Freie Universität Berlin, Fachbereich Mathematik und Informatik
Takustr. 9, 14195 Berlin–Dahlem
Tel. (030) 838 75104

Graduiertenkolleg

Algorithmische Diskrete Mathematik

Semesterheft

Winter 1997/98

Inhaltsverzeichnis

1 Vorstellung

Das Graduiertenkolleg "Algorithmische Diskrete Mathematik" besteht seit Oktober 1991 am Fachbereich Mathematik und Informatik der Freien Universität und wird von den drei Berliner Universitäten – Freie Universität, Technische Universität und Humboldt-Universität – und dem Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik getragen. Es finanziert sich aus Mitteln der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) und bietet ein Stipendium zur Promotion für die Dauer von zwei Jahren.

Es nehmen zur Zeit 13 Stipendiaten daran teil. Die Stipendiaten und Postdoktoranden des letzten Semesters werden sich nachfolgend mit ihren Arbeiten vorstellen. Am Graduiertenkolleg beteiligen sich weiterhin über 40 Doktoranden als assoziierte Studenten. Der Studienbeginn ist jeweils der 1. April oder 1. Oktober. Die nächste Ausschreibung für die Bewerbung zur Neuaufnahme als Promotionsstipendiat erfolgt voraussichtlich im Mai 1998 in der *ZEIT*.

Die Kollegiaten sollen sich ein breites, aktuelles und forschungsorientiertes Wissen innerhalb der algorithmischen diskreten Mathematik, welches über die spezielle Thematik ihrer jeweiligen Dissertation hinausgeht, aneignen. Dies wird durch Förderung der Kommunikation unter den Kollegiaten, durch zahlreiche Seminare im Kolleg sowie rege Kontakte zu international renommierten Wissenschaftlern unterstützt. Zur Verwirklichung finden folgende Veranstaltungen statt:

- Forschungsorientierte Vorlesungen zu Themen aus Kombinatorik, Graphentheorie, Kombinatorischer Optimierung, Codierungstheorie, Numerik, Graphenalgorithmen, Entwurf und Analyse von Algorithmen und ähnlichem;

- Doktorandenseminare zu den Gebieten, welche Vorhaben aller Stipendiaten und assoziierter Mitglieder umfassen;

- Spezialschulen (einmal jährlich) zu aktuellen Themen;

- Kollegsvorlesung und -kolloquium an jedem Montag des Semesters mit Vorlesungen/Vorträgen von Dozenten des Kollegs und Gästen bzw. der Stipendiaten.

Inhaltliche Zielsetzung

Aus den klassischen Gebieten wie Kombinatorik oder Graphentheorie hat sich die Diskrete Mathematik unter Einbeziehung des algorithmischen Standpunktes zu einem Themenkreis entwickelt, der Aspekte der Grundlagen, wie auch der angewandten Wissenschaften vereint. Codierungstheorie und Datensicherheit, algorithmische Zahlentheorie und Computer Algebra, algorithmische und diskrete Geometrie sowie Robotik, Netzwerkplanung, Entwurf von Algorithmen - hier leistet die algorithmische diskrete Mathematik wesentliche Beiträge für Anwendungen. Im Zentrum des Graduiertenkollegs stehen Themen, die in integraler Weise Fragen und Methoden aus Mathematik und Informatik verknüpfen - wie z.B. Bewegungsplanung, Mustererkennung, algorithmische Geometrie. Flankiert werden sie durch Grundlagengebiete wie Kombinatorik, Graphentheorie und Graphenalgorithmen, Geometrie, Gruppentheorie und anwendungsorientierte Themen wie Optimierung und Informatik. Gemeinsame Richtschnur ist das Verstärken der Fähigkeit, diskrete Probleme zu modellieren, zu analysieren und effiziente Algorithmen zu ihrer Lösung zu entwickeln.

Kontakte und Informationen

Auskünfte sind über die Koordinatorin des Graduiertenkollegs Montag, Dienstag und Donnerstag 10.00 – 13.00 Uhr erhältlich. Für interessierte Studenten oder Externe besteht die Möglichkeit, sich in den Informations- und Veranstaltungsverteiler aufnehmen zu lassen.

Koordination/Sekretariat: Bettina Felsner
Tel. (030) 838 75104, Fax: 030-838 75 109
E–mail: `bfelsner@inf.fu-berlin.de`
Internet: `http://www.inf.fu-berlin.de/inst/theo/gk.html`

Sprecher des Graduiertenkollegs: Prof. Dr. Helmut Alt
Tel. (030) 838 75160
E–mail: `alt@inf.fu-berlin.de`

Kollegsadresse:
Freie Universität Berlin,
Institut für Informatik,
Takustraße 9, 14195 Berlin

2 Dozenten des Kollegs und ihre Fachgebiete

Prof. Dr. Helmut Alt
Institut für Informatik
Freie Universität Berlin
Takustr. 9, 14195 Berlin
Tel.: 838-75160, E-mail: `alt@inf.fu-berlin.de`

- Algorithmische Geometrie,
  Geometrische Methoden in der Mustererkennung.

Prof. Dr. Martin Aigner
Institut für Mathematik II
Freie Universität Berlin
Arnimallee 3, 14195 Berlin
Tel.: 838-75443, E-mail: `aigner@math.fu-berlin.de`

- Algorithmische Kombinatorik, Graphentheorie

Prof. Dr. Martin Grötschel
Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik
Takustr. 7, 14195 Berlin
Tel.: 84185-210, E-mail: `groetschel@zib.de`

- Kombinatorische Optimierung

Prof. Dr. Heinz-Adolf Jung
Fachbereich Mathematik, MA 8–1
Technische Universität Berlin
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25062, E-mail: `jung@math.tu-berlin.de`

- Graphentheorie

Prof. Dr. Rolf H. Möhring
Fachbereich Mathematik, MA 6–1
Technische Universität Berlin
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-24594, E-mail: `moehring@math.tu-berlin.de`

- Graphenalgorithmen, Kombinatorische Optimierung.

Prof. Dr. Hans Jürgen Prömel
Institut für Informatik
Humboldt-Universität zu Berlin
Unter den Linden 6, 10099 Berlin
Tel.: 201 81 295, E-mail: `proemel@informatik.hu-berlin.de`

- Probabilistische Methoden, Graphenalgorithmen.

Prof. Dr. Ralph-Hardo Schulz
Institut für Mathematik II
Freie Universität Berlin
Arnimallee 3, 14195 Berlin
Tel.: 838-75433, E-mail: `schulz@math.fu-berlin.de`

- Codierungstheorie, Kombinatorik.

Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Fachbereich Mathematik, MA 6–1
Technische Universität Berlin
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25730, E-mail: `ziegler@math.tu-berlin.de`

- Diskrete Geometrie, Algorithmische Kombinatorik, Kombinatorische Optimierung.

3 Die Mitglieder des Kollegs

Peter Braß, Dr.
Freie Universität Berlin, Institut für Informatik
Takustr. 9, 14195 Berlin, Raum 124
Tel.: 838-75167, E-mail: `brass@inf.fu-berlin.de`

Mark de Longueville
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 6-1,
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-27610, E-mail: `longue@math.tu-berlin.de`

Eva Maria Feichtner
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 6-1,
Zimmer MA 613, Str. des 17. Juni 136,
10623 Berlin
Tel.: 314-25751, E-mail: `feichtne@math.tu-berlin.de`

Clemens Gröpl
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin
(Dienstsitz: Axel–Springer–Str. 54a, 10177 Berlin)
Tel.: 20181-290, E-mail: `groepl@informatik.hu-berlin.de`

Christian Haase
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 6-1,
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
E-mail: `haase@math.tu-berlin.de`

Christian Knauer
Freie Universität Berlin, Institut für Informatik
Takustr. 9, 14195 Berlin
Tel.: 838-75165, E-mail: `knauer@inf.fu-berlin.de`

Petra Knieper
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin
(Dienstsitz: Axel–Springer–Str. 54a, 10177 Berlin)
Tel.: 20181-340, E-mail: `knieper@informatik.hu-berlin.de`

Ekkehard Köhler
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 6-1,
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25758, E-mail: ekoehler@math.tu-berlin.de

Matthias Kriesell
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 8-1,
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin, Zimmer 706,
Tel.: 314-25758, E-mail: kriesell@math.tu-berlin.de

Frank Hagen Lutz
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 6-1,
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25758, E-mail: lutz@math.tu-berlin.de

Eva Nuria Müller
Freie Universität Berlin, FB Mathematik und Informatik
Arnimallee 3, Raum 115, 14195 Berlin
Tel.: 838-75427, E-mail: nuria@math.fu-berlin.de

Till Nierhoff
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin
(Dienstsitz: Axel–Springer–Str. 54a, 10177 Berlin)
Tel.: 20181-290, E-mail: nierhoff@informatik.hu-berlin.de

Deryk Osthus
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin
(Dienstsitz: Axel–Springer–Str. 54a, 10177 Berlin)
Tel.: 20181-352, E-mail: osthus@informatik.hu-berlin.de

Torsten Thiele, Dr.
Freie Universität Berlin, Institut für Informatik
Takustr. 9, 14195 Berlin, Raum 123
Tel.: 838-75166, E-mail: thiele@inf.fu-berlin.de

Im letzten Semester ausgeschiedene Stipendiaten:

Friedrich Eisenbrand
E-mail: `eisen@mpi-sb.mpg.de`

Hans Mielke
E-mail: `mielke@math.fu-berlin.de`

Regina Urbaniak
E-mail: `urbaniak@zib.de`

Im letzten Semester abgeschlossene Promotionen:

Frank Recker, 1. Juli 1997
Betreuer: Prof. M. Aigner
Titel der Arbeit: “Kombinatorische Suche im Baeumen”

4 Kollegsvorlesung und –kolloquium

Von Dozenten und Gästen des Kollegs wird jeden Montag im Semester eine Vorlesung gehalten, die eine Einführung in ein Spezialgebiet aus dem Bereich algorithmische diskrete Mathematik gibt. Anschließend, im Kolloquium, werden speziellere Themen behandelt. Häufig vertieft der Kolloquiumsvortrag das Thema der Vorlesung. Vorlesungen und Kolloquien werden durch Aushang an den einzelnen Universitäten (Fachbereiche und Arbeitsgruppen der Dozenten, neben dem Sekretariat in der Takustr. 9, Raum 111) angekündigt. Außerdem werden eine Woche im voraus Termin, Ort und Thema der Veranstaltung über E-mail an interessierte Gruppen oder Einzelpersonen bekanntgegeben. (Interessenten können sich über die Koordinatorin des Kollegs, Bettina Felsner, auf einen Verteiler für das Verschicken der Ankündigungen setzen lassen.)

Vorlesungs- und Kolloquiumsplan des Kollegs

Termin	*VL 14–16*	*Koll 16–17*	*Ort*
20.10.	W.T. Trotter, Arizona, FU	U. Minne, FU	FU
27.10.	W.T. Trotter, Arizona, FU	E. Köhler, TU	FU
3.11.	D. Wagner, Konstanz	C. Gröpl, HU	TU
10.11.	R.-H. Schulz, FU	E.N. Müller, FU	FU
17.11.	V. Soltan, Moldova	T. Thiele, FU	FU
24.11.	H. Fleischner, Wien	H. Mielke, FU	FU
1.12.	H.-A. Jung, TU	R. Klimmek, TU	TU
8.12.	M. Joswig, TU	V. Welker, Essen	TU
15.12.	F. Holt, Seattle	O. Delgado, Bielefeld	TU
12.1.	A. Frieze, Pittsburgh	T. Nierhoff, HU	HU
19.1.	P. Gritzmann, München	F. Santos, Santander	TU
26.1.	T. McCormick, Vancouver	A. Schulz, TU	TU
2.2.	T. McCormick, Vancouver	M. Hannemann, TU	TU
9.2.	H.J. Prömel, HU	—	HU

Die Veranstaltungen finden montags 14.00 – 16.00 Uhr bzw. 16.00 – 17.00 Uhr an wechselnden Orten statt.

Die Veranstaltungsorte sind:

(FU) Freie Universität Berlin,
Institut für Informatik, Takustr. 9, Raum 005;

(HU) Humboldt–Universität zu Berlin,
Institut für Informatik, Axel-Springer-Str. 54a, Raum 327

(TU) Technische Universität Berlin,
Fachbereich Mathematik, Str. des 17. Juni 136, Raum MA 363

Die Kollegsvorlesungen im einzelnen

Montag, 20. und 27. Oktober 1997 [FU]
W.T. Trotter, Arizona State University und FU Berlin
Intersection Graphs and Inclusion Orders

This is a two-part presentation focussing on fundamental representation concepts for graphs and partial orders. With a family of sets, $\mathcal{F} = \{S_x : x \in X\}$, we can define a graph $G(\mathcal{F})$ whose vertex set is X and whose edges consist of those 2-element sets $\{x, y\}$ for which $S_x \cap S_y \neq \emptyset$. In a similar manner, we can define a partial order $P(\mathcal{F})$ on the set X by setting $x \leq y$ in $P(\mathcal{F})$ if and only if $S_x \subseteq S_y$. Every graph has such a representation, as does every partial order. So it is natural to consider two kinds of generalizations. First, one can restrict the kinds of subsets allowed in the family $\mathcal{F}$. Among the restrictions studied are geometric regions, i.e., the sets are required to be boxes, spheres, angular regions or other geometric figures in $\mathbb{R}^d$. A second direction is to weaken the notions of intersection and inclusion so as to allow some overlap without adjacency—at least in certain cases. The resulting structures capture the notion of *tolerance*.

In the first part, we concentrate on background issues and motivating questions. In the second part, we turn to recent results and open questions.

Montag, 3. November 1997 [TU]
Dorothea Wagner, Universität Konstanz
Ein Flußmodell zum orthogonalen Zeichnen von Graphen

Die Erstellung lesbarer und übersichtlicher Zeichnungen von Graphen ist ein Grundproblem, das in vielen Anwendungsbereichen auftritt. Modelle für das Graphenzeichnen sind etwa "geradliniges Zeichnen", "orthogonales Zeichen" oder "hierarchisches Zeichnen" [1].

Eine orthogonale Graphenzeichnung basiert auf einer Einbettung des zu zeichnenden Graphen in einem orthogonalen Gitter. Die Anzahl der dabei auftretenden Knicke ist ein wichtiges Optimierungskriterium für die Lesbarkeit der Zeichnung.

Ist der Graph planar und zusammen mit einer planaren Einbettung angegeben, so kann eine Einbettung des Graphen unter Beibehaltung der vorgegebenen planaren Einbettung als ein Maximalfluß in einem Min-Cost-Flow Netzwerk modelliert werden. Die Kosten des Maximalflußes sind dann äquivalent zu der Anzahl der verwendeten Knicke [2]. Diese Formulierung führt zu einem knickoptimalen Einbettungsalgorithmus mit Laufzeit $\mathcal{O}(n^{\frac{7}{4}}\sqrt{\log n}$ [3].

Neben diesem Resultat werden Verallgemeinerungen des Flußmodell zur Lösung allgemeineren Fragestellungen vorgestellt [4].

[1] Giuseppe Di Battista, Peter Eades, Roberto Tamassia, and Ioannis G. Tollis. Algorithms for Drawing Graphs: an Annotated Bibliography. Computational Geometry, 4, 235–282, 1994.

[2] R. Tamassia. On Embedding a Graph in the Grid with the Minimum Number of Bends. SIAM J. Computing, 16, 3, 421-444, 1987.

[3] Ashim Garg and Roberto Tamassia. A New Minimum Cost Flow Algorithm with Applications to Graph Drawing. In Stephen North, editor, Proceedings of the Symposium on Graph Drawing, GD'96, Berkeley, California, USA, September 18-20, 1996, LNCS 1190, 201–216.

[4] Ulrich Fößmeier and Michael Kaufmann. Drawing High Degree Graphs with Low Bend Numbers. In Franz J. Brandenburg, editor, Proceedings of the Symposium on Graph Drawing, GD'95, Passau, Germany, September 20-22, 1995, LNCS 1027, 254–266.

Montag, 10. November 1997 [FU]

R.H. Schulz, Freie Universität Berlin

Beschreiben und Konstruieren von divisiblen Designs mittels Automorphismengruppen

Wir behandeln exemplarisch einige Methoden, mit denen divisible Designs dargestellt bzw. charakterisiert werden können. Dabei heißt eine endliche Inzidenzstruktur $\mathcal{D}$ ein (s, k, λ)- divisibles Design, kurz DD, falls auf der Punkt-menge von $\mathcal{D}$ eine Äquivalenzrelation R mit Äquivalenzklassen der Mächtigkeit s erklärt ist derart, daß jeder Block eine transversale k-Teilmenge ist und je zwei Punkte verschiedener Punktklassen durch genau λ Blöcke verbunden sind. (Für $s = 1$ handelt es sich um 2-Designs; im Fall $s \neq 1$ ergeben sich spezielle Codes über Z_s konstanten Hamminggewichts k).

