar sind. Beide Ergebnisse stützen sich auf einen allgemeinen Satz über Sequenzen von Spannbäumen, der im Vortrag bewiesen wird.

Montag, 15. Mai 2000 [TU]
R.-H. Möhring, Technische Universität Berlin
AND/OR-Netzwerke, Scheduling und Spiele auf Graphen

Partielle Ordnungen auf einer Menge V können verallgemeinert werden, indem man zusätzlich zu den üblichen Präzedenzbedingungen „$v \in V$ liegt über *allen* Elementen aus $W \subset V$“ (AND-Bedingung) disjunktive Bedingungen der Form „v liegt über *mindestens einem* Element aus W“ (OR-Bedingung) erlaubt. In Analogie zu der Darstellung gewöhnlicher partieller Ordnungen durch gerichtete azyklische Graphen (bzw. Hasse-Diagramme) können diese verallgemeinerten Präzedenzbedingungen durch sogenannte AND/OR-Netzwerke repräsentiert werden, die jedoch nicht mehr notwendigerweise azyklisch sind. Neben Problemen im Scheduling finden solche Netzwerke u.a. bei Spielen auf Graphen, bei Lösung von Satisfizierbarkeitsproblemen (Horn Klauseln) und in der KI (automatisches Beweisen) Anwendung.

Der Vortrag geht auf einige dieser Anwendungen ein und beschreibt Basisalgorithmen auf AND/OR-Netzwerken. Hierzu gehören der Test auf Erfüllbarkeit der AND/OR Bedingungen, die Berechnung der transitiven Hülle und transitiven Reduktion, sowie – im Rahmen des Scheduling – die Berechnung frühester Startzeiten. Während viele dieser Probleme effizient gelöst werden können, ist kein polynomialer Algorithmus für den allgemeinen Fall frühester Startzeiten bekannt, obwohl das zugehörige Entscheidungsproblem in P $\cap$ coNP liegt.

Die vorgestellten Ergebnisse beruhen auf gemeinsamer Arbeit mit Martin Skutella und Frederik Stork.

Montag, 22. Mai 2000 [FU]
Bruno Buchberger, Universität Linz
Computer-Algebra: Das Ende der Mathematik?

Mathematische Software-Systeme wie Mathematica, Maple, Derive etc. basieren wesentlich auf enormen Fortschritten in dem Gebiet der Mathematik, das man "Computer-Algebra" oder "Symbolisches Rechnen" nennt. Faktisch alles, was man in den Gymnasien und in den ersten Semestern der Mathematik-Ausbildung lernt, steht in diesen Systemem heute "auf Knopfdruck" zur Verfügung. Wird Mathematik damit überflüssig? In dem Vortrag wird diese Frage für Nicht-Mathematiker, für Mathematiker bzw. für (zukünftige) Studierende der Mathematik diskutiert. Es werden Konsequenzen für die Zukunft der mathematischen Forschung und Ausbildung und die Anwendungen der Mathematik gezogen.

Montag, 29. Mai 2000 [TU]
Henk Meijer, Qeen's University, Kingston, Canada
Maximum Dispersion and Geometric Maximum Weight Cliques

Consider the problem of selecting a set of locations from a set of feasible positions. If we are interested in minimizing interference between the locations, a natural objective function is the maximization of the average distance between selected points. In this talk we will look at geometric instances of this problem. In particular, we present algorithmic results for the case where the feasible positions are represented by points in d-dimensional space, and distances correspond to rectilinear distances. Problems of this type have been considered before, with the best result being an approximation algorithm with performance ratio 2. In the case where the number of locations to be chosen is fixed, we establish a linear-time algorithm that finds an optimal solution. For the case where the number of locations to be chosen is part of the input, we present polynomial-time algorithms that approximate an optimal solution with performance ratios arbitrarily close to 1.

Montag, 5. Juni 2000 [FU]
Alessandro Panconesi, Universität Bologna
(Thema wird bekannt gegeben.)

Montag, 19. Juni 2000 [HU]
Martin Dyer, University of Leeds
Exact and approximate counting

Exact combinatorial counting problems are most usually #P-hard. Approximation is somewhat easier, but techniques for proving both positive and negative results are limited. We will review work in this area, including a recent attempt to classify the complexity of some approximate counting problems.

Montag, 26. Juni 2000 [TU]
Leslie E. Trotter, Jr., Cornell University, z.Z. Lausanne
(Thema wird bekannt gegeben.)

Montag, 10. Juli 2000 [TU]
Joseph S. B. Mitchell, University at Stony Brook, USA
Geometric Optimal Tour Problems: A Survey and Open Problems

The classic Traveling Salesperson Problem (TSP) asks one to compute a shortest tour (cycle) that visits a given set of sites (nodes) in a network. Many variations on the TSP arise in geometric settings, depending on the objective function, the constraints, and what types of "sites" are to be visited. The Euclidean TSP on a set of point sites can be approximated arbitrarily well, with a "PTAS" (polynomial-time approximation scheme). We survey some of these recent results and sketch the proof of one scheme based on "m-guillotine subdivisions".

The "TSP with Neighborhoods" problem, first studied by Arkin and Hassin, asks that we find a shortest tour that visits a set of (connected) regions, rather than single points. We discuss several versions of this problem and give various polynomial-time approximation algorithms. When visibility constraints are imposed on the tour, we get a family of problems having to do with optimal exploration of a polygon or of a more complex geometric domain. The classical "watchman route" problem falls in this category: Find a shortest tour for a mobile guard to be able to patrol and see all of a given "art gallery". We discuss the state of the art in these questions, their connection to optimal “milling” and “mowing” of regions, and point out a variety of interesting open problems for further research.

This talk is a survey and does not require specialized background.

Die Kolloquiumsvorträge im einzelnen

Montag, 8. Mai 2000 [FU]
Christian Haase, Technische Universität Berlin
Reconstructing Polyhedra — Part I

Wieviel Information über ein Polyeder benötigt man, um den kombinatorischen Typ rekonstruieren zu können?

Diese zentrale Frage der Kombinatorik der Polyeder ist im Fall einfacher Polytope beantwortet: der Graph bestimmt den Seitenverband. Zum Beweis dieser Tatsache gibt es inzwischen eine wunderschöne Konstruktion von Gil Kalai, die aber leider algorithmisch jenseits von gut und böse ist.

Wenn uns also jemand den Graph eines einfachen Polytops gibt, können wir tatsächlich — das heißt vor dem Weltenende — den Seitenverband rekonstruieren? Es würde genügen, die Teilgraphen der Facetten zu identifizieren. Bei 3–Polytopen sind dies genau die nicht–trennenden induzierten Kreise. Micha Perles vermutete, daß in allen Dimensionen die nicht–trennenden $(d-1)$–regulären, $(d-1)$–zusammenhängenden induzierten Untergraphen genau die Facettengraphen sind. Ziel dieses Vortrags ist die Konstruktion eines Gegenbeispiels zur Perles Vermutung.

Bisher müssen wir also Deep Thought noch lange rechnen lassen …

Montag, 15. Mai 2000 [TU]
Michael Naatz, Technische Universität Berlin
Ein Zusammenhangslemma für Graphen

In dem Vortrag geht es um ein Lemma, mit dem sich untere Schranken für die Zusammenhangszahl gewisser Graphen beweisen lassen. Folgende Anwendungen möchte ich vorführen:

- (noch) einen neuen Beweis des Satzes von Balinski.
- einen Satz über die Zusammenhangszahl des Graphen der Basisworte eines Antimatroids.

Der Graph der Basisworte verallgemeinert den Graphen der linearen Erweiterungen, und er hat eine Verbindung zu und/oder-Präzedenzen, die im Scheduling von Interesse sind.

Montag, 22. Mai 2000 [FU]

Stefan Felsner, Freie Universität Berlin

Zeichnen planarer Graphen und Dimension von Polytopen

Ein bekannter Satz von Tutte sagt: Jeder 3-zusammenhängende planare Graph kann so gezeichnet werden, daß alle inneren Länder konvexe Gebiete sind. Wir geben einen Beweis dieses Satzes der auf Schnyder-Baumüberdeckungen beruht und vergleichen die Methode mit anderen Beweisen des Satzes von Tutte. Die über Schnyder-Baumüberdeckungen erstellten Zeichnungen kommen mit ganzzahligen Koordinaten auf dem $(f-1) \times (f-1)$ Gitter aus, wobei f die Anzahl der Länder des Graphen ist.

Die Untersuchungen von Schnyder-Baumüberdeckungen 3-zusammenhängender planarer Graphen ermöglichen auch einen neuen, kürzeren Beweis des Satzes von Brightwell und Trotter über die Ordnungsdimension des Seitenverbandes von 3-Polytopen.

Montag, 29. Mai 2000 [TU]

Marc Pfetsch, Technische Universität Berlin

Reconstructing Polyhedra - Part II

The vertex-facet incidence matrix of a polytope essentially includes all the information about its combinatorics. For instance, its face lattice can easily be computed from this matrix.

The guideline of this talk is the following question: To what extend can we reconstruct the full combinatorics of an unbounded polyhedron?

The following results will be presented:

- Given the vertex-facet incidence matrix of an arbitrary polyhedron P, can it be decided whether P is a polytope or an unbounded polyhedron?

  The answer is "yes" and uses topological methods (Euler characteristic).
- Given the vertex-facet incidence matrix of an unbounded polyhedron P, can we reconstruct its face-lattice?

  The answer in general is of course "no", take a cone for example. But even for polyhedra, which satisfy the property that no facet contains the vertex set of another one, the answer is “no”. For simple polyhedra the answer is “yes”.

- Given a simple, and simplicial polyhedron P, then P is necessarily a simplex or a polygon. (This generalizes a well known result about polytopes.)

This talk presents joint work with Michael Joswig, Volker Kaibel, and Günter Ziegler.