Zunächst werden DD's mit transitiver Translationsgruppe T betrachtet. Die Geraden durch einen Punkt entsprechen dann den Komponenten einer Partition der Gruppe T, deren Typ damit bekannt ist und eine Charakterisierung zuläßt.

Als zweites Beispiel werden DD's mit $2-R$-homogener Automorphismengruppe konstruiert. Solche Gruppen lassen sich u. a. aus den Kollineationsgruppen endlicher Tranlsationsebenen gewinnen; im Vortrag werden dazu u. a. die Lüneburg-Ebenen und die auf ihnen operierenden Suzuki-Gruppen herangezogen.

Montag, 17. November 1997 [FU]

Valeriu Soltan, Mathematical Institute of the Academy of Sciences of Moldova

Minimum Convex Partitions of Polygonal Domains

Various problems on partition of polygonal and polyhedral domains into simpler pieces form a well-defined area of computational geometry. During the talk, a certain type of problems on partition of planar polygons into a minimum number of convex pieces will be exposed. More exactly, for a given family $\mathcal{F}$ of non-oriented directions in the plane, one can calculate the minimum number of convex pieces into which an arbitrary planar polygon (maybe with polygonal holes) can be partitioned by linear cuts in the directions from $\mathcal{F}$. Basing on this approach, the complexity status of various partition problems, such as partitions into rectangles, trapezoids, triangles, convex polygons is determined. In particular, the following result will be discussed.

THEOREM (A. Lingas, V. Soltan, 1996). Let $\mathcal{F}$ be a given family of non-oriented directions in the plane. For any planar polygon P with n vertices, the problem to partition P into the minimum number of convex pieces by linear cuts in the directions from $\mathcal{F}$ is polynomially solvable if $|\mathcal{F}| \leq 2$, and it is NP-hard if $|\mathcal{F}| > 2$.

Montag, 24. November 1997 [FU]

Herbert Fleischner, Akademie der Wissenschaften Österreich, Wien

Welche Zusammenhänge gibt es zwischen der Theorie der Hamiltonschen Kreise und Eulerschen Linien?

In ihrer allgemeinsten Form sind die Problemstellungen des Auffindens Hamiltonscher Kreise und Eulerscher Linien grundverschieden: Selbst im Fall 3-regulärer ebener Graphen ist das Hamiltonsche Problem ein NP- vollständiges, während Eulersche Linien leicht gefunden werden können. Der Vortrag behandelt verschiedene Klassen von Graphen, in denen das Auffinden von Hamiltonschen Kreisen entweder auf die Konstruktion von spannenden Teilgraphen (die Eulersche Teilgraphen enthalten) in untergeordneten Graphen zurückgeführt, oder in ein equivalentes Problem bzgl. des Auffindens einer speziellen Art Eulerscher Linien transformiert wird. Alle diese Graphen zeichnen sich dadurch aus, daß sie verhältnismäßig wenige Kanten haben, Methoden wie das Schubfachprinzip im Falle des Ore'schen Satzes also nicht anwendbar sind.

Montag, 1. Dezember 1997 [TU]

Heinz-Adolf Jung, Technische Universität Berlin

Gradkriterien für die maximale Kreislänge in Graphen

Die ersten Gradkriterien wurden von G. A. Dirac um die Mitte des Jahrhunderts gefunden. Er zeigte, daß ein Graph mit n Ecken und Minimalgrad $\delta \geq \frac{1}{2} > 1$ einen Hamiltonkreis, und ein 2-zusammenhängender Graph einen Hamiltonkreis oder einen Kreis mit mindestens 2δ Ecken enthält.

Es wird über Weiterentwicklungen im Kontext von Zusammenhangsforderungen berichtet.

Montag, 8. Dezember 1997 [TU]

Michael Joswig, Technische Universität Berlin

Aspekte der effektiven algebraischen Topologie

In der Entwicklung der algebraischen Topologie spielten seit Beginn auch explizite Konstruktionen der jeweilig gewünschten algebraischen Invarianten aus geeigneten kombinatorischen Beschreibungen der topologischen Objekte eine Rolle. Wegen ihrer hohen Komplexität waren viele Verfahren jahrzehntelang fast ausschließlich von theoretischem Interesse. Die Explosion der Rechenleistung moderner Computer führt jedoch zu einer Neubewertung der Situation. Zusätzlich führen Fortschritte auf dem Gebiet der kombinatorischen Topologie zu einer Verfeinerung der Methoden. Im Rahmen der Vorlesung werden angesprochen: die Berechnung von Homologiegruppen endlicher sowie gewisser unendlicher Simplizialkomplexe; Fundamentalgruppen; elementare Methoden aus der homologischen Algebra (angewandt auf Homotopiegruppen von homogenen Mannigfaltigkeiten).

Montag, 15. Dezember 1997 [TU]
Fred Holt, Boeing, Seattle
Polytopes of large diameter

I will describe recent studies, initiated with Victor Klee and continuing with Kerstin Fritzsche, of short paths on simple polytopes. Our studies have two related areas of emphasis; first for a given polytope to account for the diametral pairs of vertices and the short paths between them, and second to identify operations by which we can use given polytopes of large diameter and produce other polytopes of large diameter. Studies of polytopes of large diameter must inevitably address the Hirsch conjecture, that no d-polytope with n facets has diameter larger than $n-d$. For $14 \leq d < n$, Victor Klee and I constructed d-polytopes with n facets which have diameter $n-d$; now Kerstin Fritzsche and I have improved this result to $8 \leq d < n$. The short paths in the polytopes constructed in our studies display some other fascinating properties, with implications for various pivot rules, the strong d-step conjecture and the strict monotone d-step conjecture.

Montag, 12. Januar 1998 [HU]
Alan Frieze, Carnegie Mellon University, Pittsburgh
Quick approximations to matrices and applications

We give algorithms to find the following simply described approximation to a given matrix. Given an $m \times n$ matrix $\mathbf{A}$ with entries between say -1 and 1, and an error parameter ϵ between 0 and 1, we find a matrix $\mathbf{D}$ (implicitly) which is the sum of $O(1/\epsilon^2)$ simple rank 1 matrices so that the sum of entries of any submatrix (among the 2^{m+n}) of $(\mathbf{A}-\mathbf{D})$ is at most ϵmn in absolute value. Our algorithm takes time dependent only on ϵ and the allowed probability of failure (not on m, n).

We draw on two lines of research to develop the algorithms : one is built around the fundamental Regularity Lemma of Szemerédi in Graph Theory and the constructive version of Alon, Duke, Leffman, Rödl and Yuster. The second one is from the papers of Arora, Karger and Karpinski, Fernandez de la Vega and most directly Goldwasser, Goldreich and Ron who develop algorithms for a set of graph problems, typical of which is the maximum cut problem.

From our matrix approximation, the above graph algorithms and the Regularity Lemma and several other results follow in a simple way.

We generalize our approximations to multi-dimensional arrays and from that derive approximation algorithms for all dense Max-SNP problems.

Montag, 19. Januar 1998 [TU]
Peter Gritzmann, Technische Universität München
Orakel-polynomiale Approximation spezieller geometrischer Funktionale

Fragen der Normmaximierung über Polytopen und konvexen Körpern und damit zusammenhängende Probleme der Berechnung von Dicke, Durchmesser, Inradius und Umradius treten etwa bei der Analyse großer Datenmengen, in der Computer Graphik oder in der globalen Optimierung auf.

In vielen Fällen ist die exakte Berechnung dieser Funktionale schwer; somit wird es interessant, approximative Verfahren zu studieren. Nach der Einführung in die Problemstellung und der Zusammenfassung der relevanten Komplexitätsergebnisse werden im wesentlichen optimale Abschätzungen des Fehlers bei der Approximation dieser Funktionale von (durch geeignete Orakel gegebenen) konvexen Körpern mittels polynomialer deterministischer Algorithmen angegeben. Diese gemeinsam mit A. Brieden und V. Klee erzielten Resultate schließen insbesondere die entsprechenden Lücken zwischen oberen und unteren Schranken von Grötschel, Lovász & Schrijver bzw. Bárány und Füredi im euklidischen Falle und führen zu a-priori Abschätzungen der Konditionierung von Optimierungsaufgaben. Methodisch basieren sie auf Aussagen über die Approximation konvexer Körper sowie der Geometrie von Banach-Räumen.

Montag, 26. Januar 1998 [TU]
Tom McCormick, University of British Columbia, Vancouver
Why are some network flow algorithms strongly polynomial, and others (provably) not strongly polynomial?

A large number of network flow algorithms have been proposed over the years by many people. It is possible to show that many of these algorithms are strongly polynomial, following the pioneering work of Eva Tardos. However, there are other algorithms for which it is possible to show that, although they have polynomial time bounds, they are not strongly polynomial.

This talk will give highlights of the convergence proofs of one algorithm from each class. We will then give a rough sketch of how one can recognize whether a new network flow algorithm is likely to be strongly polynomial or not, along with general ideas for constructing such proofs.

Montag, 2. Februar 1998 [TU]
Tom McCormick, University of British Columbia, Vancouver
Are primal and dual network flow symmetric?

Primal and dual linear programming are entirely symmetric concepts, so it seems as if primal and dual algorithms for network flow should be entirely symmetric as well. Indeed, in most cases it is possible to take any primal network flow algorithm and develop a dual counterpart of it.

However, in some cases there is a frustrating lack of symmetry when one does this. Examples include computing min mean objects, cost scaling versus capacity scaling, and the degree to which shortest path is the dual concept to max flow. We will discuss each of these cases with an eye to isolating the asymmetry so as to see whether it is intrinsic or not.

Montag, 9. Februar 1998 [HU]
Hans Jürgen Prömel, Humboldt-Universität zu Berlin
Ramsey Zahlen

Sommerschule

des Graduiertenkollegs "Algorithmische Diskrete Mathematik"

26. bis 30. April 1998

Thema: Diskrete Mathematik

Die Veranstalter sind Martin Aigner und Hans Jürgen Prömel.

Die Ausschreibung erfolgt im November 1997. Informationen bei der Koordinatorin des Kollegs.

Die Kolloquiumsvorträge im einzelnen

Montag, 20. Oktober 1997 [FU]
UTA MINNE, FREIE UNIVERSITÄT BERLIN
Über Lee-Fehler korrigierende Codes

Im Rahmen der Codierungstheorie erweist sich zur Beschreibung des Abstands zweier Wörter $(x_1,\ldots,x_n)$, $(y_1,\ldots,y_n) \in \mathbb{Z}_q^n$ die von C.Y. Lee 1958 definierte und später nach ihm benannte Lee-Metrik $d_L(x,y) := \sum_{i=1}^n min\,\{|x_i - y_i|,\, q - |x_i - y_i|\}$ als besonders geeignet für phasenmodulierte Kanäle. Im Mittelpunkt des Vortrags stehen Aussagen über die Existenz bzw. Nichtexistenz von Codes, die unidirektionale Fehler bzgl. der Lee-Metrik korrigieren können und zudem perfekt sind.

Montag, 27. Oktober 1997 [FU]
EKKEHARD KÖHLER, TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
Recognition of AT-free Graphs

In recent years a class of graphs gained a lot of attention in the field of Algorithmic Graph Theory: The Asteroidal Triple Free Graphs. Although their creation dates back into the early sixties AT-free graphs were not properly studied until the beginning of the nineties.

What is an Asteroidal Triple and why is it of any interest to us? Those and similar questions will be tackled in the first part of the talk. Then we will look at different algorithms for the recognition of AT-free graphs and at some kind of lower bound for the complexity of this problem. Finally we will introduce an interesting auxiliary graph which is useful not only for AT-free graphs and enables us to create an elegant new recognition algorithm.

Montag, 3. November 1997 [TU]
CLEMENS GRÖPL, HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
Large Variable Ordering in *BMDs

*BMDs (Multiplikative Binary Moment Diagrams) sind eine graphische Repräsentation für Funktionen der Form $f : \{0,1\}^n \to \mathbb{Z}$, die von Bryant und Chen zur Verifikation von arithmetischen Schaltkreisen, insbesondere Multiplizieren, vorgeschlagen wurde. Ihr Vorteil gegenüber OBDDs (Ordered Binary Decision Diagrams) besteht vor allem in der polynomiellen Darstellbarkeit der Multiplikation. Wie bei OBDDs ist auch bei *BMDs die Reihenfolge, in der

die Booleschen Variablen betrachtet werden, für die Effizienz der Darstellung von großer Bedeutung. In der von Bryant und Chen definierten Form wird die Optimierung der Variablenordnung jedoch dadurch erschwert, daß die Vertauschung zweier Variablen (sog. Swap) nicht lokal durchgeführt werden kann. Wir stellen eine modifizierte Form von *BMDs vor und berichten über erste experimentelle Ergebnisse.
(Gemeinsame Arbeit mit Ralf Oelschlägel und Anand Srivastav)

Montag, 10. November 1997 [FU]
EVA NURIA MÜLLER, FREIE UNIVERSITÄT BERLIN
Kreuzkorrelation linearer Schieberegisterfolgen über Körpern ungerader Charakteristik

Die Kreuzkorrelation $C_{ab}(t)$ zweier linearer Schieberegisterfolgen $(a_i)_{i\in\mathbb{N}}$ und $(b_i)_{i\in\mathbb{N}}$ über $GF(p)$ berechnet sich durch

$$C_{ab}(t) = \sum_{i=0}^{p^n-2} \zeta^{a_{i-t}-b_i}$$

wobei $\zeta \neq 1$ eine komplexe p-te Einheitswuzel ist. In meinem Vortrag werde ich zunächst die wichtigsten Eigenschaften linearer Schieberegisterfolgen sowie der Kreuzkorrelation erläutern.

Neben einer kurzen Darstellung der bisher bekannten Resultate sollen anschließend eigene Ergebnisse vorgestellt werden. Die Methoden, die typischerweise Anwendung finden, werden anhand eines Beweises exemplarisch vorgestellt und an einem Beispiel verdeutlicht.

Montag, 17. November 1997 [FU]
TORSTEN THIELE, FREIE UNIVERSITÄT BERLIN
Darstellung von Graphen im Raum

Kompakte Darstellungen von Graphen im dreidimensionalen Raum sind die Grundlage für die animierte Visualisierung von Strukturen oder großer Datenmengen. Unter einer Darstellung eines Graphen verstehen wir eine Abbildung seiner Ecken auf Punkte des dreidimensionalen Gitters, so daß sich die Liniensegmente, die die Kanten repräsentieren, paarweise nicht kreuzen. Dabei gilt es, das benötigte Volumen zu minimieren.

Wir geben einen Überblick über bekannte und verwandte Resultate und präsentieren neue Ergebnisse.

Insbesondere zeigen wir, daß sich Graphen beschränkter Färbungszahl wesentlich kompakter darstellen lassen als beliebige Graphen.

Montag, 24. November 1997 [FU]
HANS MIELKE, FREIE UNIVERSITÄT BERLIN
Das Penrose Polynom

In seiner Doktorarbeit beschreibt Roger Penrose einen Zusammenhang zwischen gewissen algebraischen Objekten und Färbungen ebener Graphen. Diese Beziehung ist im sogenannten Penrose Polynom auf den Punkt gebracht.

Wir werden auf ein Färbungsproblem näher eingehen und sehen, wie die geometrische Struktur des Graphen ausgenutzt wird.

Außerdem werden wir uns ansehen, wie sich das Penrose Polynom auf Strukturen verallgemeinern läßt, deren geometrische Interpretation nicht mehr klar ist, auf Matroide und auf Bouchets Multimatroide. Dabei begegnen wir auch dem Tutte Polynom.

Montag, 1. Dezember 1997 [TU]
REGINA KLIMMEK, TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
"Kleine" Kreiszerlegungen und Kreisdoppelbedeckungen von Graphen

Hajós vermutete in den 60er Jahren, daß sich die Kantenmenge jedes eulerschen Graphen mit n Ecken in höchstens $\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor$ Kreise zerlegen läßt. Diese Vermutung ist im allgemeinen Fall noch offen, konnte jedoch für einige Graphenklassen gezeigt werden. Eine allgemeine obere Schranke für die Anzahl der Kreise ist $\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor \log n$. Bondy stellte 1990 die Vermutung auf, daß jeder brückenlose Graph mit $n-1$ Kreisen doppelt bedeckt werden kann (eine Verschärfung der bekannten Cycle Double Cover Conjecture).

In diesem Vortrag werde ich die Ergebnisse und Methoden darstellen, die es bis jetzt zu diesen beiden Vermutungen gibt. Wenn man Hajós' und Bondys Vermutung schon nicht beweisen (oder widerlegen) kann, welche Teilprobleme erscheinen heute realistisch?

Montag, 8. Dezember 1997 [TU]
VOLKMAR WELKER, UNIVERSITÄT ESSEN
Komplexe von Graphen

Wir betrachten Mengen Δ von Graphen auf einer festen Eckenmenge V, so daß mit jedem Graphen auch jeder Teilgraph (d.h., die Kantenmenge ist eine

Teilmenge) enthalten ist (z.B. die Menge aller nicht zusammenhängenden Graphen auf V). Man kann eine solche Menge Δ als simplizialen Komplex über der Kantenmenge $\binom{V}{2}$ auffassen – ein *Komplex von Graphen*. Eine andere Weise einen solchen Komplex zu betrachten ist die Sichtweise der monotonen Graph-Eigenschaften, d.h. Eigenschaften von Graphen, die unter der Wegnahme von Kanten erhalten bleiben. Diese Sichtweise und topologische Eigenschaften von simplizialen Komplexen wurde zum Beispiel in der Arbeit von Kahn, Saks und Sturtevant in den frühen 80er Jahren aufgegriffen, um die Karp Vermutung "Jede nicht-triviale monotone Graph-Eigenschaft ist evasiv" anzugehen. Wir wollen einen ganz anderen Weg verfolgen und spezielle Komplexe von Graphen betrachten. Sei Δ_n^i der Komplex aller nicht i-zusammenhängenden Graphen auf n Ecken. Enumerativ gesehen betrachten wir für einen Komplex von Graphen Δ die alternierende Summe $\widetilde{\chi}(\Delta) = -f_{-1} + f_0 - f_1 - \cdots$ (reduzierte Euler-Characteristik) wobei f_i die Anzahl der Graphen mit $i+1$ Kanten in Δ ist. Für $\Delta = \Delta_n^1$, den Komplex der nicht zusammenhängenden Graphen, sieht man leicht $\widetilde{\chi}(\Delta) = (-1)^{n-1}(n-1)!$, für $\Delta = \Delta_n^2$ ist es schon schwieriger zu sehen, daß $\widetilde{\chi}(\Delta) = -(n-2)!$ – dies wurde in einer gemeinsamen Arbeit mit E. Babson, A. Björner, S. Linusson und J. Shareshian, motiviert durch ein Frage von V. Vassiliev im Zusammenahng mit dessen Knoteninvarianten von einem homologischen Standpunkt beleuchtet. Für Δ_n^i, $i \geq 3$ existieren teilweise Vermutungen. Für $i = n-2$ ist $\widetilde{\chi}(\Delta_n^i)$ die Auswertung des Matching Polynoms des vollständigen Graphen. Wir schließen den Vortrag mit einigen kleinen Resultaten und Vermutungen über Komplexes von partiellen Matchings von Graphen.

Montag, 15. Dezember 1997 [TU]

Olaf Delgado Friedrichs, Universität Bielefeld

Pflasterungen mit vorgegebenen Polyedertypen

Es ist bekannt, daß von den fünf platonischen Körpern nur der Würfel den dreidimensionalen euklidischen Raum pflastert und dies, wenn man zusätzlich fordert, daß der Schnitt je zweier Würfel eine gemeinsame Fläche ist, auch nur auf genau eine Weise. Ganz anders sieht es aus, wenn man als Pflastersteine homöomorphe Bilder platonischer Körper zuläßt. Im Vortrag wird ein allgemeiner Ansatz zur systematischen Aufzählung von Pflasterungen mit vorgegebenen kombinatorischen Typen von Pflastersteinen vorgestellt und einige der hierbei verwendeten „Datentypen“ und Algorithmen genauer beleuchtet.

Montag, 12. Januar 1998 [HU]

Till Nierhoff, Humboldt-Universität Berlin

Average Case Analyse von Graphenalgorithmen und Zufällige Graphen

Im Vortrag soll es um die Analyse von Algorithmen für Optimierungsprobleme in Graphen gehen, genauer gesagt, um Average Case Analyse von solchen. In der Average Case Analyse wird für den Input eine Wahrscheinlichkeitsverteilung festgelegt, auf die sich dann Aussagen zur Laufzeit oder zur Güte der Lösung beziehen. Der Schwerpunkt liegt hier auf Aussagen zur Lösungsgüte; geplant ist, die Ergebnisse aus dem Vortrag vom vorherigen Wintersemester in Bezug auf das Graphenmodell zu diskutieren und eine interessante Konsequenz für das k-Zentrumsproblem vorzustellen (Ein k-Zentrum ist eine Menge von k Knoten, in deren Nachbarschaft alle anderen Knoten liegen). Das k-Zentrumsproblem bis auf einen kleineren Faktor als 2 zu approximieren ist nämlich NP-schwer, aber eine Greedy-artige Heuristik liefert mit hoher Wahrscheinlichkeit (für genügend große Graphen im $G_{n,p}$-Modell) eine (1+o(1))-Approximation.

Montag, 19. Januar 1998 [TU]

Francisco Santos, Universidad de Cantabria, Santander, Spanien

(Thema wird bekanntgegeben.)

Montag, 26. Januar 1998 [TU]

Andreas Schulz, Technische Universität Berlin

(Thema wird bekanntgegeben.)

Montag, 2. Februar 1998 [FU]

Matthias Müller-Hannemann, Technische Universität Berlin

Improved Approximations for Minimum Cardinality Quadrangulations of Finite Element Meshes

Conformal mesh refinement has gained much attention as a necessary preprocessing step for the finite element method in the computer-aided design of machines, vehicles, and many other technical devices. For many applications, such as torsion problems and crash simulations, it is important to have mesh refinements into quadrilaterals. In this talk, we consider the problem of constructing a minimum-cardinality conformal mesh refinement into quadrilaterals. However, this problem is NP–hard, which motivates the search for good approximations. The previously best known performance guarantee has been achieved by a linear-time algorithm with a factor of 4. We give improved approximation algorithms. In particular, for meshes without so-called folding edges, we now present a 1.867–approximation algorithm. This algorithm requires $O(n\,m \log n)$ time, where n is the number of polygons and m the number of edges in the mesh. The asymptotic complexity of the latter algorithm is dominated by solving a T-join, or equivalently, a minimum–cost perfect b–matching problem in a certain variant of the dual graph of the mesh.

Workshop on

Computational Integer Programming

November 16-18, 1997

Solving difficult combinatorial optimization and general mixed integer problems is one of the central topics in integer programming. The many theoretical and algorithmic developments in these fields over the last several years have led to faster codes and pushed the frontier of solvability further and further. This workshop is intended to deal with the computational side of this process and bring together people using various methods (including stochastic, semidefinite, and quadratic programming; cutting plane, algebraic and heuristic methods; parallel computing) to attack integer programs. Our hope is that the workshop will provide a useful open forum for discussions on ongoing research in computational integer programming.

The workshop will be held at the Konrad-Zuse-Zentrum in Berlin from November 16 to November 18, 1997. It is aimed at about 30 participants and is scheduled from Sunday through Tuesday to give people with teaching duties the opportunity to participate. There will only be invited talks. For more information, please mail to martin@zib.de.

Organizers: Robert E. Bixby, Martin Grötschel, Alexander Martin

5 Lehrveranstaltungen im Winter 1997/98

5.1 Freie Universität Berlin

Konvexgeometrie [Vorlesung]

Dozent: Braß; Vorlesungszeit: Di 14-16, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 005.

INHALT: Konvexe Mengen sind eines der anschaulichsten und wichtigsten Konzepte der Geometrie; ihre Eigenschaften sind grundlegend für viele Probleme in den Bereichen der Optimierung, Algorithmischen Geometrie und Funktionalanalysis. In dieser Vorlesung soll versucht werden, Grundkenntnisse über Konvexität und ausgewählte Anwendungen zu vermitteln. Nach einer allgemeinen Einführung werden unter anderem die folgenden Themen behandelt: Spezielle konvexe Körper, Diskrete Konvexität, Trennungssätze, Quermasse und gemischte Volumina, isoperimetrische und Extremalprobleme, Approximationsprobleme, Geometrie in normierten Räumen, Packungs- und Überdeckungsprobleme, Optimierung auf konvexen Mengen, Bestimmung der konvexen Hülle.

Entwurf und Analyse von Algorithmen [Vorlesung]

Dozent: Felsner; Vorlesungszeit: Di, Do 10-12, 4-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, Hörsaal.
Übungen: N. N., 4-stündig.

INHALT: Der Entwurf von Algorithmen bildet einen Kernbereich der Informatik. Diese Vorlesung ist eine einführende Veranstaltung zur Algorithmik und Grundlage für die meisten anderen Veranstaltungen in der Theoretischen Informatik. Inhalt ist der Entwurf und die Analyse von Algorithmen und Datenstrukturen für viele grundlegende Probleme wie Suchen, Sortieren, Graphenprobleme, Arithmetik, geometrische Probleme usw.
Literatur: Cormen/Leiserson/Rivest: Introduction to Algorithms, MIT-Press, 1990.
Ottmann/Widmayer: Algorithmen und Datenstrukturen, Spektrum Verlag, 1996.

On-Line and Adversarial Algorithms [Vorlesung]

Dozent: Trotter; Vorlesungszeit: Mi 14-16, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 055.

INHALT: In this course, we study on-line and adversarial algorithms, two important instances of discrete optimization problems in which decisions must be made on the basis of incomplete information. Of the two, on-line algorithms have been studied more intensively, as these algorithms occur naturally in many settings, for example, as approximation algorithms for NP-complete problems, and as subroutines for other optimization problems. Recently, there has been rapid progress in on-line graph coloring, an optimization problem with important applications to resource allocation. These advances have yielded both interesting algorithmic techniques and new data structures. Both advances hold promise for applications to many other kinds of optimization problem.

Adversarial algorithms are less well studied, but they seem to have significant potential. Here the theme is to devise an algorithm which is relatively stable when implemented in the presence of an adversary. For example, how would you do a bin packing if the actual insertions of objects into bins were to be carried out by an assistant who puts objects into the wrong bin on occasion? And how would you design a shortest tour if every 10th move was dictated by an adversary? One goal of this line of research is to classify the adversary, who may in fact be only a careless but well intentioned partner, but may also be a dedicated and infinitely clever opponent.
Hinweis/Note: The lecture will be held in English.

Topics in Discrete Mathematics [Seminar]

Dozent: Aigner, Felsner, Trotter; Veranstaltungszeit: n.V., 2-stündig;
Veranstaltungsort: n.V.

INHALT: wird in der Vorbesprechung bekanntgegeben.
Hinweis/Note: The seminar will be held in English.

Randomisierte Algorithmen [Seminar]

Dozent: Felsner; Veranstaltungszeit: Do 16-18, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 055.

INHALT: Im Seminar werden aktuelle Anwendungen randomisierter Algorithmen behandelt. Die ausgewählten Originalarbeiten beziehen sich u. a. auf die

Bereiche:
- Datenstrukturen
- Online Algorithmen
- Approximatives Zählen

Voraussetzungen: Stoff der Vorlesung Entwurf und Analyse von Algorithmen. Randomisierte Algorithmen nicht erforderlich, aber nützlich.

Geometrische Algorithmen für geographische Informationssysteme [Seminar]

Dozent: F. Wagner, Voisard; Veranstaltungszeit: Di 16-18 , 2-stündig; Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 055.

INHALT: GIS manipulieren computerisierte Landkarten. Der Kern eines solchen Systems ist ein Datenbank Management System. Landkarten haben alphanumerische und geometrische Attribute. Letztere werden durch Punkte, Strecken und Polygone repräsentiert. Daher benötigt man Algorithmen und Datenstrukturen aus der algorithmischen Geometrie, um Operationen auf diesen Objekten definieren zu können.
In diesem Seminar besprechen wir einerseits grundlegende Basisalgorithmen, andererseits speziell für GIS entworfene Verfahren. Dabei geht es um konkrete geometrische Probleme wie Durchschnitt verschiedener Objekte, Voronoi-Diagramme, Mittelpunktssuche usw.
Wir beabsichtigen, das Seminar in Englisch durchzuführen.

Diplomanden- und Doktorandenseminar - Theoretische Informatik

Dozent: Mitglieder der Arbeitsgruppe; Veranstaltungszeit: Di, Do, Fr 12-13; Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 046.

INHALT: Vorträge über eigene Forschung und Originalarbeiten aus der theoretischen Informatik, insbesondere Algorithmen. Die Ankündigungen werden jeweils gesondert gegenüber Raum 111 in der Takustraße 9 ausgehängt. Siehe auch Semesterheft zum Studienschwerpunkt "Effiziente Algorithmen".

Beweis des 4-Farben-Satzes [Seminar]

Dozent: Aigner, Brandt; Veranstaltungszeit: Fr 14-16, 2 -stündig; Veranstaltungsort: Arnimallee 2-6, SR 025/026.

INHALT: Wir wollen den Beweis von Robertson, Seymour, Sanders und Thomas aus dem Jahre 1995 durcharbeiten, und zwar sowohl den theoretischen Teil wie auch eine unabhängige Überprüfung des Computerteils. Vielleicht gelingen uns dabei sogar einige Vereinfachungen.

Geometrie/Kombinatorik [Seminar]

Dozent: Schulz, Lenz; Veranstaltungszeit: Di 16-18, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Arnimallee 3, SR 119.

INHALT: Vergeben werden Themen zur Design- und Codierungstheorie. Anmeldung auch schon Ende des Sommersemesters möglich.
(Sprechstunden: Schulz: Do 14-15, Lenz: Do 10-11)
Die Veranstaltung muß allerdings ausfallen, wenn die gesperrten Stellen für wissenschaftliche Mitarbeiter des II. Mathematischen Instituts nicht freigegeben werden.

5.2 Humboldt–Universität zu Berlin

Graphen und Algorithmen [Vorlesung]

Dozent: Hougardy; Vorlesungszeit: Mo 10-12, Mi 12-14 Uhr;
Veranstaltungsort: Axel-Springer-Str. 54a, Raum 016.
Übungen: Kreuter, Mi 14-16, Axel-Springer-Str. 54a, Raum 016;

INHALT: Viele Probleme in der Informatik lassen sich mittels Graphen modellieren. Die Kenntnis effizienter Algorithmen zur Lösung von Optimierungsproblemen auf Graphen ist daher von großer Bedeutung. In dieser Vorlesung werden wichtige Algorithmen auf Graphen behandelt, wie z.B. für Wege, Bäume, Kreise, Flüsse, Matching, Zusammenhang, Färbbarkeit und Partitionierung.

Kryptologie [Vorlesung]

Dozent: Giessmann; Vorlesungszeit: Mi 16-18 Uhr;
Veranstaltungsort: Axel-Springer-Str. 54a, Raum 426.

INHALT: Die Vorlesung setzt den gleichnamigen Kurs des Sommersemesters mit 2 SWS Vorlesung und 0,5 SWS Übungen fort. Schwerpunkt dieses Semesters sind asymmetrische Verfahren, ihre Stärken und Schwächen. Ein besonderer Abschnitt ist dem RSA gewidmet, aber auch PGP, MD5 und elliptische Kurven werden erwähnt. Kenntnisse des Materials des ersten Semesters sind Voraussetzung.

Online Algorithmen [Seminar]

Dozent: Prömel; Veranstaltungszeit: Di 12-14 Uhr;
Veranstaltungsort: Axel-Springer-Str. 54a, Raum 016.

INHALT: Ein Online-Algorithmus muß eine Reihe von Anfragen endgültig beantworten, ohne zu wissen, wie zukünftige Anfragen aussehen werden. Beispielprobleme sind Memory Paging und Prozeßzuweisung in Multiprozessorsystemen. In diesem Seminar werden wir einerseits Algorithmen, andererseits untere Schranken für die bestmögliche Performance-Garantie von Online-Algorithmen kennenlernen.

Forschungsseminar

Dozent: Prömel; Veranstaltungzeit: Mi 16-18 Uhr;
Veranstaltungsort: Axel-Springer-Str. 54a, R 016.

INHALT: Vorträge über eigene Forschung und Originalarbeiten aus der theoretischen Informatik und der Diskreten Mathematik gemäß gesonderter Ankündigung.