Montag, 5. Juni 2000 [FU]

Peter Brass, Freie Universität Berlin

Kombinatorische Geometrie in der Mustererkennung

In diesem Vortrag soll der Zusammenhang zwischen einigen Extremalproblemen der kombinatorischen Geometrie (etwa: wie oft kann derselbe Abstand unter n Punkten in der Ebene vorkommen?) und algorithmischen Problemen der Punktmustererkennung dargestellt werden. Hier tauchen eine Reihe klassischer Erdős-Probleme in Varianten wieder auf, denn die schwierigen Situationen für die Mustererkennung sind gerade die, in denen Teile des Musters sehr oft in der Punktmenge auftauchen, so daß es viele ‘potentielle Treffer’ gibt, die alle untersucht werden müssen. Dies soll besonders am Problem der Erkennung dreidimensionaler Teilmuster dargestellt werden, für das ich einen neuen Algorithmus angebe. Dieser liefert gleichzeitig eine neue Schranke für die Maximalzahl kongruenter Dreiecke in einer Menge von n Punkten im dreidimensionalen Raum, ein Problem, das Erdős und Purdy 1971 gestellt haben.

Montag, 19. Juni 2000 [HU]

Konrad Swanepoel, University of Pretoria

Helly type theorems for non-convex sets

Helly’s theorem (1913) states that for any finite collection of convex sets in d-dimensional space we can conclude that their intersection is non-empty if we know that the intersection of any $d+1$ of the sets is non-empty. Generalizations exist in various directions, mostly still dealing with convex sets. We survey generalizations applied to non-convex sets and present new results.

Montag, 26. Juni 2000 [TU]
Martin Henk, Universität Magdeburg
Lattice Packings

We give a brief survey on the theory of lattice packings and present some new developments and results in this field. Of particular interest will be an algorithm for computing the density of a densest lattice packing of an arbitrary 3-polytope.

Montag, 10. Juli 2000 [TU]
Matthias Kriesell, Universität Hannover
Hamiltonkreise in Kantengraphen

Der *Kantengraph* eines Graphen G ist der Graph auf der Kantenmenge von G, in dem zwei Ecken genau dann verbunden sind, wenn sie (als Kanten) in G inzidieren. Thomassen hat vermutet, dass jeder endliche 4-zusammenhängende Kantengraph einen Hamilton-Kreis besitzt.

Der Vortrag handelt von älteren und neuen Ergebnissen aus dem Umfeld dieser Vermutung.

Die Berliner und Potsdamer Mathematischen Institute veranstalten im Schlosstheater des Neuen Palais, Potsdam am

Montag, 3. Juli 2000, 14.00 Uhr

Euler–Vorlesung 2000

Prof. Dr. Thomas C. Hales (University of Michigan, USA)

"Cannonballs and Honeycombs: the Proof of the Kepler Conjecture"

In der Einführung spricht Prof. Dr. Rudolf Wille (TU Darmstadt) über "Eulers Speculum Musicum und das Instrument MUTABOR" (Historischer Vortrag)

6 Lehrveranstaltungen im Sommer 2000

6.1 Freie Universität Berlin

Algorithmische Geometrie [Vorlesung]

Dozent: Alt; Vorlesungszeit: Di, Mi 10-12 Uhr, 4-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 005.
Übungen: Alt, Knauer, Zeit und Ort n.V., 2-stündig;

INHALT: Effiziente Algorithmen für geometrische Probleme, z.B. Finden der konvexen Hülle einer Punktmenge, Voronoi-Diagramme, geometrische Datenstrukturen, etwa zum Finden eines Punktes in einer ebenen Unterteilung.

Anwendungen in Computer-Graphik, Muster- und Formerkennung, geographische Informationssysteme, CAD usw.

Computer-Graphik [Vorlesung]

Dozent: Rote; Vorlesungszeit: Mo, Do 10-12 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 055.
Übungen: Rote, Meißner, Zeit und Ort n.V., 2-stündig;

INHALT: Darstellung 3-dimensionaler Szenen im Rechner und deren Abbildung auf dem Bildschirm, Visualisierung wissenschaftlicher und technischer Vorgänge, geometrische Grundlagen; Entfernung verdeckter Kanten und Flächen; Beleuchtung und Schattierung; Erzeugung realistisch erscheinender Bilder durch “aray tracing” und “radiosity”; sonstige Methoden wie Konstruktion von Freiformflächen, Benutzung von Fraktalen usw. In den Übungen theoretische Aufgaben sowie kleinere Programmierprojekte.

Geometrisches Rechnen [Vorlesung]

Dozent: Kortenkamp; Vorlesungszeit: Mi 16-18, Fr 10-12 Uhr, 4-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 055.
Übungen: Zeit und Ort n.V., 1-stündig;

INHALT: Die Vorlesung behandelt die möglichst elegante Formulierung elementarer Operationen, wie sie in der Geometrie und verwandten Gebieten auftreten. Vorgesehene Themen sind u.a.:

- Komplexe Zahlen
- Projektive Geometrie
- Homogene Koordinaten
- Doppelverhältnisse und Determinanten
- Kegelschnitte
- Euklidische/Elliptische/Hyperbolische Geometrie
- Cayley-Klein Geometrien
- Randomisiertes Beweisen
- Dynamische Geometrie
- Orientierungen
- Konvexe Hülle
- Triangulierungen

String Matching Algorithmen: Theorie und Anwendungen

[Vorlesung]

Dozent: Hoffmann; Vorlesungszeit: Di 14-16 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 055.
Übungen: Hoffmann, Kaffanke, Zeit und Ort n.V., 2-stündig;

Der Inhalt dieser Vorlesung ist mit dem Inhalt der Veranstaltung "Seminar über Algorithmen" abgestimmt. Der parallele Besuch beider Veranstaltungen wird empfohlen, ist aber nicht unbedingt erforderlich.

Inhalt: Die Vorlesung behandelt Algorithmen und Datenstrukturen für das exakte und näherungsweise Matching von Strings und verwandte kombinatorische Probleme. Insbesondere eingegangen wird auf die Konstruktion und Verwendung von Suffixbäumen.

Verbindungen zu Anwendungen, speziell in der Molekularbiologie, werden hergestellt.

Diskrete Geometrie [Vorlesung]

Dozent: Braß; Vorlesungszeit: Mo 8-10, Do 16-18Uhr, 4-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 055.
Übungen: Braß, Morawe, Zeit und Ort n.V., 2-stündig;

Inhalt: In der Diskreten Geometrie untersuchen wir Eigenschaften von Punkt- und Geradenmengen, von Polygonen und Polyedern, Packungen, Überdeckungen, Parkettierungen und vieles mehr.

All dieses findet in der anschaulichen euklidischen Ebene und dem Raum statt, vorausgesetzt werden in dieser Veranstaltung nur Geometriekenntnisse auf Schulniveau.

Ganzzahlige Programmierung [Vorlesung]

Dozent: Helmberg; Vorlesungszeit: Di 16-18 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: ZIB, Raum 2006.

INHALT: In vielen Optimierungsproblemen des täglichen Lebens dürfen die Entscheidungsvariablen nur ganzzahlige Werte annehmen (Auftragsplanung, Packungsprobleme, Bestimmung des kürzesten Weges im Straßennetz, Reihenfolgenoptimierung, Fahrzeugeinsatzplanung etc.). Einige der Aufgabenstellungen können in polynomialer Zeit gelöst werden, die meisten Probleme sind jedoch NP-schwer. Die ganzzahlige Programmierung beschäftigt sich mit der Theorie dieses Problems mit dem Ziel, gute Lösungsverfahren von möglichst großer Allgemeinheit zu entwickeln. Die Vorlesung führt in die Theorie ein, bespricht aktuelle Verfahren, und erläutert deren Anwendung an Beispielen aus der Praxis.

Stichworte: Augmentierungsverfahren, ganzzahlige Polyeder, lineare Relaxierung, Schnittebenenverfahren, Komplexität.

Diskrete Optimierung [Seminar]

Dozenten: Felsner, Kaffanke; Veranstaltungszeit: n.V., 2-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9.

INHALT: Im Seminar werden klassische und neuere Arbeiten aus dem Bereich der Netzwerk-Optimierung behandelt. Ausgehend von dem in der Literatur genannten Übersichtsartikel, in dem 42 Anwendungen von Techniken der Netzwerk-Optimierung beschrieben werden, besprechen wir eine Auswahl dieser Anwendungen im Detail. Das Seminar ist als Ergänzung zur Vorlesung Lineare Programmierung geeignet, kann aber auch auf der Basis von Entwurf und Analyse von Algorithmen oder Graphentheorie besucht werden.

Seminar über Algorithmen

Dozenten: Alt, Rote; Veranstaltungszeit: n.V., 2-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9.

Inhalt:

1. Computer-Algebra: u.a. schnelle Fourier-Transformation, schnelle Multiplikation von Zahlen, Polynomen, Matrizen, Resultantenkalkül, Gröbnerbasen.
2. Robustes Rechnen: Behandlung von Rundungsfehlern und numerischer Instabilität insbesondere bei geometrischem Rechnen.

Diplomanden- und Doktorandenseminar

Dozenten: Alt, Rote; Veranstaltungszeit: Di, Do, Fr 12-13 Uhr;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 055.

Inhalt: Vorträge über eigene Forschung und Originalarbeiten aus der Theoretischen Informatik, insbesondere Algorithmen. Die Ankündigungen werden jeweils gesondert gegenüber Raum 111 in der Takustraße 9 ausgehängt. Siehe auch Semesterheft zum Studienschwerpunkt *Effiziente Algorithmen*.

6.2 Humboldt–Universität zu Berlin

Graphen und Algorithmen [Vorlesung]

Dozent: Prömel; Vorlesungszeit: Mo, Mi 11-13 Uhr, 4-stündig;
Veranstaltungsort: Rudower Chaussee 25, Raum 3.101.
Übungen: Taraz, Mi 13-15 Uhr, 2-stündig; Ort: wie VL.
Praktikum: Taraz, Di 15-17 Uhr, 2-stündig; Ort: wie VL.

Inhalt: Die VL setzt den im WS 1999/2000 abgehaltenen Teil 1 fort. Es werden anspruchsvollere Prinzipien der Graphenalgorithmen, insbesondere für NP-schwere Probleme betrachtet, u.a. Approximationsalgorithmen und randomisierte Verfahren. Die VL wird durch Übungen begleitet. Kenntnis des ersten Teils der VL ist wünschenswert, aber nicht notwendig.