5.3 Technische Universität Berlin

Parallele Graphenalgorithmen [Vorlesung]

Dozent: Gustedt; Vorlesungszeit: Mi 10-12 Uhr
Veranstaltungsort: TU Mathematikgebäude, MA 645.

INHALT: Parallele Algorithmen und Rechnerarchitekturen werden hauptsächlich eingesetzt um zweierlei Ziele zu erreichen:

1. Beschleunigung von Berechnungen
2. Verarbeitung großer Datenmengen.

Außer für spezielle Problemstellungen, ist es in der Regel nicht einfach parallele Algorithmen so zu entwerfen und zu implementieren, daß sie gegenüber einfacheren, sequentiellen Algorithmen Vorteile bringen.

In der Vorlesung werden wir **Graphenalgorithmen** auf ihre Parallelisierbarkeit untersuchen. Probleme auf Graphen treten einerseits immer wieder als wichtige Teilprobleme auf, die einer effizienten Lösung zugeführt werden müssen, andererseits zeigen sie exemplarisch welche Schwierigkeiten bei der Parallelisierung von Algorithmen auftreten können.

Themen der Vorlesung werden sein:

- Parallele Berechnungsmodelle:
    1. Parallel Random Access Machine (*PRAM*), ein (sehr) theoretisches Modell und
    2. Coarse Grained Multiprocessor (*CGM*), ein praxisnäheres Modell.
- Klassische parallele Graphenalgorithmen
- Randomisierte Algorithmen
- Graphensuche und ihr paralleles Analogon *Open Ear Decomposition*.
- Algorithmen für spezielle Graphklassen.

Diskrete Min-Max-Resultate [Vorlesung]

Dozent: Henk, Weismantel; Vorlesungszeit: Fr 10-12;
Veranstaltungsort: TU Mathematikgebäude, MA 642.

INHALT: Behandelt werden die Theorie unimodularer Matrizen, der totalen dualen Ganzzahligkeit und die Theorie der Blocker zur Ableitung diskreter Min-Max-Resultate. Voraussetzungen: Lineare Algebra und Lineare Optimierung.

Unimodulare Triangulierungen [Vorlesung]

Dozent: Ziegler; Vorlesungszeit: Mi 10-11;
Veranstaltungsort: TU Mathematikgebäude, MA 603.

INHALT: Hier geht es um ein besonders interessantes und aktuelles Gebiet der (diskreten) Geometrie.

Wir werden bemerkenswert schnell bei “ganz elementaren und einfachen” Problemen der aktuellen Forschung landen. Aber auch die Bezüge zu anderen Gebieten der Mathematik (Kombinatorische Optimierung, Splines, Torische Varietäten), die viele Fragen über unimodulare Triangulierungen motivieren, sollen dabei klar werden.

Lineare Programmierung [Seminar]

Dozent: Grötschel, Helmberg; Veranstaltungszeit: n.V.;
Veranstaltungsort: n.V.

Inhalt: In diesem Seminar sollen neuere Arbeiten zur Linearen Programmierung besprochen werden, hauptsächlich zum Thema: "Innere-Punkte-Methoden". Das Seminar wird als Blockveranstaltung an einem oder zwei Wochenenden im Januar 1998 durchgeführt.

Bemerkungen: Eine erste Vorbesprechung, bei der sich Teilnehmer zum Seminar anmelden können, findet am 9. Juli 1997 um 17.45 Uhr im Hörsaal MA 042 (nach der Vorlesung "Lineare Optimierung") statt. Ein zweiter Vorbesprechungstermin mit der Möglichkeit weiterer Anmeldungen wird zu Beginn des Wintersemesters 97/98 bekanntgegeben.

Diskrete Optimierung [Seminar]

Dozent: Möhring; Veranstaltungszeit: Di 16-18;
Veranstaltungsort: TU Mathematikgebäude, MA 751.

Inhalt: Es werden neue Artikel zur diskreten Optimierung behandelt. Nähere Informationen finden Sie unter der URL
`http://www.math.TU-Berlin.DE/Vorlesungen/WS97/Se_DiOpt.html`

Doktoranden- und Diplomandenseminar

Dozent: Möhring; Veranstaltungszeit: Do 10-12 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: TU Mathematikgebäude, MA 645.

Inhalt: Vorträge von Doktoranden, Diplomanden und Mitarbeitern zu aktuellen Forschungsthemen in der kombinatorischen Optimierung und algorithmischen Graphentheorie.

Kombinatorische Optimierung [Seminar]

Dozent: Ziegler; Veranstaltungszeit: Di 14-16;
Veranstaltungsort: TU Mathematikgebäude, MA 645.

Inhalt: Aktuelle Probleme und Fortschritte in der Kombinatorischen Geometrie und Topologie, Linearer und Kombinatorischer Optimierung, usw.

6 Semesterberichte der Stipendiaten vom Sommersemester 1997

Dr. Peter Braß

Betreuer:	Prof. Dr. Helmut Alt
Arbeitsbereich:	Diskrete Geometrie, Kombinatorik
Postdoktorand	im Graduiertenkolleg seit Januar 1997

Arbeitsgebiet

Meine bisherigen Interessengebiete sind Diskrete Geometrie, Konvexgeometrie und Kombinatorik, wobei ich vielfach von Erdős-Problemen angeregt wurde (Paul Erdős war auch Gutachter meiner Habilschrift). Derzeit bemühe ich mich, mein Arbeitsgebiet auf Anwendungen in der Algorithmischen Geometrie zu verbreitern.

Ergebnisse

Ein zentrales Forschungsthema des letzten halben Jahres waren diskrete isoperimetrische Ungleichungen für Mengensysteme mit Gittersymmetrie, ihr Beweis und ihre Anwendungen auf klassische kombinatorisch-geometrische Probleme. In manchen Fällen ist es nämlich möglich, ein Extremalproblem der kombinatorischen Geometrie aus der Ebene in einen höherdimensionalen Raum zu heben, wo die extremalen Mengen dann Gitterstruktur bekommen. Dort ist das Extremalproblem dann ein isoperimetrisches Problem. Dieser Beweisansatz erfordert einerseits einen Koordinatisierungssatz, der den Punkten extremaler Mengen in der Ebene ganzzahlige Koordinaten in einem geeigneten höherdimensionalen Einbettungsraum zuweist, und andererseits die Lösung des isoperimetrischen Problems in dem Einbettungsraum. Dabei ist die Koordinatisierung leicht, wenn das Problem bereits eine lineare Struktur besitzt (etwa die Maximalzahl von Translaten eines gegebenen Musters), in anderen Fällen, etwa im Problem der Maximalzahl Einheitsabstände, muß man durch zusätzliche Annahmen diese Struktur erzwingen. Für das klassische Problem der Maximalzahl Einheitsabstände unter n Punkten in der Ebene konnte unter der Voraussetzung, daß die Anzahl der verschiedenen Richtungen beschränkt

bleibt, auf diese Weise ein starker Struktursatz für die extremalen Mengen bewiesen werden [4].
Ein Nebenergebnis meiner Beschäftigung mit isoperimetrischen Ungleichungen ist die Lösung des (nicht diskreten) isoperimetrischen Problems für periodische Mengen mit gegebenem Periodengitter und gegebener Volumendichte. Schranken für dieses Problem wurden von Hadwiger 1972 für Z^d-periodische Mengen und von Schnell und Wills 1991 für zweidimensionale Mengen mit beliebigen Periodengittern bewiesen (1992, 1993 auch für höherdimensionale Mengen). In [5] gebe ich nun die bestmögliche Schranke im zweidimensionalen Fall.
Auf Anregung von Prof. Beutelspacher, des Herausgebers des *Jahrbuchs Überblicke Mathematik*, habe ich außerdem versucht, das Gebiet der kombinatorischen Geometrie einem größeren Personenkreise nahezubringen, indem ich exemplarisch ein Problem und sein Umfeld darstelle [3]. Dabei habe ich mich für das Problem der Maximalzahl Einheitsabstände entschieden, da es eine sehr anschauliche Fragestellung ist („Wie oft kommt derselbe Abstand zwischen n Punkten in der Ebene vor?“) und gleichzeitig ein bekannt schwieriges Problem von Erdős.

Aktivitäten

- Erschienen sind die Arbeiten [1] und [2], die beide Probleme klassischer Konvexgeometrie behandeln. In [1] wird eine Vermutung von Bárány und Heppes, in [2] eine Vermutung von Soltan bewiesen.
- Eingereicht wurden die Arbeiten [3],[4] und [5].
- Vortrag auf der *Potsdamer Geometriekonferenz 1997*, 1.4–5.4.1997, über *Isoperimetrische Ungleichungen für Gitterteilmengen.*
- Vortrag auf der Konferenz *The Future of Discrete Mathematics* in Stirin bei Prag, 19.5.–25.5.1997 über *Lattice-like Constructions in Combinatorial Geometry.*
- Teilnahme an der Sommerschule „Algorithmische Geometrie“des Graduiertenkollegs (Chorin, 15.6.–19.6.1997).
- Abhalten einer Vorlesung über „Kombinatorische Geometrie“.

Literatur

[1] P. Brass: *On the Quantitative Steinitz Theorem in the Plane,* Discrete & Computational Geometry **17** (1997) 111–117.

[2] P. Brass, I. Herburt: *On point sets fixing a convex body from within,* Beiträge zur Algebra und Geometrie **38** (1997) 87–90.

[3] P. Brass: *Häufige Abstände in endlichen Punktmengen,* erscheint im *Jahrbuch Überblicke Mathematik* 1997/1998.

[4] P. Brass: *On point sets with many unit distances in few directions,* erscheint in *Discrete & Computational Geometry*.

[5] P. Brass: *Isoperimetric inequalities for lattice-periodic sets,* eingereicht bei den *Monatsheften für Mathematik*.

Eva Maria Feichtner

Betreuer:	Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Arbeitsbereich:	Topologische Kombinatorik
Thema:	Unterraumarrangements und Konfigurationsräume
assoziiertes Mitglied	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1995
	Promotionsstipendium der Studienstiftung des deutschen Volkes

In zweierlei Hinsicht schlägt die topologische Kombinatorik Brücken zwischen den mathematischen Disziplinen, die ihrem Namen Pate stehen. Zum einen stellt sie Methoden aus der algebraischen Topologie bereit, um Probleme kombinatorischer Natur, meist aus dem Umfeld diskreter Geometrie, anzugehen. Zum anderen ist sie bemüht – und dieser Aspekt gewinnt zunehmend an Bedeutung –, kombinatorische Struktur im Kern topologischer Probleme freizulegen und damit neue, überdies stärker konstruktiv orientierte Sichtweisen zu eröffnen.

Die im folgenden skizzierten Arbeiten werde ich zu meiner Dissertationsschrift zusammenfassen. Sie scheinen sich eher am letztgenannten Aspekt topologischer Kombinatorik zu orientieren, doch mag man es als besonderen Reiz des Gebietes gelten lassen, daß solche Einordnung nicht immer unzweideutig möglich ist.

Topologische Invarianten spezieller Unterraumarrangements

Arrangements linearer oder affiner Unterräume im reellen oder komplexen Vektorraum sind geometrische Objekte, denen in offensichtlicher Weise kombinatorische Daten abzugewinnen sind: die Halbordnung der auftretenden nichtleeren Schnitte, geordnet durch umgekehrte Inklusion, sowie die Dimensionen dieser Schnitte als lineare, bzw. affine Unterräume.

Für lineare Unterraumarrangements sind der Homotopietyp des Link und die Kohomologiegruppen des Komplements durch die kombinatorischen Daten des Arrangements bestimmt und darüberhinaus mittels der topologischen Invarianten des Schnittverbands – Homotopietyp bzw. Homologie von Intervallen – explizit anzugeben [GM, ZŽ]. Es ist daher von Interesse, Methoden zur Bestimmung topologischer Invarianten von Schnittverbänden im konkreten Fall bereitzustellen.

Wir studieren eine Klasse von Arrangements, deren Schnittverbände sich in einer Arbeit von Björner & Sagan [BS] als besonders interessante, weil schwierig anzugehende, herausgestellt haben. In Verallgemeinerung der Hyperebenenarrangements zu Coxetergruppen vom Typ D_n sind die Unterräume des Arrangements $\mathcal{D}_{n,k}$ im $\mathbb{R}^n$ gegeben durch alle Gleichungen der Form

$$\epsilon_1 x_{i_1} = \epsilon_2 x_{i_2} = \ldots = \epsilon_k x_{i_k} \,,$$

wobei $1 \leq i_1 < \ldots < i_k \leq n$ und $(\epsilon_1, \ldots, \epsilon_k) \in \{+1, -1\}^k$. Eine Vermutung von A. Björner [Bj, Sect.4] besagt, daß die Kohomologie des Komplements solcher Arrangements torsionsfrei und nicht-trivial in k-periodischen Dimensionen ist. Schälbarkeit des Schnittverbandes $\mathcal{L}(\mathcal{D}_{n,k}) = \Pi^{\pm}_{n,k}$ im nicht-reinen Sinne [BW] würde dies implizieren.

Wir zeigen mittels verallgemeinerter lexikographischer Schälbarkeit [K], daß für $k > \frac{n}{2}$ die Schnittverbände tatsächlich schälbar sind. Ferner arbeiten wir eine in [H] erstmals verwendete Spektralsequenz zur Bestimmung der Homologie von Halbordnungen aus und können zeigen, daß nichttriviale Homologie nur in Dimensionen zweier $(k-2)$-periodischer Serien auftreten kann, was die Schälbarkeitsvermutung stützt. Im Falle $n = 2k$ geben wir eine vollständige

Darstellung der Spektralsequenz und erzielen das vermutete Resultat $(k-2)$-periodischer Homologie.

Die Ergebnisse wuden in Zusammenarbeit mit Dmitrij Kozlov (KTH Stockholm) erzielt [FK].

Kohomologiealgebren der Komplemente linearer Unterraumarrangements

Für komplexe Hyperebenenarrangements ist die Kohomologiealgebra des Komplements durch kombinatorische Daten bestimmt und aus solchen durch Erzeuger und Relationen explizit anzugeben [OS, BZ]. De Concini & Procesi [DP] zeigen mit Mitteln der algebraischen Geometrie, insbesondere in nichtkonstruktiver Weise, daß die *rationale* Kohomologiealgebra für *komplexe* Unterraumarrangements durch die kombinatorischen Daten bestimmt ist.

Wir gehen der Frage nach, für welche Arrangements eine Bestimmung der *ganzzahligen* Kohomologiealgebra durch die kombinatorischen Daten vorliegt. In solchen Fällen streben wir darüber hinaus ein konstruktives Verfahren an, dem folgend eine Darstellung der Kohomologiealgebra in Erzeugern und Relationen gewonnen werden kann.

Unter Ausarbeitung der in [BZ] für den Hyperebenenfall verwendeten Methoden erreichen wir eine explizite Darstellung der ganzzahligen Kohomologiealgebren komplexer Unterraumarrangements mit geometrischem Schnittverband. Anhand einer Stratifikation des Komplements können wir Kozykel simplizial beschreiben. Wir geben in diesem expliziten Sinne eine lineare Basis für die Kohomologie des Komplements sowie eine Algebrendarstellung in Erzeugern und Relationen an.

Die Ergebnisse entstanden in Zusammenarbeit mit G.M. Ziegler [FZ1].

Konfigurationsräume von Sphären

Sei M kompakte Mannigfaltigkeit. Der Raum aller Konfigurationen von n verschiedenen Punkten auf M

$$F(M,n) := \{(x_1,\ldots,x_n) \in M^n | x_i \neq x_j \text{ für } i \neq j\}$$

heißt *Konfigurationsraum* der Mannigfaltigkeit.

Für Konfigurationsräume lassen sich kombinatorische Daten nicht in ähnlich naheliegender Weise isolieren, wie dies für Arrangements der Fall ist. Dennoch verweisen verschiedene Zugänge zur Bestimmung topologischer Invarianten an entscheidender Stelle auf kombinatorische Struktur.

Wir studieren Konfigurationsräume von Sphären mit dem Ziel, ihre ganzzahlige Kohomologiealgebra zu bestimmen. Es gelingt uns, auf dem Konfigurationsraum der 2-Sphäre eine triviale Faserbündelstruktur nachzuweisen. Wir erhalten einen Homöomorphismus der Form

$$F(S^2,n) \;\cong\; \mathrm{PSL}(2,\mathbb{C}) \times M_{0,n}\,,$$

wobei $M_{0,n}$ homotopieäquivalent ist zum Komplement eines affinen komplexen Hyperebenenarrangements. Mithin tritt in $H^*(F(S^2,n),\mathbb{Z})$ nur 2-Torsion auf, die auf die Kohomologie von $\mathrm{PSL}(2,\mathbb{C})$ zurückzuführen ist.

Für Konfigurationsräume höherdimensionaler Sphären verwenden wir klassische Faserbündelinterpretationen [FN] und studieren die induzierte Spektralsequenz nach Leray-Serre. Wir erhalten folgende Darstellungen der Kohomologiealgebren:

$$\begin{array}{lcll} H^*(F(S^k,n),\mathbb{Z}) & \cong & (\mathbb{Z}\oplus\mathbb{Z}) \otimes H^*(\mathcal{M}(\mathcal{A}^{(k)}_{n-2})) & \text{für ungerades } k \\ H^*(F(S^k,n),\mathbb{Z}) & \cong & (\mathbb{Z}\oplus\mathbb{Z}_2\oplus\mathbb{Z}) \otimes \mathcal{T}^\circ & \text{für gerades } k\,, \end{array}$$

wobei $\mathcal{M}(\mathcal{A}^{(k)}_{n-2})$ Komplement eines reellen Unterraumarrangements mit torsionsfreier Kohomologie und $\mathcal{T}^\circ$ eine Unteralgebra dieser Kohomologiealgebra ist.

Wir geben eine Begründung für die auftretende Differenz zwischen Sphären gerader und ungerader Dimension, indem wir das entscheidende Differential der Spektralsequenz als Multiplikation mit der Eulerklasse der Sphäre identifizieren.

Die Ergebnisse entstanden in Zusammenarbeit mit G.M. Ziegler [FZ2]

Aktivitäten

- Oberseminar „Kombinatorische Geometrie“, G.M. Ziegler;
  Vortrag zum Thema *Spektralsequenzen*, 08.01.1997.

- Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs;
  Vortrag zum Thema *On the cohomology of configuration spaces of spheres*, 28.04.1997.

- Aufenthalt am Mathematical Sciences Research Institute, Berkeley, USA, 05.02.–24.02.1997;
  Workshop „Geometric Combinatorics“, 10.02.–14.02.1997;
  Vortrag zum Thema *On the cohomology of some classical configuration spaces*, 21.02.1997.

- Aufenthalt am Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, USA, 25.02.–07.03.1997;
  Vortrag zum Thema *On the cohomology of configuration spaces of spheres*, 26.02.1997.

- Teilnahme an der Konferenz „Combinatorial Commutative Algebra“, Essen, 27.06.–29.06.1997.

Ausblick

- Organisation eines Forschungskolloquiums der Studienstiftung zum Thema „Topologische Kombinatorik“, Dahme, 08.09.–12.09.1997.

- Teilnahme an der „Research Conference on Algebra and Discrete Mathematics“, San Feliu de Guixols, 27.09.–02.10.1997;
  vorgesehen ist eine Posterpräsentation zum Thema *On the cohomology algebra of complex subspace arrangements.*

Literatur

[Bj] A. Björner: *Subspace Arrangements*; in: *Proc. First European Congress of Mathematics, Paris 1992* (A. Joseph et al., eds.), Birkhäuser, Basel 1994, pp. 321–370.

[BS] A. Björner, B. Sagan: *Subspace arrangements of type $\mathcal{B}_n$ and $\mathcal{D}_n$*; J. Algebraic Combinatorics 5 (1996), 291–314.

[BW] A. Björner, M. Wachs: *Shellable nonpure complexes and posets I*, Trans. Amer. Math. Soc. 348 (1996), 1299–1327.

[BZ] A. Björner, G.M. Ziegler: *Combinatorial stratification of complex arrangements*; Journal Amer. Math. Soc. 5 (1992), 105–149.

[DP] C. De Concini, C. Procesi: *Wonderful models of subspace arrangements*; Selecta Math., New Series 1 (1995), 459–494.

[FN] E. Fadell, L. Neuwirth: *Configuration spaces*; Math. Scand. 10 (1962), 111–118.

[FK] E.M. Feichtner, D.N. Kozlov: *On subspace arrangements of type $\mathcal{D}$*; Preprint 489/1995, TU Berlin, 21 Seiten.

[FZ1] E.M. Feichtner, G.M. Ziegler: *On the cohomology algebras of complex subspace arrangements*; in Vorbereitung.

[FZ2] E.M. Feichtner, G.M. Ziegler: *On the cohomology of configuration spaces of spheres*; in Vorbereitung.

[GM] M. Goresky, R. MacPherson: *Stratified Morse Theory*; Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, vol. 14, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1992.

[H] P. Hanlon: *The generalized Dowling lattices*; Trans. Amer. Math. Soc. 325 (1991), 1–37.

[K] D.N. Kozlov: *General lexicographic shellability and orbit arrangements*; Annals of Combinatorics 1 (1997), 67–90.

[OS] P. Orlik, L. Solomon: *Combinatorics and topology of complements of hyperplanes*; Inventiones Math. 56 (1980), 167–189.

[WZŽ] V. Welker, G.M. Ziegler, R. Živaljević: *Comparison lemmas and applications for diagrams of spaces*; Preprint 432/1995, TU Berlin, 35 Seiten.

[Z] G.M. Ziegler: *On the difference between real and complex arrangements*; Math. Zeitschrift 212 (1993), 1–11.

[ZŽ] G.M. Ziegler, R. Živaljević: *Homotopy types of subspace arrangements via diagrams of spaces*; Math. Ann. 295 (1993), 527–548.

Clemens Gröpl

Betreuer:	Prof. Dr. H. J. Prömel
Arbeitsbereich:	Formale Verifikation, boolesche Funktionen
Thema:	Effiziente Algorithmen zur formalen Verifikation von VLSI-Designs
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit 1. 4. 1996

Promotionsthema

Im Rahmen meiner Promotion beschäftige ich mich mit BDD-basierten Datenstrukturen und ihren Anwendungen bei der formalen Verifikation, insbesondere im Model Checking (siehe auch meine früheren Semesterberichte). Ich wiederhole hier nur die wichtigsten Definitionen, soweit sie nicht als bekannt vorausgesetzt werden können.

Die Argumente einer booleschen Funktion $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}$ werden auch als Variablen bezeichnet. Ein FBDD (free binary decision diagram) ist ein gerichteter azylischer Graph mit einer Quelle und zwei Senken, die mit 0 und 1 bezeichnet werden. Jeder nicht-terminale Knoten ist einer Variablen zugeordnet und hat zwei herausführende Kanten, die bei der Evaluierung eines Funktionswertes ausgehend von der Quelle entsprechend durchlaufen werden. Zusätzlich wird gefordert, daß keine Variable für irgendeine Belegung mehrmals abgefragt wird. Bei OBDDs (ordered BDD) fordert man zusätzlich, daß die Variablen entsprechend einer festen, linearen Ordnung abgefragt werden. Ein BDD heißt reduziert, wenn es keine zwei Knoten gibt, die dieselbe „Subfunktion" repräsentieren. Eine weitere Einsparungsmöglichkeit ergibt sich durch die Verwendung von sog. komplementierenden Kanten (die das Ergebnis invertieren). BDDs für verschiedene Funktionen werden in einer gemeinsamen Datenstruktur zusammengefaßt (sog. shared BDDs). So dargestellte Funktionen können z. B. durch Vergleich von zwei Pointern in konstanter Zeit auf Äquivalenz getestet werden.

Ergebnisse

Der Schwerpunkt meiner eigenen Forschungen lag bisher auf der Untersuchung von (reduzierten) OBDDs für zufällige boolesche Funktionen. In dieser Richtung habe ich jetzt m. E. einen gewissen Abschluß erreicht. (Die vorläufige

Version der Arbeit ist über meine Homepage erhältlich.) Es bleibt jedoch noch eine interessante Frage offen (s. u.).

Wenn man zufällige boolesche Funktionen mit n Variablen betrachtet, so zeigt sich, daß in den meisten Fällen (d. h. für viele Parametrisierungen von n) die erwartete Größe fast gleich der maximalen Göße ist (vergleiche [2]). Ich konnte jedoch zeigen, daß dies nicht allgemein gilt. Für boolesche Funktionen mit $2^h + h$ Variablen beträgt die maximale OBDD-Größe $2^{2^h}(1 + o(1))$, die erwartete Größe ist dagegen $(1 - 1/2e)\, 2^{2^h}(1 + o(1))$. Ein (im Prinzip) ganz einfaches Kriterium entscheidet darüber, ob die betrachtete Lücke durch eine Konstante beschränkt ist oder gegen Null konvergiert. Aus der scharfen Konzentration um den Erwartungswert, die wir mittels einer Ungleichung von Chvátal für die hypergeometrische Verteilung und einer Ungleichung für Martingale mit beschränkten Martingaldifferenzfolgen von Azuma zeigen konnten, ergibt sich weiter, daß sich FBDDs in den Fällen, wo die Lücke gegen Null geht, annähernd wie OBDDs verhalten. Dagegen ist die Frage noch offen, was die erwartete optimale FBDD-Größe für boolesche Funktionen mit $2^h + h + O(1)$ Variablen ist.

Die im letzten Semesterbericht genannten Arbeiten im Bereich des Model Checking liegen inzwischen ebenfalls in vorläufiger Fassung vor.

Ziele

Trotz des m. E. immer noch unterentwickelten theoretischen Hintergrundes sind OBDDs seit einigen Jahren „state of the art“. Entscheidend für die praktische Anwendbarkeit – und Gegenstand zahlreicher heuristischer Untersuchungen – ist das Finden von guten Variablenordnungen. Da zu vermuten ist, daß das Problem auch approximativ im allgemeinen nicht in polynomieller Zeit gelöst werden kann, habe ich mich in den letzten Monaten intensiv mit der PCP-Theorie (probabilistically checkable proofs) beschäftigt und an dem GI-Forschungsseminar über Beweisverifikation und Approximationsalgorithmen teilgenommen. Das Ziel hierbei ist also ein Nichtapproximierbarkeitsresultat. Die NP-Vollständigkeit eines entsprechenden Entscheidungsproblems ist bereits seit einiger Zeit bekannt [1].

Aktivitäten

- Teilnahme am zweiten gemeinsamen Workshop „ADiMMO“ der Graduiertenkollegs „Mathematische Optimierung“ (Trier) und „Algorithmische Diskrete Mathematik“ (Berlin), Freie Universität Berlin, Institut für Informatik, 3.–4. 4. 1997.
- Vortrag: „Parallele Ausführung von MIP(2,1) Systemen“ (9. 4. 1997) und Teilnahme an der „Winterschule über Beweisverifikation und Approximationsalgorithmen“, Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Informatik, 8.–9. 4. 1997.
- Vortrag: „Parallele MIP(2,1)-Systeme“ (22. 4. 1997) und Teilnahme am „GI-Forschungsseminar über Beweisverifikation und Approximationsalgorithmen“, IBFI Schloß Dagstuhl, Wadern, 21.–25. 4. 1997.
- Vortrag: „Größe und Struktur zufälliger OBDDs“ (10. 5. 1997) und Teilnahme am Workshop „Algorithmische Aspekte formaler Verifikation“, Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Informatik, 9.–10. 5. 1997.
- Teilnahme an der „Sommerschule über Computational Geometry“ des Graduiertenkollegs, Chorin, 16.–18. 6. 1997.
- Begutachtung zweier Vorträge im oben genannten GI-Forschungsseminar. (Die Ausarbeitungen der in Dagstuhl gehaltenen Vorträge sollen als Sammelband erscheinen.)
- Mitarbeit bei der Konzeption und Betreuung von Programmentwicklungen im DFG-Projekt „Effiziente Algorithmen zur formalen Verifikation von VLSI-Designs“ am Lehrstuhl.
- Teilnahme an der Sommerschule über „Randomized Algorithms“ in Antonin, 1.–5. 9. 1997.

Literatur

[1] Beate Bollig, Ingo Wegener: Improving the variable ordering of OBDDs is NP-complete; IEEE Transactions on Computers, vol. 45, no. 9, 1996, 993 – 1002.

[2] Ingo Wegener: The Size of Reduced OBDDs and Optimal Read-Once Branching Programs for Almost All Boolean Functions; IEEE Transactions on Computers, vol. 43, no. 11, 1994, 1262 – 1269.

Christian Haase

Betreuer:	Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Arbeitsbereich:	diskrete Geometrie
Thema:	Gitterpolytope, unimodulare Triangulierungen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit 1.4.1997

Darstellung des Promotionsthemas

Polytope, deren Ecken auf einem gegebenen Gitter liegen (zum Beispiel ganzzahlige Koordinaten haben) spielen in verschiedenen Gebieten der Mathematik und ihrer Anwendungen, wie etwa in der diskreten Optimierung und der algebraischen Geometrie (torische Varietäten) eine zentrale Rolle [BG] [Fu] [E]. Viele Methoden auf diesem Gebiet benutzen Triangulierungen, um Probleme zunächst auf den handlicheren Simplexen zu untersuchen. Es werden hier nur solche Triangulierungen zugelassen, deren Eckpunkte wiederum Gitterpunkte sind.
Ein Highlight in diesem Bereich stellt sicherlich in Dimension zwei Pick's Formel dar, die die Zahl der Gitterpunkte im Inneren eines Polygons in Beziehung zu seiner Fläche setzt [G]. Sie beruht darauf, daß jedes Polygon unimodular (daß heißt mit Dreiecken minimaler Fläche) trianguliert werden kann. In höheren Dimensionen ist die analoge Aussage falsch. Zwar gibt es zu jedem Gitterpolytop P einen Faktor F_P, so daß $F_P \cdot P$ unimodular trianguliert werden kann, doch hat man bisher noch keine Kontrolle über dessen Größe; die Vermutung wäre, daß F_P nur von der Dimension von P abhängt. Ebensowenig weiß man, ob zum Beispiel $(F_P + 1) \cdot P$ eine unimodulare Triangulierung besitzt. Um sich dem Problem zu nähern, werden zunächst die einfachsten Objekte, die Simplices, untersucht. Haben alle gitterpunktfreien (*elementary*) Dreiecke noch Volumen 1/2 (sind *basic*), so können gitterpunktfreie Tetraeder beliebig großes Volumen haben [Rv]. Sie sind aber in mindestens einer Richtung flach: sie haben Gitterweite eins [W] [Rz] [Sc] [MS]. Sie lassen sich also in zwei benachbarte Gitterebenen einspannen, was wiederum für vierdimensionale Simplices falsch ist. Es ist bekannt, daß es eine nur von der Dimension

d abhängige Konstante ($O(d^2)$) gibt, durch die die Weite eines Gitterpunkt-freien konvexen Körpers beschränkt ist [KL]. Ob die Ordnung noch verbessert werden kann, ist unklar. Ebenso steht die Vermutung im Raum, daß man die Schranken verbessern kann, wenn man zusätzliche Voraussetzungen an das Volumen macht ('große Weite $\rightarrow$ kleines Volumen').
Ein weiteres Feld, auf dem ich meinen Arbeitseifer austoben darf, sind bistellare Operationen oder Flips [Rb] [LSU]. Sie bieten eine Möglichkeit, durch lokale Veränderungen von einer Triangulierung zu einer 'benachbarten' zu gelangen. Dies ist insbesondere interessant, wenn aus der konkreten Problemstellung bestimmte Anforderungen an die Triangulierung gestellt werden (zum Beispiel Regularität für die Theorie der Torischen Varietäten). Beispielsweise ist es nicht klar, ob man durch Flips von jeder Triangulierung zu jeder anderen gelangen kann und wieviele solcher Flips man gegebenenfalls benötigt (Zusammenhang und Durchmesser des Flipgraphen). Die erste dieser Fragen ist positiv beantwortet für den zweidimensionalen Fall (dort auch für den Untergraph der unimodularen Triangulierungen) und für den Untergraphen der regulären Triangulierungen. Nur leider gibt es im allgemeinen sehr viel mehr nicht reguläre Triangulierungen ($\geq 2^n$, davon $O(n^4)$ regulär für das zyklische Polytop $C_{4n-4}(4n)$, [LHSS]). Insgesamt weiß man aber nur sehr ungenau über die Anzahl der Triangulierungen einer Punktkonfiguration Bescheid.
Für beide oben genannten Anwendungsbereiche sind rationale Kegel und ihre Unterteilungen/Überdeckungen besonders interessant [HW]. Einige aus einer Reihe von Vermutungen konnten in [Fi] widerlegt werden. Im dreidimensionalen können diesbezügliche Ergebnisse aus [Sb] auf Fragen aus dem ersten Absatz übertragen werden.