Pattern Matching [Seminar]

Dozent: Hougardy; Veranstaltungszeit: Di 9-11 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Rudower Chaussee 25, Raum 4.111.

Inhalt: Wir werden in diesem Proseminar Algorithmen behandeln, die in ihrer einfachsten Form entscheiden, ob ein bestimmtes Wort in einem gegebenen Text vorkommt. Jeder der schon mal mit einem Editor gearbeitet hat oder aber z.B. das UNIX-Kommando 'grep' benutzt hat, hat solche Algorithmen angewendet. Ausgehend von der brute-force Methode zur Lösung dieses Problems, werden wir eine Reihe von effizienteren Algorithmen kennenlernen und zudem auch verallgemeinerte Probleme lösen können, wie z.B. das Suchen nach bestimmten Mustern in Texten.

Bioinformatik [Seminar]

Dozent: Hougardy; Veranstaltungszeit: Di 11-13 Uhr; 2-stündig;
Veranstaltungsort: Rudower Chaussee 25, Raum 4.111.

Inhalt: Die menschliche Erbinformation besteht aus etwa 3 Milliarden Bausteinen, die innerhalb der nächsten 2-3 Jahre vollständig bekannt sein werden. Als großes offenes Problem bleibt dann die Frage nach deren Funktionalität. Eine Antwort hierauf hätte enorme Auswirkungen auf den medizinischen Fortschritt (drug design). Die Bereitstellung effizienter Algorithmen zur Verarbeitung und Analyse der gewaltigen Datenmenge der menschlichen Erbinformation ist Aufgabe der Bioinformatik.

Sicherheit im Internet [Seminar]

Dozent: Giessmann; Veranstaltungszeit: Di 16-18 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Dorotheenstraße 24, Raum 405. Praktikum n.V.;

Inhalt: Im Jahre 1989 wurden vom Computer Emergency Response Team (CERT) lediglich 132 Sicherheitsvorfälle gemeldet, inzwischen sind es einige tausend. Im SE und dem dazugehörigen Praktikum werden die Risiken und die Strategien des Sicherheitsmanagements behandelt. Folgende Themen werden abgesehen von aktuellen Veränderungen behandelt: Zugangsberechtigung, Kommunikationsprotokolle, Risiken durch Internetapplikationen, riskante Informationsdienste, Viren und Trojaner, Firewalls, Risiken durch Kryptoalgorithmen, Sicherheitsstandards.

6.3 Technische Universität Berlin

Graphen- und Netzwerkalgorithmen [Vorlesung]

Dozent: Grötschel; Vorlesungszeit: Di, Mi 16-18 Uhr, 4-stündig;
Veranstaltungsort: Mathematikgebäude TU Berlin, MA 041.
Übungen: Mi. 12-14 Uhr, MA 043;

Inhalt: Viele praxisrelevante Fragestellungen in Wirtschaft, Technik und in anderen Wissenschaften können als Optimierungsprobleme in Graphen modelliert werden. Beispiele, die in der Vorlesung angesprochen werden, kommen aus den Bereichen Telekommunikation, Produktions- und Verkehrsplanung, Informatik, Biologie und Physik.

In dieser Vorlesung werden grundlegende Algorithmen zur Lösung von Problemen in Graphen behandelt. Unter anderem werden Algorithmen vorgestellt und analysiert, die folgende Fragen beantworten: Wie komme ich möglichst schnell von A nach B, wie pumpe ich möglichst viel Wasser durch ein bestehendes Leitungssystem, wie löse ich das Heiratsproblem?

Es werden dabei relevante Teile der Graphentheorie eingeführt sowie wichtige algorithmische Suchtechniken und Grundprinzipien wie Greedy- oder Augmentierungsverfahren. Mit diesen Methoden können die oben genannten Probleme effizient gelöst werden.

Es gibt (natürlich) auch Graphenprobleme, für die noch keine effektiven Lösungsverfahren bekannt sind. Beispiele hierfür sind das Travelling-Salesman und das Stabile-Mengen-Problem. Aber auch die Aufgabe, ein ausfallsicheres Kommunikationsnetzwerk zu entwerfen, gehört dazu. In der Vorlesung wird gezeigt, wie man mit sogenannten primalen und dualen Heuristiken "gute" Lösungen für derartige Probleme finden kann.

Graphentheorie II [Vorlesung]

Dozent: Jung; Vorlesungszeit: Di,Do 10-12 Uhr, 4-stündig;
Veranstaltungsort: Mathematikgebäude TU Berlin, MA 851.

Inhalt: Fortsetzung von Graphentheorie I.
Z.B. Perfektheit, algebarische Methoden.

Online-Optimierung [Vorlesung]

Dozent: Krumke; Vorlesungszeit: Do 10-12 Uhr, 2-stündig; Veranstaltungsort: Mathematikgebäude TU Berlin, MA 541.

Inhalt: Wie soll man einen Aufzug steuern, wenn man keine Informationen über zukünftige Fahraufträge besitzt? Soll man eine Bahncard kaufen, wenn die nächsten Bahnreisen noch unbekannt sind? Was ist eine gute Seitenersetzungsstrategie beim Caching in virtuellen Speichersystemen?

In der klassischem kombinatorischen Optimierung geht man davon aus, daß die

Daten jeder Probleminstanz vollständig gegeben sind. In vielen Fällen modelliert diese Offline-Optimierung jedoch die Situationen aus Anwendungen nur ungenügend. Zahlreiche Problemstellungen in der Praxis sind in natürlicher Weise online: Sie erfordern Entscheidungen, die unmittelbar und ohne Wissen zukünftiger Ereignisse getroffen werden müssen.

Als ein Standardmittel zur Beurteilung von Online-Algorithmen hat sich die kompetitive Analyse durchgesetzt. Dabei vergleicht man den Zielfunktionswert einer vom Online-Algorithmus generierten Lösung mit dem Wert einer optimalen Offline-Lösung. Mit Hilfe der kompetitiven Analyse werden in der Vorlesung Algorithmen zum Caching, Netzwerk-Routing, Scheduling und zu Transportaufgaben untersucht. Auch die Schwächen der kompetitiven Analyse werden aufgezeigt und alternative Analysekonzepte vorgestellt.

Neben der theoretischen Seite werden wir auch die Anwendung der Online-Optimierung in der Praxis, vor allem bei Problemen der innerbetrieblichen Logistik, beleuchten. Bei der Steuerung automatischer Transportsysteme tritt eine Fülle von Online-Problemen auf. Hierbei werden an die Algorithmen oftmals weitere Anforderungen gestellt. So müssen Entscheidungen unter strikten Zeitbeschränkungen gefällt werden (Echtzeit-Anforderungen).
Info: `http://www.zib.de/krumke/Teaching/OnlineSS2000/index.html`

Kombinatorische Mannigfaltigkeiten [Vorlesung]

Dozent: Lutz; Vorlesungszeit: Di 10-12 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Mathematikgebäude TU Berlin, MA 642.

Inhalt: In vielen Gebieten der Mathematik treten Mannigfaltigkeiten auf oft ganz unterschiedliche Weise in Erscheinung, so z.B. als Nullstellenmengen von algebraischen Gleichungen, als (topologische) Gruppen oder in kombinatorischer Beschreibung, beispielsweise als Ränder von Polytopen bei linearen Optimierungsproblemen.

Ziel dieser Vorlesung ist es, einen Überblick über wichtige kombinatorische, topologische und algorithmische Aspekte von (kompakten) Mannigfaltigkeiten zu gewinnen.

Im Einzelnen sollen dabei grundlegende Werkzeuge und Resultate vorgestellt werden, die zum Studium kombinatorischer bzw. triangulierter Mannigfaltigkeiten Verwendung finden. Anhand von vielen Beispielen und deren Konstruktionen sollen Brücken zu mehreren Bereichen der Mathematik geschlagen werden. Hierbei soll u.a. über Färbungen von Flächen, Pseudomannigfaltigkeiten und Designs sowie über Schrankensätze der kombinatorischen Geometrie und algorithmische Erkennungsprobleme gesprochen werden.

Deterministische und Stochastische Scheduling-Probleme [Vorlesung]

Dozent: Möhring; Vorlesungszeit: Mi 14-16 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Mathematikgebäude TU Berlin, MA 141.
Übungen: Do 12-14 Uhr, Raum MA 144, 1-stündig;

Inhalt: Projektplanung mit Netzplänen, Zeitplanung, Zeit-Kosten-Optimierung, Optimierung bei knappen Ressourcen, Auswertung stochastischer Netzpläne, Einbettung in die stochastische dynamische Optimierung.

Triangulierung von Punktmengen und Polyedern [Vorlesung]

Dozent: Rambau; Vorlesungszeit: Mi 10-12 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Mathematikgebäude TU Berlin MA 644.

Inhalt: Triangulierungen von Punktmengen sind wichtige Strukturen der kombinatorischen Geometrie, die auf vielfältige und oftmals überraschende Weise mit anderen Gebieten der Mathematik wie Algebra und Topologie zusammenhängen.

In dieser Vorlesung werden ausgehend von anschaulichen niedrigdimensionalen Fragestellungen in der algorithmischen Geometrie Eigenschaften von ganzen Triangulierungsräumen untersucht. Hier werden wir auch auf erst kürzlich gelöste Probleme der aktuellen Forschung eingehen. Während z.B. in Dimension zwei je zwei Triangulierungen einer gegebenen Punktmenge durch sogenannte Kantenflips ineinander überführt werden können, war die analoge Fragestellung in höheren Dimensionen noch bis vor kurzem offen.

Unseren Weg zur Lösung dieses Problems kreuzen Polytope und Polynome, Halbordnungen und ihre Simplizialkomplexe, Graphen und topologische Räume - sowie natürlich jede Menge geometrische Konstruktionen. Es bietet sich die Gelegenheit, elementare Begriffe aus mehreren Gebieten der Mathematik komprimiert kennenzulernen, die nicht nur im Zusammenhang mit Triangulierungen nützlich sind.

Eine Exkursion über algorithmische Fragestellungen mit Anwendungen im CAD-Bereich komplettiert die Veranstaltung.

Info: `http://www.zib.de/rambau/Teaching/TU_Berlin/SS00/Triangulierungen/`

Topologie für LAK / Algebraische Topologie (LS) [Vorlesung]
Dozent: Wegner, Haase; Vorlesungszeit: Mo, Di 12-14 Uhr, Do 14-16 Uhr;
Veranstaltungsort: Mathematikgebäude TU Berlin MA 301/851/142.

INHALT: Für Topologen sind zwei Objekte gleich, wenn sie (ohne zu schneiden oder zu kleben) ineinander verformt werden können. Das führt zu dem Problem, zwei gegebene Objekte zu unterscheiden. Die algebraische Topologie hat faszinierende Methoden entwickelt, so etwas wie 'die Zahl der Löcher' mathematisch zu fassen. Viele Sätze aus der Analysis lassen sich in dieser Sprache neu formulieren. INFO: `http://www.math.tu-berlin.de/h̃aase`

Diskrete Geometrie: Polytope [Vorlesung]
Dozent: Ziegler; Vorlesungszeit: Di 10-12, Fr 14-16 Uhr, 4-stündig;
Veranstaltungsort: Mathematikgebäude TU Berlin MA 841.
Übungen: n.V. (Do. 10-12 Uhr ?);

INHALT: Diese Vorlesung ist eine Einführung in die diskrete Geometrie. Als "Anschauungsmaterial" erobern wir ein großes, aktives und anwendungsrelevantes Gebiet: die faszinierende Welt der Polytope. Zur Einführung gehört:

- das Studium interessanter Beispiele (3-Polytope, zyklische Polytope, reguläre Polytope, Assoziaeder, 4-Polytope, nicht-rationale Polytope, etc.),
- die Diskussion wichtiger Methoden (Lineare Algebra, graphentheoretische Methoden, Schlegel-Diagramme, Gale-Diagramme, Faserpolytope, usw.),
- eine Übersicht über die wesentlichen Resultate des Gebietes über die Berechnung von Polytopen, Durchmesserschranken, Realisierung und Universalität, Polytope mit wenigen Ecken, etc.), sowie
- eine Auswahl aktiv beforschter offener Fragen und Probleme.

INFO: `http://www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/SoSe00/Polytope/`

Proofs from the Book [Seminar]
Dozent: Fekete; Veranstaltungszeit: wird noch bekannt gegeben;
Veranstaltungsort: Mathematikgebäude TU Berlin.

INHALT: "Schöne Beweise" aus den verschiedensten Bereichen der Mathematik. INFO: `http://www.math.tu-berlin.de/ fekete/prosem.ps.gz`

Lineare Optimierung [Seminar]

Dozent: Möhring; Veranstaltungszeit: Blocktermine im Juni;

Inhalt: Behandelt werden aktuelle wissenschaftliche Veröffentlichungen aus der Linearen und Kombinatorischen Optimierung. Unter anderem werden folgende Themen behandelt:

- Minimierung submodularer Funktion
- LP-basierte Approximationsalgorithmen
- Mehrgüterflüsse
- Schnitte und Zusammenhang in planaren Graphen
- Fast-lineare Minimum Spanning Tree-Algorithmen

Doktoranden- und Diplomanden-Seminar

Dozent: Möhring; Veranstaltungszeit: Di 11-12 Uhr;
Veranstaltungsort: Mathematikgebäude TU Berlin MA 645.

Inhalt: Vorträge von Doktoranden, Diplomanden und Mitarbeitern zu aktuellen Forschungsthemen in der kombinatorischen Optimierung und algorithmischen Graphentheorie.

7 Semesterberichte der Stipendiaten vom Wintersemester 1999/2000

Andreas Fest

Betreuer:	Prof. Dr. Rolf H. Möhring
Arbeitsbereich:	Project-Scheduling
Thema:	Intervallordnungen und Project-Scheduling
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit April 1999

Arbeitsgebiet

In meinem letzten Semesterbericht habe ich dargestellt, wie sich eine IP-Formulierung des ressourcenbeschränkten Project-Scheduling Problems in linear ordering-Variablen δ_{ij} zur Entwicklung eines Branch-and-Cut-Algorithmus nutzen läßt.

Die IP-Formulierung basiert dabei zunächst auf Ungleichungen, die zwei völlig verschiedene Strukturen beschreiben. Die erste Klasse von Ungleichungen beschreibt das Intervallordnungspolytop (siehe [6, 7]). Auch wenn für dieses Polytop bereits einige, zum Teil Facetten definierende Ungleichungen, bekannt sind, so gibt es doch noch keine vollständige Beschreibung des Polytops. Es bestehen jedoch enge Beziehungen zum Partial-Order-Polytop [5] sowie zum Linear-Ordering-Polytop [3, 2]. Insbesondere für das Linear-Ordering-Polytop sind viele (Facetten definierende) Ungleichungen bekannt.

Die zweite Klasse von Ungleichungen beschreibt die Ressourcenbeschränkungen. Dazu werden die Ressourcenbeschränkungen mittels verbotener Mengen dargestellt. Eine Teilmenge F von Jobs heißt verboten, falls die Jobs aufgrund der Ressourcenbeschränkungen nicht gleichzeitig ausgeführt werden können. In jedem zulässigen Schedule muß es also für jede verbotenen Menge F mindestens ein Paar von Jobs geben, das nicht parallel bearbeitet wird. Aus diesen Bedingungen ergibt sich ein System von Set Covering Ungleichungen, für das ebenfalls weitere gültige Ungleichungen bekannt sind [1, 4].

Betrachtet man die bisher genannten Klassen von Ungleichungen, so fällt auf, dass die in einer Scheduling-Instanz gegebenen Job-Dauern und zeitlichen Maximalabstände zwischen Jobs noch nicht berücksichtigt wurden. Ich habe deshalb noch zwei weitere Klassen von Ungleichungen untersucht, Duration-

Ungleichungen und Negative-Cycle-Ungleichungen, die auch diese Daten berücksichtigen. Diese beiden Klassen von Ungleichungen habe ich auch in meinem Kolloquiumsvortrag vorgestellt. Allerdings zeigen sich diese Ungleichungen bei ersten Rechenversuchen als undankbar, da sich die Lösungen der LP-Relaxierungen bei ihrer Verwendung immer weiter von der Ganzzahligkeit entfernen.

In nächster Zeit werde ich deshalb meine Untersuchungen wieder verstärkt auf die ersten beiden Klassen von Ungleichungen konzentrieren. Hierbei interessiere ich mich unter anderem für gültige und Facetten definierende Ungleichungen für den Schnitt des Intervallordnungspolytops und des Set-Covering-Polytops.

CeBIT 2000

Die Arbeitsgruppe um Herrn Möhring stellt auch auf der diesjährigen CeBIT vom 24. Februar bis 1. März 2000 (nun schon zum dritten Mal) ihre Arbeit vor. In Vorbereitung unserer Präsentation habe ich mich an der Entwicklung einer graphischen Benutzerschnittstelle beteiligt, mit der Scheduling-Instanzen komfortabel eingegeben und die Ergebnisse unserer Algorithmen dargestellt werden können.

Aktivitäten

- Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs
- Blockvorlesung *Ausgewählte Kapitel der ganzzahligen Optimierung* von Prof. Martin Grötschel, Sven Krumke und Jörg Rambau am ZIB, 11. bis 24. Oktober 1999
- Vorlesung *Kodierungstheorie* von Volker Kaibel
- Vortrag *Maximizing Parallelism in Resource-Constrained Project Scheduling* im Kolloquium des Graduiertenkollegs, 17. Januar 2000
- 24. Berliner Algorithmentag am 18. Februar 2000
- Betreuung des Stands unserer Arbeitsgruppe auf der CeBIT 2000 in Hanover, 29. Februar und 1. März 2000
- Referee Report für Mathematical Methods of Operations Research
- Lehrauftrag zur Rechnerbetreuung der Vorlesung *Computerorientierte Mathematik I* von Prof. Günter Ziegler

Ausblick

- DONET Spring School on *Computational Combinatorial Optimization* Schloss Dagstuhl, 15. - 19. Mai 2000

Literatur

[1] R. Borndörfer. *Aspects of Set Packing, Partitioning, and Covering.* Dissertation, Technische Universität Berlin, 1998.

[2] P. C. Fishburn. *Induced Binary Probabilities and the Linear Ordering Polytope: A Status Report.* Mathematical Social Sciences 23, Seiten 67–80, 1992

[3] M. Grötschel, M. Jünger, G. Reinelt. *Facets of the Linear Ordering Polytope.* Mathematical Programming 33, Seiten 43–60, 1985

[4] P. Nobili, A. Sassano. *Facets and Lifting Procedures for the Set Covering Polytope.* Mathematical Programming 45, Seiten 111–137, 1989

[5] R. Müller. *On the Parital Order Polytope of a Digraph.* Mathematical Programming 73, Seiten 31–49, 1996

[6] R. Müller und A. S. Schulz. *The Interval Order Polytope of a Digraph.* In E. Balas und J. Clausen (Herausgeber), *Integer Programming and Combinatorial Optimization, 4th International IPCO Conference*, Band 920 von *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 50–64. Springer, 1995.

[7] A. S. Schulz. *Polytops and Scheduling.* Dissertation, Technische Universität Berlin, 1996.

Laura Heinrich-Litan

Betreuer:	Prof. Dr. Helmut Alt
Arbeitsbereich:	Algorithmische Geometrie
Thema:	Nächste-Nachbar-Suche, Externe Algorithmen
Stipendiatin	im Graduiertenkolleg seit April 1999

Arbeitsbericht

Wie schon im vorigen Semester habe ich mich mit Methoden für das Nächste-Nachbar-Problem in einem hochdimensionalen metrischen Raum beschäftigt.