Aktivitäten

- Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs
- Oberseminar Diskrete Geometrie G.M.Ziegler
- Oberseminar Algebraische Topologie E.Vogt
- Seminar Proofs from the Book
- Berliner Algorithmen-Tag
- ADiMMO-Workshop

Ausblick

Das vergangene Semester habe ich für die Einarbeitung in das für mich recht neue Gebiet benutzt. Im folgenden Semester möchte ich mich etwas zielgerichteter auf Gitterpunktfreie Polytope stürzen und hoffe in den oben angedeuteten Richtungen etwas weiter zu kommen. Außerdem gibt es noch ein kleineres Projekt in Zusammenarbeit mit D.I.Dais, bei dem die normalisierten Volumina sämtlicher Seiten bestimmter reflexiver Polytope und ihrer Dualen ausgerechnet werden sollen.

Literatur

[BG] T.Burger, P.Gritzmann; Polytopes in Combinatorial Optimization; Preprint Uni Trier.

[E] G.Ewald; Combinatorial convexity and algebraic geometry; GTM 168; Springer New York.

[Fi] T.Firla; Algorithms for the Hilbert Partition and Hilbert Cover Problems; Diplomarbeit TU Berlin (in preparation).

[Fu] W.Fulton; Introduction to Toric Varieties; Ann.Math.Stud.131 Princeton (1993).

[G] P.Greenberg; $SL_2\mathbf{Z}$ Geometry; Trans.AMS 335.2 (1993) 705-720.

[HW] M.Henk, R.Weismantel; On Hilbert Bases of Polyhedral Cones; Preprint SC96-12 ZIB (1996).

[KL] R.Kannan, L.Lovász; Covering Minima and Lattice-Point-Free Convex Bodies; Ann.Math. 128 (1988) 577-602.

[LHSS] J.A.deLoera, S.Hoşten, F.Santos, B.Sturmfels; The Polytope of all Triangulations of a Point Configuration; Doc.Math. 1 (1996) 103-109.

[LSU] J.A.deLoera, F.Santos, J.Urrutia; The Number of Geometric Bistellar Neighbors of a Triangulation; Preprint.

[MS] D.R.Morrison, G.Stevens; Terminal Quotient Singularities in Dimension Three and Four; Proc.AMS 90 (1984) 15-20.

[Rb] J.Rambau; Polyhedral Subdivisions and Projections of Polytopes; Thesis (1996) TU-Berlin.

[Rv] J.E.Reeve; On the Volume of Lattice Polyhedra; Proc.London Math.Soc. 3.7 (1957) 378-395.

[Rz] B.Reznick; Lattice Point Simplices; Disc. Math. 60 (1986) 219-242.

[Sc] H.E.Scarf; Integral Polyhedra in three Space; Math.Oper.Res. 10 (1985) 403-438.

[Sb] A.Sebö; Hilbert Bases, Caradeodory's Theorem and Combinatorial Optimization; Integer Programming and Combinatorial Optimization (R.Kannan, W.Pulleyblank eds.) Waterloo (1990) 431-456.

[W] G.K.White; Lattice Tetrahedra; Canad.J.Math. 16 (1964) 389-396.

[Z] G.M.Ziegler; Lectures on Polytopes; GTM 152 New York (1995).

Petra Knieper

Betreuer:	Prof. Dr. Hans Jürgen Prömel
	Priv. Doz. Dr. Anand Srivastav
Arbeitsbereich:	Algorithmische Graphentheorie
Thema:	Optimierungsprobleme für Hypergraphen
Stipendiatin	im Graduiertenkolleg seit Mai 1995

Arbeitsgebiet und Ergebnisse

Beim *Diskrepanzproblem* ist man daran interessiert, für eine endliche Menge Ω und eine Familie $\mathcal{A}$ von Teilmengen von Ω eine 2-Färbung $\chi : \Omega \to \{-1, +1\}$ zu finden, so daß die Diskrepanz von $\mathcal{A} = disc(\mathcal{A}) := \min_\chi \max_{A \in \mathcal{A}} |\sum_{i \in A} \chi(i)|$ möglichst klein wird.
Sei nun $\Omega = \{0, \ldots, N-1\}$ und $\mathcal{A}$ sei die Menge aller arithmetischen Progressionen auf Ω. Schon 1964 konnte K.F. Roth [Ro64] zeigen, daß $ROTH(n) := disc(\mathcal{A}) \geq cn^{1/4}$, c eine absolute Konstante. Erst über 30 Jahre später ist es J. Matoušek und J. Spencer [MS96] gelungen zu zeigen, daß $ROTH(n) \leq Cn^{1/4}$ für eine absolute Konstante C, d.h., daß die untere Schranke von K.F. Roth

bis auf eine Konstante bestmöglich ist.
In diesem Semester habe ich mich weiterhin mit der Diskrepanz von arithmetischen Progressionen höherer Dimension beschäftigt. Eine arithmetische Progression der Dimension d ist das Produkt von d arithmetischen Progressionen auf den ersten N Zahlen. Sei $\mathcal{H} = ([N]^d, \mathcal{E})$ der Hypergraph mit Knotenmenge $[N]^d$ und die Menge $\mathcal{E}$ der Hyperkanten enthalte alle d-dimensionalen arithmetischen Progressionen auf $[N]^d$. Ein Resultat aus dem letzten Semester war, daß die Diskrepanz dieses Hypergraphen nach oben durch $O(N^{\frac{d}{4}} \cdot \log^{c_d} N)$ beschränkt ist, für eine von d abhängige Konstant c_d. In diesem Semester konnte ich zeigen, daß die obere Schranke bis auf den logarithmischen Faktor optimal ist, d.h. die Diskrepanz ist nach unten durch $\Omega(N^{d/4})$ beschränkt, für Dimension d. Aus diesem Resultat kann man weiter folgern, daß es zu jeder 2-Färbung des d-dimensionalen *unendlichen* Gitters und zu jedem Vektor $(k_1, k_2, \ldots, k_d)$, wobei die k_i beliebige natürliche Zahlen sind, eine d-dimensionale arithmetische Progression $A = \prod_{i=1}^{d} A_i$ gibt, so daß $disc(A) \geq c \cdot \sqrt{d_1 d_2 \ldots d_d}$ ist, wobei A_i den Abstand δ_i hat und $\delta_i > k_i$ für alle $i = 1, \ldots, d$.
Desweiteren konnte ich die Diskrepanz des Hypergraphen $\mathcal{H}_S = ([N]^d, \mathcal{E} = \{\prod_{i=1}^{d} A : A \text{ arithmetische Progression }\})$ bis auf eine Konstante genau bestimmen. Die Diskrepanz von $\mathcal{H}_S$ ist dimensionsunabhängig und hat für eine geeignete Konstante c, die nicht von d abhängt, den Wert $c \cdot N^{\frac{1}{4}}$.

Die Abgabe der Dissertation erfolgte Ende September.

Aktivitäten

- Teilnahme am Forschungsseminar „Algorithmen und Komplexität “ an der HU und Vortrag über „Obere und untere Schranken für die Diskrepanz von d-dimensionalen arithmetischen Progressionen“ .
- Vortrag auf dem ADiMMO-Workshop am 3./4. April 1997 in Berlin über „Schranken für die Diskrepanz von arithmetischen Progressionen höherer Dimension “.
- Teilnahme an der Vorlesung und dem Kolloquium des Graduiertenkollegs.
- Teilnahme am Berlin - Poznan Seminar und Vortrag über „Bounds for the discrepancy of higher dimensional arithmetic progressions “.

- Teilnahme am Berliner Algorithmen Tag an der HU am 23. Mai 1997.
- Teilnahme an der Konferenz „Random Structures and Algorithms '97"vom 4. bis 8. August 1997 in Poznan mit Vortrag über „Lower and upper bounds for the discrepancy of higher dimensional arithmetic progressions ".
- Teilnahme an der Sommerschule in Antonin vom 1. bis 5. September 1997.

Literatur

[MS96] J. Matoušek, J. Spencer; *Discrepancy in Arithmetic Progressions.* Journal of the American Mathematical Society, vol 9 (1996), 195-204.

[Ro64] K.F. Roth; *Remark concerning integer sequences.* Acta Arithmetica 9:257-260, 1964.

Ekkehard Köhler

Betreuer:	Prof. Dr. Rolf H. Möhring
Arbeitsbereich:	Algorithmische Graphentheorie
Thema:	Stuktureigenschaften und Algorithmen verschiedener Graphenklassen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1996

Darstellung des Promotionsthemas

Eine Vielzahl von interessanten Graphenproblemen sind NP–vollständig, wenn man sie auf allgemeinen Graphen betrachtet. Möchte man dennoch in vertretbarer Zeit eine Lösung für ein solches Problem finden, gibt es verschiedene Ansätze. Eine Möglichkeit ist, sich auf bestimmte Eingaben zu beschränken, d.h. nur solche Graphen als Eingabe zuzulassen, die gewisse Eigenschaften besitzen. In vielen Fällen ist es möglich für diese speziellen Graphenklassen effiziente, oder sogar optimale Algorithmen zu finden.

Ein Beispiel für eine solche spezielle Graphenklasse ist die Klasse der Graphen ohne asteroidale Tripel (auch AT–freie Graphen genannt). Unter einem asteroidalen Tripel in einem Graphen $G = (V, E)$ versteht man eine Menge von drei paarweise verschiedenen, nicht adjazenten Knoten, so daß es für je zwei dieser Knoten einen Pfad in G gibt, der die Nachbarschaft des dritten Knotens vermeidet. Ein Graph heißt AT–frei, wenn er kein asteroidales Tripel enthält.

Der Begriff des asteroidalen Tripels wurde von Lekkerkerker und Boland bereits 1962 eingeführt und von Gallai in seiner bekannten Arbeit über transitiv orientierbare Graphen aufgegriffen. Aber erst zu Beginn der 90er Jahre wurden die AT–freien Graphen als Klasse an sich betrachtet (siehe [2]).

Diese Graphenklasse hat eine Reihe interessanter Eigenschaften. So enthält sie die Intervallgraphen, die Permutationsgraphen, die Trapezgraphen und die Cocomparabilitygraphen, ist aber im Gegensatz zu den genannten Graphenklassen selbst nicht in der Klasse der Perfekten Graphen enthalten.

Während meiner Forschungstätigkeit im Graduiertenkolleg möchte ich mich insbesondere mit dieser Graphenklasse genauer beschäftigen. Dabei liegt mein Hauptinteresse auf der Untersuchung von speziellen Struktureigenschaften und deren Ausnutzung beim Entwurf effizienter Algorithmen.

Arbeitsgebiet und Ergebnisse

Ein interessantes und bisher noch nicht befriedigend gelöstes Problem auf der Klasse der AT–freien Graphen, ist ihre algorithmische Erkennung. Während für Teilklassen der AT–freien Graphen, wie zum Beispiel für Intervallgraphen und Permutationsgraphen Linearzeitalgorithmen zur Erkennung existieren und für größere Teilklassen, wie die Cocomparabilitygraphen immerhin $\mathrm{O}(\mathrm{M}(n))$ Algorithmen bekannt sind ($\mathrm{M}(n)$ ist die Komplexität für die Multiplikation zweier $n \times n$ Matrizen — im Moment: $\mathrm{M}(n) = n^{\alpha}$ mit $\alpha < 1.4$), hat der schnellste in der Literatur bekannte Erkennungsalgorithmus für AT–freie Graphen eine Laufzeit von $\mathrm{O}(n^3)$. J. Spinrad bewies kürzlich, daß die Erkennung von AT–freien Graphen mindestens so schwer ist wie das Finden von Dreiecken in einem ungerichteten Graphen und der schnellste bekannte Algorithmus für dieses Problem hat wiederum eine Laufzeit von $\mathrm{O}(\mathrm{M}(n))$. Im letzten Semester konnte ich einen Erkennungsalgorithmus für AT–freie Graphen entwickeln, der eine Laufzeit von $\mathrm{O}(nm + n^{2.8})$ besitzt.

Ein wichtiger Grund für die Betrachtung AT–freier Graphen ist, die Vermutung, daß die Abwesenheit von asteroidalen Tripeln eine entscheidende Charakteristik dafür ist, daß man verschiedene Optimierungsprobleme auf der Klasse der Intervall-, Permutations- und Cocomparabilitygraphen effizient lösen kann. Damit stellt sich die Frage, wie sich verschiedene Graphenklassen unter der Restriktion, keine asteroidalen Tripel zu enthalten, verhalten und ob sich die Ergebnisse, die für AT–freie Graphen bekannt sind, auch für andere Graphenklassen anwenden lassen. Hier untersuchte ich verschiedene Klassen perfekter Graphen und Verallgemeinerungen dieser. Es konnten einige Teilergebnisse erzielt werden und eine Reihe von Vermutungen formuliert werden, mit deren näherer Untersuchung ich mich im nächsten Semester genauer beschäftigen möchte.

Für die meisten Standardoptimierungsprobleme, wie zum Beispiel Independent Set, Clique, Partition into Cliques, Dominating Set und Connected Dominating Set, ist die Komplexität für den Fall, daß der Eingabegraph AT–frei ist, bereits bekannt (siehe [1, 3, 4]). Für andere Probleme, wie Graph k-Colorability, Hamiltonian Circuit und Hamiltonian Path existieren allerdings im Moment weder Polynomialzeitalgorithmen, noch ist ihre NP–Vollständigkeit nachgewiesen. Für die drei letztgenannten Probleme existieren allerdings effiziente Algorithmen auf der Klasse der Cocomparabilitygraphen, die stark die Eigenschaft dieser Graphen ausnutzen, daß ihr Komplement transitiv orientierbar ist. Auch mit diesen Problemen möchte ich mich im nächsten Semester näher beschäftigen.

Aktivitäten

- Besuch von Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs.
- Teilnahme am Seminar über *Randomisierte Algorithmen* und Betreuung eines Vortragenden.
- Teilnahme am *ADiMMO Workshop* im April in Berlin.
- Teilnahme am *Twente Workshop on graphs and combinatorial optimization* in Twente im Mai und Vortrag zum Thema *Connected Domination in Trapezoid Graphs: An optimal algorithm.*
- Teilnahme an der Sommerschule des Graduiertenkollegs über *Algorithmische Geometrie* im Juni in Chorin.

- Mithilfe bei der Vorbereitung und Teilnahme am *Workshop on Graph-theoretic Concepts in Computer Science* im Juni in Berlin.
- Gutachten für ALGORITHMICA, THEORETICAL COMPUTER SCIENCE A, ICALP'97, WG'97, ESA'97.

Literatur

[1] H. Balakrishnan, A. Rajaraman and C. Pandu Rangan. Connected domination and Steiner set on asteroidal triple-free graphs. *Proc. Workshop on Algorithms and Data Structures (WADS'93)*, LNCS 709, Springer-Verlag, pp. 131–141.

[2] D.G. Corneil, S. Olariu and L. Stewart. Asteroidal triple-free graphs, Technical Report TR-94-31, Old Dominion University, 1994.

[3] D. Kratsch. Domination and total domination on asteroidal triple-free graphs, Forschungsergebnisse Math/Inf/96/25, FSU Jena, Germany, 1996.

[4] H.J. Broersma, T. Kloks, D. Kratsch and H. Müller. Independent sets in asteroidal triple-free graphs, Memorandum No. 1359, Faculty of Applied Mathematics, University of Twente, Enschede, The Netherlands, 1996.

Matthias Kriesell

Betreuer:	Prof. Dr. H.-A. Jung
Arbeitsbereich:	Graphentheorie
Thema:	Eckenzusammenhang in endlichen Graphen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit April 1996

Arbeitsgebiet

THOMASSEN hat vermutet, daß jeder $(s+t+1)$-fach eckenzusammenhängende Graph einen s-eckenzusammenhängenden und einen t-eckenzusammenhängenden Teilgraphen ohne gemeinsame Ecken enthält. Im Falle $\min\{s,t\} \geq 3$ ist diese Vermutung nicht entschieden, in allen anderen Fällen ist sie bewiesen und in verschiedene Richtungen verschärft worden, etwa durch zusätzliche Forderungen an die Eckenzahl oder die Struktur der gesuchten Teilgraphen. Insbesondere kann die klassische Frage nach der Existenz einer k-kontrahierbaren Kante in einem k-eckenzusammenhängenden Graphen als ein solches Zerlegungsproblem aufgefaßt werden.

Hier die Einzelergebnisse, die im vergangenen halben Jahr von mir bewiesen wurden.

Kontrahierbare Nicht-Kanten

Ergänzend zu den im vorigen Bericht dargestellten Ergebnissen konnte folgendes gezeigt werden.