Das-Nächste-Nachbar Problem besteht darin, effiziente Datenstrukturen und Algorithmen zu entwickeln, die zu einer festen Menge von n Punkten $P \subset \mathbb{R}^d$ und einem beliebigen, spezifizierten Anfragepunkt $q \in \mathbb{R}^d$, den oder die nächsten Nachbarn aus P zu q finden. Der Abstand wird meist in einer der Minkowski-Metriken $L_1, L_2, \ldots, L_\infty$ definiert. Das Problem tritt in vielen Anwendungen auf, wie zum Beispiel bei Ähnlichkeitsanfragen in multimedialen Datenbanken, beim Information Retrieval, bei der Mustererkennung, beim Data Mining oder bei der Datenkompression. In diesen Anwendungen ist die Dimension d des Suchraumes sehr groß, sie liegt oft in der Größenordnung von Hunderten bis Tausenden. Eine von vielen Algorithmen benötigte in d exponentielle Suchzeit oder Vorverarbeitungszeit oder ein oft benötigter in d exponentieller Speicherbedarf verbieten sich daher. Im Prinzip konkurrieren diese Algorithmen mit der naiven "brute-force" Methode, die $\Theta(nd)$ Zeit für Minkowski-Metriken kostet, keine Vorverarbeitung und nur Speicherplatz für P benötigt.

Ich habe mich auf das Nächste-Nachbar-Problem im $l_\infty^d = (\mathbb{R}^d, L_\infty)$ Raum konzentriert. In [Hoff98] wurde die *Boxmethode* vorgestellt, die zu einer gegebenen Menge P von n Punkten im $[0,1]^d$ und einem Punkt $q \in [0,1]^d$ den nächsten Nachbarn zu q bezüglich der L_∞ Metrik bestimmt. Die Idee ist, einen Würfel $C_{q,\alpha}$ mit Seitenlänge α um den Anfragepunkt q zu legen, so dass die erwartete Anzahl der Punkte aus $C_{q,\alpha} \cap P$ eine (kleine) Zahl φ ist, die Punkte aus $C_{q,\alpha} \cap P$ zu bestimmen und unter diesen den nächsten Nachbarn zu q zu finden. Falls der Würfel $C_{q,\alpha}$ keine Punkte aus P enthält, wird der nächste Nachbar mit der "brute-force" Methode bestimmt. Die *Boxmethode* hat unter der Voraussetzung, dass die Punkte aus P und der spezifizierte Punkt q gleichverteilt aus $[0,1]^d$ sind, die erwartete Laufzeit $O(\frac{nd}{\ln(n/\varphi)} + n)$, wobei $\varphi \geq \ln \ln n$ erfüllt ist. Ich habe eine Variante der Boxmethode, die *Growing Boxmethode*, untersucht: die erwartete Anzahl der Punkte in $C_{q,\alpha} \cap P$ ist $\varphi \geq 2$; falls der Würfel um q keine Punkte aus P enthält, wird er solange vergrößert, bis der Würfel mindestens einen Punkt aus P enthält. Die Methode benötigt keinen zusätzlichen Speicherplatz und auch keine Vorverarbeitung. Der Algorithmus hat unter der Voraussetzung, dass die Punkte aus P und der spezifizierte Punkt q gleichverteilt aus $[0,1]^d$ sind, die erwartete Laufzeit $O(\frac{nd}{\ln n} + n)$ (mit einer kleinen Konstante in dem O-Term) und ist erwartet schneller als die *Boxmethode*. Die zusätzlichen Kosten für die Berechnung der Seitenlänge(n) α betragen $O(d \ln d)$ für beide Methoden.

Andere Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Ich habe die Laufzeitanalyse der Methoden bei Zugrundelegung von folgenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen erweitert:

- Koordinaten-unabhängige Verteilung : die Koordinaten p_j eines Punktes $p = (p_1, \ldots, p_d) \in [0,1]^d$ sind unabhängig verteilt
- Positiv-beschränkte Verteilung : es existieren Konstanten $0 < C_1 < C_2$, so dass für einen Bereich $S \subset [0,1]^d$ mit Volumen $\mathcal{V}(S)$ folgendes gilt:

  $$C_1 \cdot \mathcal{V}(S) \leq Pr(p \in S) \leq C_2 \cdot \mathcal{V}(S)$$

  wobei p Punkt aus $[0,1]^d$.

k-nächste-Nachbarn- Problem

In vielen Anwendungen werden die k nächsten Nachbarn statt des nächsten Nachbarn zu einem Anfragepunkt gesucht. Die Growing-Boxmethode eignet sich gut dazu, für das k-nächste-Nachbarn-Problem erweitert zu werden: der Würfel $C_{q,\alpha}$ wird um den Anfragepunkt q so ausgewählt, dass die erwartete Anzahl der Punkte aus $P \cap C_{q,\alpha}$ eine Zahl $\varphi = \Theta(k)$, $\varphi \geq k$ ist. Sei m die Anzahl der Punkte aus $P \cap C_{q,\alpha}$. Für den Fall $m = k$ wird der Algorithmus mit der Ausgabe der k nächsten Nachbarn beendet. Falls $m > k$ gilt, werden die k kleinsten Abstände aus $\{||p-q||_\infty : p \in P \cap C_{q,\alpha}\}$ effizient bestimmt (z.B. unter Benutzung des SELECT-Algorithmus zum Finden des k kleinsten Elementes aus einer Menge von m Elementen, siehe [CLR94]) und die entsprechenden k nächsten Nachbarn ausgegeben. Falls $m < k$ gilt, werden die m nächsten Nachbarn ausgegeben und für den weiteren Verlauf des Algorithmus nicht mehr berücksichtigt. Der Würfel wird in Abhängigkeit von der Anzahl $k - m$ der noch zu findenden nächsten Nachbarn vergrößert. Dieser Prozeß wird so lange fortgesetzt, bis die k nächsten Nachbarn gefunden werden. Die Analyse dieses Algorithmus ergab eine $O(\frac{nd}{\ln(n/k)} + n)$ erwartete Laufzeit, wobei $n > k$.

Untere Schranken

Eine interessante Fragestellung ist die Suche nach guten unteren Schranken für die Nächste-Nachbar-Suche (NNS) in einem hochdimensionalen metrischen Raum. In [BOR99] wurden untere Schranken für NNS im $l_p^d = (\mathbb{R}^d, L_p)$ Raum $(1 \leq p < \infty)$ hergeleitet, wobei die Dimension $d \in \omega(\log n) \cap o(n^\epsilon)$ $\forall \epsilon > 0$ erfüllt. Die Autoren untersuchen NNS in dem *cell probe* Modell, das von Yao in [Yao81] als ein abstraktes Datenstrukturen-Modell zum Beweis von unteren Schranken eingeführt wurde. In diesem Modell sind die Daten in einer Datenstruktur gespeichert, die aus m Speicherzellen besteht, wobei jede Zelle jeweils b Bits beinhaltet. Ein anderer Parameter, durch den dieses Modell spezifiziert wird, ist die maximale Anzahl t von Zellen, die man testen muss, um eine (beliebige) Anfrage beantworten zu können. Ziel ist es, Tradeoffs zwischen der Größe m der Datenstruktur und der Anzahl tb von getesteten ('geholten') Bits zu finden. Unter Ausnutzung der Verbindung zwischen dem *cell probe* Modell und der asymmetrischen Kommunikationskomplexität (siehe [KN97]) wurde in [BOR99] gezeigt, dass jeder *cell-probe*-Algorithmus, der eine Nächste-Nachbar-Anfrage mit t getesteten Zellen beantwortet, entweder $2^{\Omega(\log n \log d/t)}$ Zellen oder eine Zellgröße von $\Omega(n^{1-\epsilon}/t)$ benutzt. Eine Folgerung dieses Resultates ist, dass, wenn die Zellgröße $d^{O(1)}$ beträgt und die Anzahl der Zellen polynomiell in n ist, der Algorithmus $\Omega(\log d)$ Zellen testen muss; d.h. $\Omega(d^{O(1)} \cdot \log d)$ Bits werden angeschaut, was eine untere Schranke für die Laufzeit des Algorithmus ergibt. Zukünftig werde ich versuchen, bessere Tradeoffs zwischen der Speichergröße und Laufzeit für NNS zu bestimmen und untere Schranken für den Fall $p = \infty$ (also für die L_∞ Metrik) herzuleiten.

Von Interesse bleibt auch die Entwicklung eines effizienten, externen Algorithmus für das Nächste-Nachbar Problem in hohen Dimensionen.

Aktivitäten

- Besuch der Vorlesungen und Kolloquien des Graduiertenkollegs mit Vortrag über "Nächste Nachbar Suche in Hohen Dimensionen" am 24. Januar 2000
- Teilnahme an der Block-Vorlesung *Ausgewählte Kapitel aus der ganzzahligen Optimierung* von Martin Grötschel, Sven Krumke und Jörg Rambau

- Teilnahme und Vortrag im *Seminar über Algorithmen* von Helmut Alt und Lutz Meißner
- Teilnahme und Vorträge im Mittagsseminar der Theoretischen Informatik der FU
- Gutachter für STACS 2000 und ICALP 2000
- Anfertigung des Artikels "*Least upper bounds for the size of* OBDDs *using symmmetry properties*" von L. Heinrich-Litan und P. Molitor; zu erscheinen in IEEE TRANSACTIONS ON COMPUTERS

Ausblick

- Teilnahme und Vortrag am ADiMMO 2000 in München
- Teilnahme an der Block-Vorlesung *Geometric Algorithms for the Analysis of Shapes and Patterns* von Helmut Alt und Günter Rote (03.-14. April, 2000)

Literatur

[BOR99] A. Borodin, R. Ostrovski and Y. Rabani. Lower bounds for high dimensional nearest neighbor search and related problems. In *Proc. 31st ACM STOC (1999)*, pp. 312-321.

[CLR94] T.H. Cormen, C.E. Leiserson and R.L. Rivest. *Introduction to Algorithms* McGraw-Hill Book Company, 11th printing 1994

[Hoff98] U. Hoffmann. *Exakte L_∞ Nächste-Nachbar-Suche in hohen Dimensionen*, Diplomarbeit, FU Berlin, 1998.

[KN97] E. Kushilevitz and N. Nisan. *Communication Complexity.* Cambridge University Press, 1997.

[Yao81] A.C. Yao. Should tables be sorted ? *J. Assoc. Comput. Mach., 28:615-628, 1981*

Mark de Longueville

Betreuer:	Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Arbeitsbereich:	Topologische Kombinatorik
Thema:	Topologische Methoden im Zusammenhang mit Partitions- und Färbungsproblemen, Topologische Invarianten von Arrangements
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit 1.10.1997

Mein letztes Semester im Graduiertenkolleg habe ich vor allem genutzt, um meine Dissertation fertigzustellen. Ich freue mich, dass der knapp bemessene zeitliche Rahmen ausgereicht hat. Dies ist sicher auch Ergebnis der optimalen Arbeitsbedingungen im Kolleg. Ich möchte mich an dieser Stelle bedanken bei allen, die zu diesen Bedingungen beigetragen haben. Insbesondere bei meinem Betreuer Günter M. Ziegler und der Koordinatorin des Kollegs Bettina Felsner.

Unterraumarrangements

Der Kohomologiering des Komplements eines komplexen Arrangements (eine Familie von endlich vielen Unterräumen des $\mathbb{C}^n$) ist durch seine kombinatorischen Daten – Schnittverband & Dimensionsinformation – eindeutig bestimmt. In Zusammenarbeit mit Carsten A. Schultz ist es im vergangenen Semester gelungen, den ganzzahligen Kohomologiering eines komplexen Arrangements zu beschreiben [LS99]. Hiermit bestätigen wir eine Vermutung von Sergey Yuzvinsky [Yuz98], [Yuz99], der – auf Arbeiten von Corrado De Concini und Claudio Procesi [CP95] basierend – zuvor den rationalen Kohomologiering bestimmt hatte. Darüber hinaus konnten wir zeigen, dass für reelle Arrangements, deren Schnittverband sich bezüglich der Kodimensionen wie ein komplexes Arrangement verhält (sogar allgemeiner für sogenannte (≥ 2)-Arrangements), die Daten Schnittverband, Dimensionsinformation & Orientierung, zur analogen Beschreibung des ganzzahligen Kohomologierings ausreichend sind.

Dieses Resultat konnte unter anderem dazu genutzt werden bislang bekannte Ergebnisse über Arrangements mit geometrischem Schnittverband [Bri73], [OS80], [FZ97], [Yuz99] zu verallgemeinern.

Es sei hier erwähnt, dass unabhängig ähnliche Resultate von Pierre Deligne, Mark Goresky und Robert MacPherson erarbeitet wurden [DGM99], die jedoch auf wesentlich anderen Methoden basieren.

Aktivitäten

- Besuch der Vorlesungen und Kolloquien des Graduiertenkollegs
- Vortrag im Oberseminar "Diskrete Geometrie" über "Ganzzahlige Kohomologie von komplexen Arrangements", 6.8.1999
- Teilnahme an der DMV-Tagung in Mainz, 5.-11.9.1999; Vortrag über "Kohomologieringe von Unterraumarrangements"
- Teilnahme an Martin Grötschels Blockvorlesung "Ausgewählte Kapitel aus der ganzzahligen Optimierung" am Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik, 11.-24.10.1999
- Vortrag im Kolloquium des Graduiertenkollegs mit dem Thema "Die Kohomologieringe von Unterraumarrangements" am 15.11.1999 an der TU Berlin
- Teilnahme am 2. Thüringer Geometrietag in Jena, 3.12.1999; Vortrag über "Nachbarschaftskomplexe stabiler Knesergraphen"
- Fertigstellung der Dissertation "Cohomology Rings of Subspace Arrangements and the Topology of Stable Kneser Graphs"

Literatur

[Bri73] Egbert Brieskorn, *Sur les groupes de tresses*, Séminaire Bourbaki 24e année 1971/72, Lecture Notes in Mathematics **317** (1973), 21–44.

[CP95] Corrado De Concini and Claudio Procesi, *Wonderful models of subspace arrangements*, Selecta Mathematica, New Series **1** (1995), 459–494.

[DGM99] Pierre Deligne, Mark Goresky, and Robert MacPherson, *L'algèbre de cohomologie du complément, dans un espace affine, d'une famille finie de sous-espaces affines*, preprint (1999), 23 pp.

[FZ97] Eva Maria Feichtner and Günter M. Ziegler, *On cohomology algebras of complex subspace arrangements*, Trans. AMS, in print (1997).

[LS99] Mark de Longueville and Carsten A. Schultz, *The cohomology rings of complements of subspace arrangements*, preprint (1999), 29 pp.

[OS80] Peter Orlik and Louis Solomon, *Combinatorics and topology of complements of hyperplanes*, Inventiones math. **56** (1980), 167–189.

[Yuz98] Sergey Yuzvinsky, *Small rational model of subspace complement*, preprint, to appear in Trans.AMS (1998), 30 pp.

[Yuz99] Sergey Yuzvinsky, *Rational model of subspace complement on atomic complex*, preprint, to appear in Belgrade Math. J (1999), 9 pp.

Michael Naatz

Betreuer:	Prof. Dr. Rolf H. Möhring
Arbeitsbereich:	Ordnungstheorie
Thema:	Erweiterungen geordneter Mengen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1998

Arbeitsgebiet

Der Schwerpunkt meiner Arbeit ist der im letzten Bericht erwähnte „unscheinbare Spezialfall“. Die Objekte, um die es geht, habe ich inzwischen aufgrund der engen Verwandtschaft mit linearen Erweiterungen geordneter Mengen auf den Namen „pseudolineare Erweiterungen“ getauft. Obwohl es sich ursprünglich um ein ordnungstheoretisches Konzept handelt, ist die kürzestmögliche Erklärung graphentheoretischer Natur: Es geht, nur leicht vereinfacht gesagt, um azyklische Orientierungen von Graphen, bei denen die Richtungen einiger Kanten vorgegeben sind. Die vielfältigen Verbindungen dieser Objekte zu diversen Problemen in der reinen und der angewandten Mathematik sind in meinem letzten Bericht nachzulesen; dort finden sich auch zusätzliche Literaturverweise.

Ergebnisse

Gray-Codes und Scheduling

Wie im letzten Bericht angekündigt, habe ich einige der oben angesprochenen Brücken zu Anwendungen innerhalb und außerhalb der Mathematik auf ihre Tragfähigkeit untersucht. Dabei ging es zunächst vor allem um Scheduling. Pseudolineare Erweiterungen sind geeignet, eine Vielzahl verschiedener Schedulingprobleme einheitlich zu beschreiben. Das macht sie attraktiv für die Erzeugung zulässiger Lösungen von Schedulingproblemen mittels Gray-Codes. Ein Gray-Code ist eine Liste, in der jedes zu erzeugende Objekt genau einmal vorkommt, und in der der Unterschied von einem Objekt zum nächsten klein ist. Die in diesem Zusammenhang sinnvolle Definition von „klein" ist die Forderung, daß von einer pseudolinearen Erweiterung zur nächsten die Richtungen höchstens zweier Kanten umgekehrt werden dürfen. Allerdings gibt es einen solchen Gray-Code nicht für die pseudolinearen Erweiterungen eines beliebigen gemischten Graphen. Ein entsprechendes Gegenbeispiel auf 20 Ecken habe ich in diesem Semester konstruiert. Es ist aber bekannt [4], dass für den Spezialfall linearer Erweiterungen sich sogar ein Gray-Code konstruieren läßt, der mit nur einer Richtungsänderung auskommt. Die Suche nach hinreichenden Bedingungen, die die Existenz eines Codes für spezielle pseudolineare Erweiterungen garantieren, steht daher mit auf der Tagesordung für das nächste Semester.

Eine Verallgemeinerungsverallgemeinerung...

...könnte man ein anderes Ergebnis nennen, das ich in diesem Semester erzielt habe. Es handelt sich um ein Lemma, mit dessen Hilfe sich untere Schranken für die Zusammenhangszahl von Graphen beweisen lassen. Es ist aus dem Versuch entstanden, den langen und komplizierten Beweis des Hauptsatzes aus [3] durch etwas Eleganteres zu ersetzen. Das Lemma ist eine Verallgemeinerung eines Ergebnisses von Barnette [2], das wiederum den bekannten Satz von Balinski [1] verallgemeinert. Die Anwendungsmöglichkeiten des neuen Ergebnisses scheinen jedoch über den geometrisch–topologischen Kontext der Sätze von Barnette und Balinski und auch über den Graphen der linearen Erweiterungen hinauszugehen.

Aktivitäten

- Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs
- Blockveranstaltung *Ausgewählte Kapitel der ganzzahligen Optimierung* am ZIB, 11. bis 24. Oktober 1999
- Vortrag *The Graph of Linear Extensions of a Poset* bei der ORDAL '99 in Montpellier, 25. bis 27. August 1999
- Sommerschule *Scheduling and Combinatorial Optimization* des Graduiertenkollegs in Chorin, 19. bis 23. September 1999

Ausblick

- Vortrag beim ADiMMO 2000 in München, 30./31. März 2000

Literatur

[1] M. L. Balinski, *On the graph structure of convex polyhedra in n-space*, Pac. J. Math., 11 (1961), 431–434.

[2] D. Barnette, *Graph theorems for manifolds*, Isr. J. Math., 16 (1973), 62–72.

[3] M. Naatz, *The graph of linear extensions revisited*, eingereicht.

[4] G. Pruesse and F. Ruskey, *Generating linear extensions fast*, SIAM J. Comput., 23 (1994), 373–386.

Deryk Osthus

Betreuer:	Prof. Dr. Hans Jürgen Prömel
Arbeitsbereich:	Zufällige Diskrete Strukturen
Thema:	Evolutionsprozesse
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1997

Mitte Februar habe ich meine Dissertation [3] eingereicht (die im Wesentlichen aus den Arbeiten [1, 2, 4, 5] besteht). Deshalb möchte ich an dieser Stelle noch einmal die Fragestellungen und Ergebnisse kurz zusammenfassen.