> Ein 3-zusammenhängender Graph besitzt ein Paar nicht benachbarter Ecken, deren Identifikation einen 3-zusammenhängenden Graphen liefert, es sei denn, er ist ein Rad oder einer von zehn Ausnahmegraphen.

Die Ausnahmegraphen sind im Preprint Nr. 528, TU Berlin, beschrieben. Dieses Resultat ist ein Supplement zu einem klassischen Satz von Tutte, der besagt, daß ein 3-fach zusammenhängender Graph ein Paar *benachbarter* Ecken besitzt, deren Identifikation einen 3-zusammenhängenden Graphen liefert, es sei denn, er ist ein vollständiger Graph auf 4 Ecken.

Kontrahierbare Teilgraphen

Ein Teilgraph H eines 3-fach zusammenhängenden Graphen G heißt *kontrahierbar*, falls er 1-fach zusammenhängend und $G-V(H)$ 2-fach zusammenhängend ist. Diese Verallgemeinerung des Konzeptes der kontrahierbaren Kante geht auf McQuaig und Ota zurück. Sie haben 1994 vermutet, daß eine hinreichend große Eckenzahl eines 3-fach zusammenhängenden Graphen einen kontrahierbaren Teilgraphen auf einer vorgegebenen Eckenzahl garantiert und diese Vermutung für den Fall kontrahierbarer Tripel bewiesen. Ich konnte ihre Vermutung für den Fall kontrahierbarer Teilgraphen auf 4 Ecken beweisen:

> Jeder 3-fach zusammenhängende Graph auf wenigstens 7 Ecken außer $K_{3,4}$ enthält einen kontrahierbaren Teilgraphen auf 4 Ecken.

Außerdem gelang es, die Vermutung für einige spezielle Graphenklassen zu zeigen, darunter, angeregt durch E. KÖHLER, die AT-freien Graphen. Ein interessantes Nebenresultat ist der Nachweis eines Spezialfalles einer Vermutung von THOMASSEN, die besagt, daß es zu jeder natürlichen Zahl k eine kleinste natürliche Zahl $f(k)$ gibt, so daß zwischen je zwei Ecken eines $f(k)$-fach zusammenhängenden Graphen es stets einen sehnenlosen Weg gibt, dessen Fortnahme (nach Ecken) einen k-fach zusammenhängenden Graphen hinterläßt; ich konnte $f(1) = 3$ und $f(2) = 5$ zeigen. Aus $f(2) = 5$ folgt MC QUAIGS und OTAS Vermutung für Klassen gradbeschränkter, 5-zusammenhängender Graphen.

Vorhaben

Im kommenden Berichtszeitraum werde ich meine Dissertationsschrift abfassen.

Tagungen und Vorträge

- ADiMMO, FU Berlin, 3. und 4. April, Vortrag: "Contractible non-edges in triangle-free graphs".
- 5th Twente Workshop on Graphs and Combinatorial Optimization, 20. bis 22. Mai, Vortrag: "Contractible subgraphs in 3-connected graphs".
- Workshop über Graphentheorie, TU-Berlin, 29. April, Vortrag: "Kontrahierbare Teilgraphen in 3-fach zusammenhängenden Graphen".
- Workshop über Graphentheorie, TU-Berlin, 13. Mai, Vortrag: "Kontrahierbare Nichtkanten in 3-fach zusammenhängenden Graphen".

Veröffentlichungen

- "A note on hamiltonian cycles in lexicographical products of graphs", eingereicht.
- "Contractible non-edges in triangle-free graphs", Preprint Nr. 528, TU Berlin.

- "Contractible subgraphs in 3-connected graphs: Extended abstract", in: U. Faigle and C. Hoede (Hrsg.), "Scientific program of the 5th Twente workshop on graphs and combinatorial optimization", Universiteit Enschede (1997), S. 158–161.

Sonstiges

- Organisation und Betreuung des "Workshops Graphentheorie" an der TU Berlin.

Frank Hagen Lutz

Betreuer:	Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Arbeitsbereich:	Kombinatorische Geometrie
Thema:	Nichtfreie Gruppenwirkungen zu diskreten Strukturen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1996

Darstellung des Promotionsthemas

Themenkomplexe:

- Partitionsprobleme/Borsuk-Ulam-artige Fixpunktsätze
- Die chromatische Zahl von Klassen verallgemeinerter Knesergraphen
- Evasiveness.

Für die Lösung einiger bedeutender Probleme der diskreten Mathematik hat sich der Einsatz von Fixpunktsätzen der algebraischen Topologie als ein unverzichtbares Hilfsmittel erwiesen. Als erster und bahnbrechender Erfolg sind dabei die Beweise der Kneser-Vermutung [Kn] durch Lovász [Lo] und Bárány [B] zu werten. Das entscheidende Hilfsmittel zur Bestimmung der unteren Schranke für die chromatische Zahl $\chi(G_{n,k}) = n - 2k + 2$ von Kneser-Graphen $G_{n,k}$ ist hierbei der Fixpunktsatz von Borsuk-Ulam für freie $\mathbf{Z}_2$-Gruppenwirkungen auf Sphären. Das Vorgehen von Lovász und Bárány, einer graphentheoretischen Fragestellung einen topologischen "Konfigurationsraum" mit einer *freien* Gruppenwirkung zuzuordnen, um dann Werkzeuge der algebraischen Topologie anzuwenden, hat sich als "Standard-Ansatz" bei der Klärung einer Vielzahl weiterer Probleme etabliert.

Der jedoch wohl größte "Schwachpunkt" Borsuk-Ulam-artiger Sätze im Hinblick auf die Untersuchung diskreter Strukturen ist, daß sie sich nur in solchen Situationen anwenden lassen, in denen die durch das diskrete Problem induzierte Gruppenwirkung frei ist. Beispiele, bei denen nichtfreie Gruppenwirkungen auftreten, sind u.a. bestimmte Partitionsprobleme, bzw. zugehörige topologische Verallgemeinerungen dieser ([BShSz], [VrZiv]).

Von großem Interesse ist es daher zu klären, ob und auf welche Weise sich die zur Zeit zur Verfügung stehenden topologischen Hilfsmittel erweitern lassen, um auch nichtfreie Gruppenwirkungen zu diskreten Strukturen in den Griff zu bekommen.

Nach dem Beweis der ursprünglichen Kneser-Vermutung durch Bárány und Lovász, konnten Alon, Frankl und Lovász [AFrLo], ebenfalls mit Hilfe topologischer Methoden, 1986 die chromatische Zahl von verallgemeinerten Knesergraphen bestimmen. Der sich zwangsläufig stellenden Frage, ob auch für weitere Klassen von Graphen die chromatische Zahl auf diese Weise ermittelt werden kann oder inwiefern geeignete approximative Algorithmen gewonnen werden können, soll nachgegangen werden.

Fixpunktsätze von anderer Art sollen im Zentrum eines weiteren Vorhabens stehen: Sei E eine endliche Menge mit $|E| = m$ und $\mathcal{F} \subseteq 2^E$ ein Mengensystem. Für eine Teilmenge $A \subseteq E$ soll entschieden werden, ob A in $\mathcal{F}$ liegt oder nicht, indem Fragen "Ist $e \in A$?" gestellt werden, die ein "Orakel" mit "Ja" oder "Nein" beantwortet. Unter der Komplexität $c(\mathcal{F})$ von $\mathcal{F}$ versteht man dann die Anzahl von Fragen, die für unbekanntes A bei optimaler Fragestrategie im ungünstigsten Fall gestellt werden müssen. Es gilt $0 \leq c(\mathcal{F}) \leq m$, und $\mathcal{F}$ heißt *trivial*, falls $c(\mathcal{F}) = 0$, und *evasive*, falls $c(\mathcal{F}) = m$.

Seien nun $G = (V, A)$ Graphen zu einer gegebenen Eckenmenge $V = [n]$, und sei E die Menge "aller möglichen Kanten" auf der Eckenmenge $[n]$. Für eine Grapheneigenschaft $\mathcal{P}$ ist damit die Menge aller Graphen $G = ([n], A)$ mit dieser Eigenschaft gegeben durch das Mengensystem

$$\mathcal{F}(\mathcal{P}) := \{A \subseteq E \,:\, ([n], A) \text{ hat die Eigenschaft } \mathcal{P}\} \subseteq 2^E.$$

Eine Grapheneigenschaft $\mathcal{P}$ heißt *evasive*, falls das assoziierte Mengensystem $\mathcal{F}(\mathcal{P})$ evasive ist, ansonsten *non-evasive*.

Für eine große Klasse von Grapheneigenschaften stellte Richard Karp in den frühen siebziger Jahren die folgende Vermutung auf:

Evasiveness Conjecture *Jede nichttriviale monotone Grapheneigenschaft ist evasive.*

Diese i. allg. immer noch offene Vermutung findet eine natürliche topologische Verallgemeinerung (*Evasiveness Conjecture für Simplizialkomplexe*): "Jeder Simplizialkomplex mit eckentransitiver Gruppenwirkung ist evasive oder ein Simplex."

Eine weitere Verallgemeinerung auf Mengensysteme führt zur

Generalized Aanderaa-Rosenberg Conjecture ([RV]) *Sei $\mathcal{F} \subseteq 2^E$ ein Mengensystem mit induzierter Symmetriegruppe $G \subseteq \mathcal{S}_E$ und E endlich. Ist $\emptyset \in \mathcal{F}$, aber $E \notin \mathcal{F}$, dann ist $\mathcal{F}$ evasive.*

Im Falle der letzten beiden Vermutungen konnten Rivest und Vuillemin deren Gültigkeit jeweils für Eckenmengen mit Primzahlpotenzkardinalität zeigen [RV]. Hingegen fand Illies [Ill] ein (das bislang einzig bekannte) Gegenbeispiel zur Generalized Aanderaa-Rosenberg Conjecture für $m = 12$. Unter Verwendung eines Fixpunktsatzes von Oliver [Ol], der im Zusammenhang mit dem Lefschetz-Hopfschen Fixpunktsatz steht, bewiesen Kahn, Saks und Sturtevant 1984 die Evasiveness Conjecture für Graphen zu Eckenmengen mit wiederum Primzahlpotenzkardinalität [KSS].

Ergebnisse

In Verallgemeinerung des Gegenbeispiels von Illies, konnten wir in [Lu1] zu $|E| = u(u+1)$, $u \geq 3$ ungerade, eine *unendliche* Klasse von Gegenbeispielen zur Generalized Aanderaa-Rosenberg Conjecture aufstellen.

Nachdem wir in [Lu1] zeigten, daß für 2- und 3-dimensionale Simplizialkomplexe die Evasiveness Conjecture für Simplizialkomplexe gültig ist; bzw. in einer schärferen Form: es existiert kein 2- oder 3-dimensionaler $\mathbf{Z}$-azyklischer Simplizialkomplex mit eckentransitiver Gruppenwirkung, der kein Simplex ist, ist es uns in [Lu2] mittels einer geeigneten Charakterisierung eckentransitiver

Simplizialkomplexe gelungen, drei grundlegende Beispiele **Z**-azyklischer eckentransitiver Simplizialkomplexe zu konstruieren.

Das kleinste dieser Beispiele ist 11-dimensional auf 30 Ecken und hat 20532 Simplizes. Die Symmetriegruppe des Komplexes ist A_5. Der nächstgrößere Komplex, der zuvor bereits von OLIVER algebraisch beschrieben worden war, ist ebenfalls 11-dimensional mit A_5-Wirkung, jedoch auf 60 Ecken und mit 26984 Simplizes.

Bildet man den Nerv-Komplex der Überdeckung durch die jeweils maximalen Seiten, so erhält man bei allen drei Beispielen eine facettentransitive Triangulierung des **Z**-azyklischen identifizierten Dodekaeders.

Dieser 2-dimensionale Komplex steht in direkter Beziehung zur Poincaréschen Homologie-3-Sphäre bzw. zu dem in [ST] beschriebenen sphärischen Dodekaederraum, aus welchen er sich durch Entfernen einer 3-Zelle ergibt.

Aktivitäten

- *ADiMMO '97, (2. Berlin-Trierer Workshop zur Algorithmischen Diskreten Mathematik und Mathematischen Optimierung)*, Berlin, 3.-4. April 1997.

- Aufenthalt an der Katedra aplikované matematiky (KAM), Univerzity Karlovy, Praha, 7.-13. April 1997; Vortrag: "Evasive Graph Properties".

- *Summer School on Computational Geometry* des Graduiertenkollegs, Chorin, 16.-18. Juni 1997.

- Organisation eines Forschungskolloquiums der Studienstiftung zum Thema *Topologische Kombinatorik*, Dahme, 8.-12. September 1997.

- Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs; Vortrag: "Topologische Aspekte der Evasiveness-Vermutung", 2. Juni 1997.

- Oberseminar "Kombinatorische Geometrie" bei G.M. Ziegler.

- Seminar "Proofs from the Book" bei M. Aigner, S. Brandt und G.M. Ziegler.

Literatur

[AFrLo] N. Alon, P. Frankl, L. Lovász. The chromatic number of Kneser hypergraphs. *Trans. Amer. Math. Soc.* **298**, 359-370 (1986).

[B] I. Bárány. A short proof of Kneser's conjecture. *J. Combinatorial Theory* Ser. A **25**, 325-326 (1978).

[BShSz] I. Bárány, S.B. Shlosman, A. Szücs. On a topological generalization of a theorem of Tverberg. *J. London Math. Soc.* **23**, 158-164 (1981)..

[Ill] N. Illies. A counterexample to the generalized Aanderaa-Rosenberg conjecture. *Inform. Processing Letters* **7**, 154-155 (1978).

[KSS] J. Kahn, M. Saks, D. Sturtevant. A topological approach to evasiveness. *Combinatorica* **4**, 297-306 (1984).

[Kn] M. Kneser. Aufgabe 360. *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **58**, 3 (1955).

[Lo] L. Lovász. Kneser's conjecture, chromatic number, and homotopy. *J. Combinatorial Theory* Ser. A **25**, 319-324 (1978).

[Lu1] F.H. Lutz. Some Results Related to the Evasiveness Conjecture. (Preprint in Vorbereitung.)

[Lu2] F.H. Lutz. How to construct **Z**-acyclic, and contractible vertex-homogeneous simplicial complexes? (Preprint in Vorbereitung.)

[Ol] R. Oliver. Fixed-point sets of group actions on finite acyclic complexes. *Comment. Math. Helvetici* **50**, 155-177 (1975).

[RV] R.L. Rivest, J. Vuillemin. On recognizing graph properties from adjacency matrices. *Theor. Comput. Sci.* **3**, 371-384 (1976).

[ST] H. Seifert, W. Threlfall. *Lehrbuch der Topologie.* Leipzig: Teubner, 1934.

[VrZiv] S.T. Vrećica, R.T. Živaljević. New cases of the colored Tverberg theorem. *Contemp. Math.* **178**, 325-334 (1994).

Hans Mielke

Betreuer:	Prof. Dr. Martin Aigner
Arbeitsbereich:	Graphentheorie
Thema:	Das Penrose Polynom
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit April 1996

Promotionsthema

Einführung

In einer Arbeit von 1971 definiert Penrose [P71] ein interessantes neues Polynom $P_G(x)$ auf ebenen Graphen: Für jede Teilmenge $A \subseteq E$ der Kanten wird ein ebener Graph G auf eine vorgeschriebene Art in Zyklen zerlegt; in das Polynom geht dann die Anzahl $c(A)$ der so entstandenen Zyklen ein, und die Größe der Kantenteilmenge bestimmt das Vorzeichen:

$$P_G(x) = \sum_{A \subseteq E(G)} (-1)^{|A|} x^{c(A)}$$

Die Regel zum Zerlegen des Graphen in Zyklen nimmt auf die Länder Rücksicht, betrachtet also den Graphen und den dualen Graphen zugleich. Wesentlich für die Definition ist, daß an jedem Knoten die inzidenten Kanten zyklisch geordnet sind, so daß man das Penrose Polynom auch für nichtebene Graphen betrachten kann. Doch nur bei ebenen Graphen ist das Penrose Polynom von der Einbettung unabhängig, also eine Invariante bezüglich Graphen-Isomorphie.

Soweit die Definition; warum lohnt es sich aber, das Penrose Polynom zu untersuchen? Einige Koeffizienten und Funktionswerte haben interessante kombinatorische Interpretationen, speziell für 3-reguläre Graphen. Z.B. zählt $P_G(3)$ bei 3-regulären Graphen die Kanten-3-Färbungen, $P_G(-2)$ hängt mit der Anzahl der Länder-4-Färbungen zusammen, und wenn die Koeffizienten stets alternieren, dann folgt der Vierfarbensatz. Eine gute Übersicht gibt M. Aigner [A96].