Inhalt der Dissertation ist die Untersuchung der Evolutionsprozesse zufälliger diskreter Strukturen. Dieses Forschungsgebiet wurde 1959 von Erdős und Rényi begründet. Eine wesentliche Motivation war dabei die Frage nach *typischen Eigenschaften*: im klassischen „worst case“ Ansatz möchte man wissen, ob *alle* Elemente einer Klasse eine gewünschte Eigenschaft haben. In vielen Fällen reicht es jedoch zu wissen, ob zumindest die *meisten Elemente* einer Klasse diese Eigenschaft haben.

Es stellt sich heraus, dass ein enger Zusammenhang zwischen dieser Fragestellung und dem typischen Ablauf von Evolutionsprozessen besteht. Solche Evolutionsprozesse lassen sich üblicherweise wie folgt beschreiben. Anfangs beginnt man mit einer sehr einfachen Struktur (z.B. dem Graphen auf n Ecken, der keine Kanten hat) und einer Menge von „Bausteinen“ (z.B. der Kantenmenge des vollständigen Graphen auf n Ecken). Mit zunehmender Zeit werden zufällig mehr und mehr Bausteine eingefügt. Dabei stellt sich folgende grundlegende Frage:

Wie sieht zu einem gegebenen Zeitpunkt die durch den Prozess erzeugte Struktur mit hoher Wahrscheinlichkeit aus?

Eine sehr wichtige Eigenschaft solcher Evolutionsprozesse ist die Existenz von so genannten *Schwellenwerten* oder *Phasenübergängen*: für viele Eigenschaften gibt es einen kritischen Zeitpunkt, so dass es kurz vorher sehr unwahrscheinlich ist, dass die erzeugte Struktur diese Eigenschaft hat, während sie kurz danach die Eigenschaft mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit besitzt.

Zufällige Greedy-Algorithmen und extremale Ergebnisse

Es wird folgender zufälliger Greedy-Algorithmus untersucht, der für einen gegebenen Graphen H einen zufälligen H-freien Graphen erzeugt: ausgehend vom leeren Graphen auf n Ecken, fügt man in zufälliger Reihenfolge nacheinander Kanten hinzu, wobei jede Kante jedoch nur dann hinzugefügt wird, wenn dadurch keine Kopie von H entsteht. Der Prozess ist beendet, wenn keine Kante mehr eingefügt werden kann, ohne eine Kopie von H zu erzeugen. Im Allgemeinen ist nicht klar, wie der dabei entstandene Graph mit hoher Wahrscheinlichkeit aussieht.

Das erste Ergebnis zu dieser Frage stammt von Ruciński und Wormald, die 1992 die Frage für den Fall lösten, dass H ein Stern ist. Für den Fall, dass H ein Dreieck ist, konnten sowohl Erdős, Suen und Winkler als auch Spencer

1995 beweisen, dass die Kantenzahl am Ende des Prozesses ungefähr bei $n^{3/2}$ liegt.

In [5] haben wir gezeigt, dass zum Beispiel für den Fall $H = K_s$ der durch den Prozess konstruierte Graph zunächst fast genau so schnell wächst wie ein gewöhnlicher zufälliger Graph (wenn man keine Kanten verbietet), nach einem bestimmten kritischen Zeitpunkt aber das Wachstum plötzlich stark nachlässt. Die Anzahl Kanten am Ende des Prozesses liegt dabei fast sicher ungefähr bei $n^{2s/(s+1)}$. Dies beantwortet eine Frage von Erdős, Suen und Winkler. Die Beweismethoden lassen sich auch auf eine größere Graphenklasse übertragen, die zum Beispiel Kreise und Hyperwürfel enthält. Der Spezialfall, dass der verbotene Graph ein Kreis der Länge vier oder ein vollständiger Graph auf vier Ecken ist, wurde zur gleichen Zeit unabhängig von uns auch von Bollobás und Riordan gelöst.

Mit ähnlichen, aber einfacheren Methoden wird auch die Existenz von Graphen bewiesen, die keinen Kreis der Länge höchstens ℓ enthalten, aber dennoch sehr hohe chromatische Zahl haben. Dabei wird für $\ell > 3$ die bisherige Schranke von Erdős verbessert.

Die Evolution zufälliger dreiecksfreier Graphen

Inzwischen kennt man die Struktur eines zufälligen Graphen mit n Ecken und m Kanten sehr genau. Anders sieht es dagegen aus, wenn man für einen gegebenen Graphen H die Klasse aller H-freien Graphen mit n Ecken und m Kanten betrachtet und nach dessen typischen Eigenschaften fragt – hier helfen auch die Erkenntnisse über den oben erwähnten Greedy-Prozess nicht weiter.

Für dreiecksfreie Graphen zeigten Prömel und Steger 1996, dass hier ein doppelter Phasenübergang auftritt: Es sei $\mathcal{T}(n,m)$ die Menge aller dreiecksfreien Graphen mit n Ecken und m Kanten. Wenn $m/n \to 0$ oder m etwas größer als $n^{7/4} \log n$ ist, dann sind fast alle Graphen in $\mathcal{T}(n,m)$ bipartit, wenn aber m zwischen n und $n^{3/2}$ liegt, dann ist fast kein Graph in $\mathcal{T}(n,m)$ bipartit. Sie vermuteten, dass der Übergang vom Nichtbipartiten zum Bipartiten schon in der Nähe von $m = n^{3/2}$ stattfindet. Łuczak bewies 1998 eine „approximative" Version der obigen Vermutung. Er zeigte nämlich, dass fast alle Graphen in $\mathcal{T}(n,m)$ durch das Entfernen von nur sehr wenigen Kanten bipartit gemacht werden können, sobald m etwas größer als $n^{3/2}$ ist.

In [4] wird nun bewiesen, dass der Übergang zur bipartiten Phase kurz danach stattfindet. Dabei wird der Zeitpunkt des Übergangs genau bestimmt.

(Die Größenordnung dieses Zeitpunkts wurde zur gleichen Zeit unabhängig von Steger bestimmt.) Für $m \geq (1+\varepsilon)t$ ermöglicht dies die genaue asymptotische Bestimmung der Anzahl Graphen in $\mathcal{T}(n, m)$. Für ungerades ℓ werden analoge Ergebnisse auch für die Klasse der Graphen ohne ungerade Kreise der Länge ℓ bewiesen.

Zufällige Mengen

Es sei $\mathcal{P}(n)$ die Menge aller Teilmengen der ersten n natürlichen Zahlen. Eine zufällige Teilmenge $\mathcal{P}(n, p)$ von $\mathcal{P}(n)$ erhält man, indem man jedes Element von $\mathcal{P}(n)$ mit Wahrscheinlichkeit p in $\mathcal{P}(n, p)$ einfügt. Ordnet man die Elemente von $\mathcal{P}(n, p)$ durch Inklusion, dann erhält man eine partiell geordnete Menge. Dieses Modell wurde zuerst 1961 von Rényi betrachtet. Man möchte nun wissen, wie sich $\mathcal{P}(n, p)$ entwickelt, wenn man $p = p(n)$ zunächst auf null setzt und dann immer weiter wachsen lässt.

Wichtige Parameter von $\mathcal{P}(n, p)$ sind deren *Länge* und *Breite*. Hierbei ist die Länge die maximale Kardinalität einer Menge von paarweise vergleichbaren Elementen in $\mathcal{P}(n, p)$ minus eins, und die Breite die maximale Kardinalität einer Antikette (einer Menge von paarweise unvergleichbaren Elementen) in $\mathcal{P}(n, p)$.

Die Länge von $\mathcal{P}(n)$ ist natürlich n, während der klassische Satz von Sperner besagt, dass die $\lfloor n/2 \rfloor$-elementigen Mengen in $\mathcal{P}(n)$ eine maximale Antikette bilden und somit die Breite von $\mathcal{P}(n)$ genau $\binom{n}{\lfloor n/2 \rfloor}$ ist. Offensichtlich gelten diese oberen Schranken auch für jede Untermenge von $\mathcal{P}(n)$. Für „typische“ (also zufällige) Untermengen lässt sich jedoch viel mehr beweisen. So wird in [1] und [2] für jedes p die ungefähre Länge und Breite von $\mathcal{P}(n, p)$ bestimmt. Insbesondere ergibt sich dabei für genügend großes p eine probabilistische Variante des Satzes von Sperner (die eine Frage von Kohayakawa und Kreuter beantwortet).

Aktivitäten

- Mitbetreuung zweier Diplomanden
- Forschungsseminar „Algorithmen und Komplexität“ an der HU (mit Vortrag über „Die Evolution und asymptotische Struktur dreiecksfreier Graphen“)

- Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs (mit Vortrag über „Die Evolution dreiecksfreier Graphen")
- Konferenz „Random Structures and Algorithms" vom 2.8. bis 6.8.99 in Poznań (mit Vortrag über „Random maximal H-free graphs")

Ausblick

- ADiMMO-Workshop am 30. und 31.3.2000 in München (mit Vortrag über „Evolutionsprozesse zufälliger Graphen")

Literatur

[1] Y. Kohayakawa, B. Kreuter and D. Osthus, The length of random subsets of Boolean lattices, *Random Structures and Algorithms*, to appear.

[2] D. Osthus, Maximum antichains in random subsets of a finite set, *Journal of Combinatorial Theory, Series A*, to appear.

[3] D. Osthus, *On the evolution of random discrete structures*, Dissertation, Institut für Informatik, Humboldt-Universität zu Berlin, 2000.

[4] D. Osthus, H.J. Prömel and A. Taraz, On the evolution of triangle-free graphs, submitted, 1999.

[5] D. Osthus and A. Taraz, Random maximal H-free graphs, submitted, 1999.

Dr. Irasema Sarmiento

Arbeitsbereich:	Combinatorics
Thema:	The Penrose polynomial
Postdoktorandin	im Graduiertenkolleg seit Dezember 1998

Arbeitsgebiet und Ergebnisse

The now called Penrose polynomial has its origins in the work of Penrose on graph colourings ([P71]). It is strongly related to the 4-Colour Theorem (4-CT for short). The Penrose polynomial of a graph G is denoted by $P(G, x)$. The

4-CT is true if $P(G,\lambda)$ is greater than zero for all bridgeless plane graphs, where λ is equal to $-2, 3$ or 4. The Penrose polynomial is also strongly related to the Tutte and the transition polynomial.

Let λ be a positive integer and let G be a plane graph. We present an interpretation of $P(G,-\lambda)$ in terms of colourings of the medial graph of G. It is based on the Hopf algebra of graphs and the homomorphism of Hopf algebras constructed the previous semester. The above mentioned results togheter with their proofs are included in our paper "Hopf algebras and the Penrose polynomial"(recently submitted for its publication).

We have also obtained some other results concerning colourings of graphs. Let G be any plane graph and let G' be its medial graph. By $B(\lambda)$ we denote the number of admissible λ-valuations of G' with exactly λ colours. Let t be any positive integer greater than or equal to 3. If G is t-regular and has $r \geq 8$ regions, then $B(r-1) > B(r)$.

There are three equivalent ways of defining the Penrose polynomial of a plane graph. Namely, algebraic, geometric and trough the transition polynomial of its medial graph ([J88b], [A97a]). It is possible to generilize in a natural way the algebraic definition to binary matroids. At the moment I am working in a generalization of the Penrose polynomial to $GF(q)$-representable matroids.

Aktivitäten

1. I have presented a talk entitled "Hopf algebras and the Penrose polynomial" at the VI italian conference on algebraic combinatorics, Maratea, Italy, 5-10 October 1999.
2. I have presented a talk entitled "The Penrose polynomial for binary matroids", at the seminar of Prof. Aigner's group, Berlin, 9 November 1999.
3. I have been invited to Paris, France to work with Prof. Crapo, 22-29 November 1999.
4. I have presented a talk entitled "Hopf algebras and the Penrose polynomial" at the seminar of Discrete Mathematics at the C.A.M.S., Paris, France, 23 November 1999.
5. I have presented a talk entitled "Hopf algebras and the Penrose polynomial" at the seminar of the Graduate Program on Algorithmic Discrete

Mathematics, Berlin, 10 November 1999.

6. I have presented a talk entitled “Hopf algebras and the Penrose polynomial” at the algebra seminar, University of Bologna, Italy, 9 February 2000.

Literatur

[A84] M. Aigner, Graphentheorie-eine Entwicklung aus dem 4-Farben Problem, Teubner (1984).

[A97a] M. Aigner, The Penrose Polynomial of a Plane Graph, Math. Ann. 307 (1997), 173-189.

[A97b] **M. Aigner**, *Combinatorial theory*, Springer-Verlag, 1997.

[AH89] K. Appel, W. Haken, Every planar map is four-colorable, A.M.S. Contemporary Math. 98 (1989).

[B98] A. Bouchet, Multimatroids II, Electronic J. Combinatorics 5 (1998), R8.

[BO92] T. H. Brylawski, J. G. Oxley, The Tutte polynomial and its applications, In: Matroid Applications (White, ed.) Cambridge Univ. Press, Cambridge, U.K. (1992), 123-225.

[E98] J. A. Ellis-Monaghan, New Results for the Martin Polynomial, J. Combinatorial Theory B 74 (1998), 326-352.

[J88a] F. Jaeger, On Tutte polynomial and cycles of plane graphs, J. Combinatorial Theory B 44 (1988), 127-146.

[J88b] F. Jaeger, On the Penrose number of cubic diagrams, Discrete Math. 74, (1988), 85-97.

[J90] F. Jaeger, On Transition polynomials of 4-regular graphs, In: Cycles and Rays (Hahn et al, eds.) Kluwer, (1990), 123-150.

[R79] S. A. Joni, G. C. Rota, Coalgebras and Bialgebras in Combinatorics, Studies in Applied Mathematics, 61, North-Holland, New York (1979), 93-139.

[Ox92] J. G. Oxley, Matroid theory, Oxford University Press, 1992.

[P71] R. Penrose, Applications on negative dimensional tensors, In: Combinatorial Mathematics and its Applications (Welsh, ed.) Academic Press, (1971), 221-244.

[RSST] N. Robertson, D. P. Sanders, P. Seymour, R. Thomas, The four-color theorem, to appear.

[S87] W. R. Schmitt, Antipodes and Incidence Coalgebras, J. Combinatorial Theory A 46 (1987), 264-290.

[S94] W. R. Schmitt, Incidence Hopf algebras, J. of Pure and Applied Algebra 96 (1994), 299-330.

[S95] W. R. Schmitt, Hopf algebra methods in graph theory, J. of Pure and Applied Algebra 101 (1995), 77-90.

[St73] R. P. Stanley, Acyclic orientations of graphs, Discrete Math. 5 (1973), 171-178.

[Sw69] M. E. Sweedler, Hopf algebras, Benjamin, New York, N. Y., U. S. A. (1969).

[W93] D. J. A. Welsh, Complexity: Knots, Colorings, and Counting, London Math. Soc. Lecture Notes Series 186, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U.K. (1993).

Martin Thimm

Name:	Martin Thimm
Betreuer:	Prof. Dr. Hans Jürgen Prömel
Arbeitsbereich:	Approximationsalgorithmen und Nichtapproximierbarkeit
Thema:	(Arbeitstitel) Grenzen der Approximierbarkeit
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit April 1999

Arbeitsgebiet

Approximation und Nichtapproximierbarkeit bilden weiter den Rahmen für meine Arbeit.

Im Ausblick des letzten Berichtes hatte ich angekündigt, Ideen und Fragen, die sich in der ersten Phase der Beschäftigung mit dem Übergang von Approximierbarkeit zu Nichtapproximierbarkeit ergaben, an konkreten Problemen zu untersuchen. Vom *MAX–3–NAE–SAT*–Problem kam ich so zum *MAXCUT*–Problem, dem Finden eines maximalen Schnittes in einem Graphen G.

Diese beiden Probleme sind sehr ähnlich, wobei das zweite für mich den Vorteil hat, dass es einerseits noch besser für die Art von Algorithmus, den ich für das erste entwickelt hatte, geeignet scheint, andererseits wesentlich ausführlicher in der Literatur untersucht ist. Zum einen aus theoretischem Interesse: Die bahnbrechende Arbeit von Goemans und Williamson [1] hat nach fast 20 Jahren der Suche nach besseren Approximationsalgorithmen für das *MAXCUT*–Problem substantielle Verbesserungen erbracht. Die erstmalige Verwendung von Methoden der semidefiniten Programmierung zum Design von Approximationsalgorithmen hat in kurzer Zeit auch für eine Reihe weiterer Probleme neue, bessere Resultate geliefert, z.B. [2]. Zum anderen tritt das *MAXCUT*–Problem in vielen Anwendungen auf, z.B. im VLSI–Design und in der statistischen Physik [3].

Ein Approximationsalgorithmus für das *MAXCUT*–Problem

Die leitende Idee des Algorithmus ist es, lokale Änderungen, d.h. hier, ein Knoten des Graphen wird auf eine Seite der Partition der Knotenmenge festgelegt, so vorzunehmen, dass ihre globalen Effekte möglichst gut zu kontrollieren sind. Schrittweise werden die Knoten auf die beiden Seiten verteilt, ausgehend von ihrer aktuellen „Wunschposition“, die sich ermittelt, indem jede Kante sich ihre beiden Endpunkte in verschiedenen Seiten der Partition „wünscht“und so ein stabiler Zustand erreicht wird. Dieser Wunschzustand errechnet sich als die Lösung eines linearen Gleichungssystems. Dieses ist gleich dem Gradienten der Funktion

$$f(x) = x^T A(1-x) + x^T B(1-x) + c^T x, \tag{1}$$

wobei A der Anteil der Adjazenzmatrix von G ist, der den noch nicht festgelegten Knoten entspricht, B eine Diagonalmatrix mit $b_{ii} = \sum a_{ij}$ ist und c von den bereits festgelegten Knoten stammt. Der erste Summand berechnet den Wert eines Schnittes, der zweite verhindert, dass $x_i < 0$ oder $x_i > 1$ wenn wir f maximieren und verschwindet für $x \in \{0, 1\}^n$.

Zur Zeit untersuche ich mehrere Varianten des Algorithmus, die sich in der Wahl des Kriteriums für den nächsten festzulegenden Knoten unterscheiden.

Empirische Ergebnisse auf großen zufälligen Instanzen lieferten sehr gute Ergebnisse, die andere Vergleichsdaten z.T. erheblich übertrafen [4].

Aktivitäten

- Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs.
- Vortrag im Kolloquium des Graduiertenkollegs mit dem Titel „Ein Approximationsalgorithmus für *MAXCUT* und *MAX*–3–*NAE*–*SAT*“.
- Forschungsseminar „Algorithmen und Komplexität“ an der HU mit einem Vortrag „Ein Approximationsalgorithmus für orthogonale dreidimensionale Packungsprobleme“.
- Teilnahme an der Sommerschule „Scheduling and Combinatorial Optimization“des Graduiertenkollegs in Chorin.
- Teilnahme am DFG–Seminar „Das Wissen der Forschung – verständlich für Laien“.

Ausblick

Wichtigste weitere Ziele sind es nun, das Verhalten des Algorithmus auf nicht zufälligen, hochstrukturierten Instanzen zu studieren, um weitere Einsicht zu gewinnen, welches seine Grenzen sind, um schließlich Aussagen über das worst-case Verhalten angreifen zu können.

Literatur

[1] M.X. Goemans, D.P. Williamson, *Improved approximation algorithms for maximum cut an satisfiability problems using semidefinite programming*, Journal of the ACM, pp.1115-1145,42, 1995.

[2] D. Karger, R. Motwani, M. Sudan, *Approximate graph coloring by semidefinite programming*, Proceedings of the 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, pp. 2–13, 1994.

[3] S. Poljak, Z. Tuza, *The max-cut problem – a survey*, W. Cook, L. Lovász, P. Seymour, editors, Special Year on Combinatorial Optimization, DIMACS series in Discrete Mathematics an Theoretical Computer Science, Vol.20, 1995.

[4] S. Burer, R.D.C. Monteiro, *An Efficient Algorithm for Solving the MAXCUT SDP Relaxation*, Manuscript, School of ISyE, Georgia Tech, Atlanta, GA 30332, USA, December, 1998.