Umfeld

Polynome Das Penrose Polynom läßt sich durch Übergang zum Medial Graphen als Polynom auf ebenen 4-regulären Graphen auffassen. Es ist dann – wie z.B. auch das Tutte Polynom und das Martin Polynom – eine Spezialisierung des „Übergangspolynoms“. Für Zusammenhänge siehe Jaeger [J90].

Strukturen Es ist möglich, das Penrose Polynom eines ebenen Graphen nur über die mit jedem Graphen assoziierten Vektorräume Zyklenraum und Kozyklenraum zu bestimmen. Diese Definition eignet sich für beliebige binäre Matroide: das ist eine andere Möglichkeit der Verallgemeinerung auf nicht-ebene Graphen.

A.Bouchet hat einige neue Strukturen eingeführt, die Matroide verallgemeinern. „Isotrope Systeme“ vereinheitlichen 4-reguläre Graphen und binäre Matroide [B87]. „Multimatroide“ sind eine Verallgemeinerung von Matroiden, die u.a. Isotrope Systeme enthalten [B97]. Das Penrose Polynom läßt sich auch auf Isotrope Systeme übertragen, und auch auf Multimatroiden kann man etwas entsprechendes definieren.

Ziele und Ergebnisse

Ebene Graphen Beim Penrose Polynom auf Graphen sind einige interessante Probleme offen, etwa eine kombinatorische Interpretation der Funktionswerte $P_G(-n)$ oder der Koeffizienten des Polynoms zu finden. Ist die Koeffizientenfolge unimodal? Erfüllt das Penrose Polynom eine Rekursion? Für welche Werte ist die Berechnung des Penrose Polynoms in polynomieller Zeit möglich?

Und: Welche weitergehenden Aussagen oder partiellen Lösungen der oben genannten Probleme sind in kleineren Graphenklassen möglich? Für die Räder kann ich das Penrose Polynom explizit angeben, für serienparallele Graphen kenne ich eine Rekursion.

Ich wüßte auch gerne, wie sich das geometrisch definierte Penrose Polynom auf Flächen höheren Geschlechts verhält.

Andere Strukturen Beim Penrose Polynom auf binären Matroiden gelten viele Sätze weiter wie bei ebenen Graphen. Zumindest diejenigen Eigenschaften, die man rekursiv beweist, gelten auch auf isotropen Systemen, und ich glaube auch auf Multimatroiden.

Andere Polynome Ich untersuche ein verallgemeinertes Penrose Polynom, bei dem ich statt des Zyklenraumes, der ja der Raum der 2-Flüsse ist, den

Raum der k-Flüsse betrachte. Dieses Polynom hat auch etwas mit nirgends verschwindenden Flüssen zu tun.

Auf Multimatroiden habe ich ein „Übergangspolynom“ definiert, und darüber ein Polynom, das ich gerne als ein Tutte Polynom bezeichnen möchte; ich kann das aber noch nicht gut genug rechtfertigen.

Das Martin Polynom ist dem Penrose Polynom sehr ähnlich, man verzichtet dabei nur auf den Vorzeichenfaktor in den einzelnen Summanden. A.Bouchet hat eine Darstellung des Martin Polynoms als „Activity Polynom“ gefunden.

Computer Ich kann Penrose Polynome mit Computerhilfe ausrechnen. Die Obergrenze für die Anzahl der Kanten bzw. die Größe des Matroids liegt etwa bei 30; ich sehe zur Zeit keine Möglichkeit, den Rechenaufwand zu senken, und ein polynomialer Algorithmus ist ohnehin nicht zu erwarten. Isotrope Systeme oder gar Multimatroide habe ich noch nicht implementiert.

Aktivitäten

- Gespräch mit A. Bouchet in Le Mans über Polynome auf Matroiden und über Multimatroide.
- Vortrag „The Penrose Polynomial“ bei J.A. Bondy in Lyon.
- Gespräch mit M. Las Vergnas in Paris über Polynome auf Graphen und Matroiden.
- Sommerschule über Algorithmische Geometrie im Juni.
- Praktikum Computergraphik bei H. Alt.

Ausblick

- Kolloquium über Kombinatorik in Braunschweig im November.
- Vorlesung „On-Line and Adversarial Algorithms“ bei W.T. Trotter.

Literatur

[A96] M. Aigner (1996) The Penrose Polynomial of a Plane Graph, Preprintreihe Mathematik, FU Berlin, Nr. A/12/96.

[B87] A. Bouchet (1987) Isotropic Systems, *Europ. J. Combinatorics* **8**, 231–244.

[B97] A. Bouchet (1997) Multimatroids I - III, Preprints.

[J90] F. Jaeger (1990) On Transition Polynomials of 4-regular Graphs, *Cycles and Rays* (G.Hahn et al., eds.), 123–150, Kluwer.

[P71] R. Penrose (1971) Applications of Negative Dimensional Tensors, *Combinatorial Mathematics and Its Applications* (D.J.A.Welsh, ed.), 221–244, Academic Press.

[W93] D.J.A. Welsh (1993) *Complexity: Knots, Colourings and Counting,* Cambridge University Press.

Eva Nuria Müller

Betreuer:	Prof. Dr. Ralph-Hardo Schulz
Arbeitsbereich:	Codierungstheorie
Thema:	Kreuzkorrelation linearer Schieberegisterfolgen
Stipendiatin	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1995

Darstellung des Promotionsthemas

In meinem Dissertationsvorhaben befasse ich mich mit der Kreuzkorrelation linearer Schieberegisterfolgen über Körpern ungerader Charakteristik. Für eine ausführliche Darstellung der wichtigsten Eigenschaften und Ergebnisse verweise ich auf [1], [2] und die letzten Semesterhefte des Graduiertenkollegs.

Gegeben sei eine maximale lineare Schieberegisterfolge (a_n) der Periodenlänge $p^n - 1$ über $GF(p)$. Ist für ein d eine weitere Folge (b_n) durch $b_i = a_{d \cdot i}$ für alle i gegeben, so berechnet sich die Kreuzkorrelation $C_d(t)$ dieser Folgen durch $\sum_{i=0}^{p^n-2} \zeta^{a_{i-t}-b_i}$, wobei ζ eine primitive komplexe p-te Einheitswurzel ist.

Von besonderem Interesse sind Folgen, für die wenigstens einer der Parameter

- $\#C_d := \#\{C_d(t) \mid 0 \le t \le p^n - 2\}$
- $max(C_d) := max\left(\left\{\frac{|C_d(t)|}{\sqrt{p^n}} \mid 0 \le t \le p^n - 2\right\}\right)$

klein ist. Während anfänglich vor allem nach Folgen gesucht wurde, für die $\#C_d$ möglicht klein ist, hat in den letzten Jahren das Interesse an Folgen, für die $max(C_d)$ möglichst klein ist, zugenommen.

Arbeitsgbiet

Zur Zeit beschäftige ich mich vor allem mit dem Zusammenhang von bestimmten Abbildungen des Typs $f(x) = x^d$ auf $GF(p^n)$, sogenannten *differential k–uniform mappings*, und der Kreuzkorrelation von Folgen, die durch diesen Wert von d gegeben sind. Ist k hierbei klein, so wurde für einige Werte von d bereits gezeigt, daß $max(C_d)$ ebenfalls klein (oder sogar optimal) ist [3]. Ich untersuche derzeit, ob sich für andere Werte von d ähnliche Ergebnisse erzielen lassen.

Darüber hinaus gilt es, das Verhalten von $C_d(t)$ für einige Werte von d, für die $max(C_d)$in einem interessanten Bereich zu liegen scheint, genauer zu untersuchen. Hierfür müssen die gängigen Verfahren ([4], [5]) verbessert werden.

Ergebnisse

Ich konnte bisher folgendes zeigen:
Ist p eine ungerade Primzahl, $d = p^k + 1$ und $\frac{n}{ggt(n,k)} \not\equiv 0 \ (mod\ 4)$, so gilt: $\#C_d(t) = p$ und $max(C_d) = 1$. Dieses Ergebnis ist im Hinblick auf $max(C_d)$ optimal, hinsichtlich der Anzahl der Werte von $C_d(t)$ gilt die Optimalität nur für $p = 3$.
Beispiele zeigen, daß für diese Klasse von Werten von d keine weiteren allgemeingültigen optimalen Ergebnisse zu erzielen sind.

Aktivitäten

- Forschungsaufenthalt am Institut für Informatik der Universität Bergen (Norwegen) von April bis Juli 1997

Ausblick

- Vortrag im Kolloquium des Graduiertenkollegs,
- Teilnahme am Kolloquium über Kombinatorik in Braunschweig im November 1997,
- Fertigstellen der Dissertationsschrift.

Literatur

[1] S. W. Golomb: *Shift register sequences.* Laguna Hills 1982

[2] T. Helleseth: *Some results about the crosscorrelation between two maximal linear sequences.* Discrete Mathematics **16** (1976), p.209-232

[3] T. Helleseth, D. Sandberg: *Some power mappings with low differential uniformity.* AAECC (1997), to appear

[4] R. Lidl, H. Niederreiter: *Introduction to finite fields and their applications.* rev. edition, Cambridge 1994

[5] H. M. Trachtenberg: *On the cross-correlation functions of maximal linear recurring sequences.* Dissertation, Faculty of the Graduate School, University of Southern California, Los Angeles, California, 1970

Till Nierhoff

Betreuer:	Prof. Dr. H. J. Prömel
Arbeitsbereich:	Graphenalgorithmen
Thema:	Average Case Analyse der Qualität von Graphenalgorithmen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit April 1996

Arbeitsgebiet

Wie schon im letzten Bericht etwas ausführlicher dargestellt, beschäftige ich mich mit der Average Case Analyse von Graphenalgorithmen. Hier wird das Verhalten von Heuristiken für verschiedene (meist NP-vollständige) Probleme in Graphen unter Annahme zufälliger Eingaben analysiert.

Als Zufallsmodell für die Eingabe wird dabei ein adäquates Modell zufälliger Graphen gewählt, über dessen Struktur schon einiges bekannt ist. Sobald ein Algorithmus analysiert ist, hat man dann einen guten Vergleichsmaßstab. Da sich die Vorgehensweise bei der Analyse des Algorithmus an die Theorie zufälliger Graphen anlehnt und manchmal auch auf eigenen Strukturaussagen beruht, wird auch von einer „algorithmischen Theorie zufälliger Graphen“ gesprochen. Der Stand der Arbeiten in dieser Richtung wird in einem Übersichtsartikel von Frieze und McDiarmid [2] zusammengefaßt.

Nachdem Bernd Kreuter und ich im Vorsemester festgestellt hatten, daß die Greedy-Heuristik für r-stabile Mengen $1/2$-approximativ ist, haben wir — wieder unter Verwendung der Aussage von Burtin [1], die das Expansionsverhalten von Nachbarschaften über konstante Distanzen beschreibt — zwei weitere Aussagen gezeigt:

Eine *r-dominierende Menge* ist eine Knotenteilmenge eines Graphen, von der alle anderen Knoten Abstand höchstens r haben. Die *r-Dominierungszahl* $\gamma_r(G)$ ist die kleinste Kardinalität einer solchen. Maximale r-stabile Mengen sind r-dominierend; da sie darüber hinaus r-stabil sind, wird ihre kleinste Kardinalität als *r-stabile Dominierungszahl* $\iota_r(G)$ bezeichnet.

Wir haben gezeigt, daß im $G_{n,p}$-Modell zufälliger Graphen für $p = p(n) \gg \log n/n$ mit hoher Wahrscheinlichkeit

$$\gamma_r(G) \geq (1 - o(1)) \frac{r \log np}{n^{r-1}p^r}$$

ist.

Dies stimmt mit hoher Wahrscheinlichkeit bis auf Terme kleinerer Ordnung mit der Größe einer Lösung der Greedy-Heuristik für r-stabile Mengen überein. Die Heuristik liefert also mit hoher Wahrscheinlichkeit eine Lösung der Größe $(1 + o(1))\gamma_r(G)$ für das entsprechende Minimierungsproblem. Es ist sogar so, daß eine noch einfachere Heuristik, die einfach $(1-\epsilon/2)\gamma_r$ Knoten zufällig wählt und dann noch alle weiter als r von dieser Menge entfernten hinzunimmt, mit hoher Wahrscheinlichkeit eine $1 + \epsilon$-Approximation liefert.

Da aber die Größe der Greedylösung eine obere Schranke für $\iota_r(G)$ ist, zeigt dies auch, daß für fast alle Graphen $\iota_r \approx \gamma_r$ ist, obwohl diese Parameter für einzelne Graphen beliebig weit auseinanderfallen können.

Dual zum r-Dominierungsproblem ist das *k-Zentrumsproblem*: Finde eine Menge von k Knoten, die den maximalen Abstand zu den restlichen Knoten minimiert. Die optimale Lösung ist hier das kleinste r, so daß $\gamma_r \leq k$ ist, also in $G_{n,p}$ mit hoher Wahrscheinlichkeit

$$r_{min} = \frac{-\log pk}{\log pn} + 1 + o(1).$$

Die beiden Heuristiken für r-dominierende Mengen kann man verwenden, um ein gutes k-Zentrum zu finden, indem man die Abstände r so lange erhöht, bis eine r-dominierende Menge der Kardinalität höchstens k gefunden ist. Für die gefundene Lösung r_{heu} ist dann mit hoher Wahrscheinlichkeit

$$r_{min} \leq r_{heu} \leq r_{min} + 1;$$

darüberhinaus verschwindet mit zunehmendem n der Anteil der k, für die $r_{heu} = r_{min} + 1$ ist.

Wir haben die drei Ergebnisse zu r-stabilen und r-dominierenden Mengen, sowie k-Zentren in einem Paper zusammengefaßt, das für Random 97 angenommen worden ist [3].

Aktivitäten

- Winterschule „Beweisverifikation und Approximationsalgorithmen“ mit Vortrag „Nichtapproximierbarkeit von Set Cover“.
- Sommerschule „Computational Geometry“ des Graduiertenkollegs.
- Graduiertenkollegsvorlesung und -kolloquium.

- Forschungsseminar am Lehrstuhl Prömel.
- Mitbetreuung Seminar „Approximative Algorithmen“.

Literatur

[1] L. Burtin. On extreme metric characteristics of a random graph, I. asymptotic estimates. *Theory of Probability and its Applications*, XIX(4):710–725, 1974.

[2] A. Frieze and C. McDiarmid. Algorithmic theory of random graphs. *Random Structures & Algorithms*, 10:5–42, 1997.

[3] Bernd Kreuter and Till Nierhoff. Greedily approximating the r-independent set and k-center problems on random instances. to appear in the Proceedings of the 1st International Symposium on Randomization and Approximation Techniques in Computer Science.

Regina Urbaniak

Name:	Regina Urbaniak
Betreuer:	Priv. Doz. Dr. Weismantel / Prof. Dr. M.Grötschel
Arbeitsbereich:	Kombinatorische Optimierung
Thema:	Testmengen in der Ganzzahligen Optimierung
Stipendiatin	im Graduiertenkolleg seit April 1995

Zusammenfassung der Dissertation

Meine Dissertation beschäftigt sich mit primalen Verfahren zur Lösung von ganzzahligen Optimierungsproblemen. Sie basieren auf folgender Idee. Angenommen, eine zulässige, nicht optimale Lösung x des Problems ist bekannt. Existiert in ihrer Nachbarschaft eine andere zulässige Lösung x' mit besserem Zielfunktionswert, so wird x durch x' ersetzt und der Suchalgorithmus wird auf die Nachbarschaft von x' angewendet. Eine *Testmenge* definiert diese Nachbarschaft. Zu jeder zulässigen, nicht optimalen Lösung x garantiert sie die Existenz eines sogenannten Augmentierungsvektors, der, zu x addiert, eine bezüglich des Zielfunktionswertes bessere Lösung liefert.

Untersucht habe ich die praktische Anwendbarkeit von Testmengen zur Lösung ganzzahliger Programme. Es hat sich gezeigt, daß es im allgemeinen nicht möglich ist, eine Testmenge für ein beliebiges Problem effizient zu berechnen. Deswegen wurde der Schwerpunkt der Arbeit auf die Untersuchung von Dekompositions- und Kompositionsmethoden zur Berechung von Testmengen gelegt. Im wesentlichen wurden drei Fragestellungen studiert.

(1) Wie ändert sich die Testmenge, wenn zum gegebenen System von Nebenbedingungen eine weitere hinzugefügt wird?

(2) Wie ändert sich die Testmenge, wenn die Dimension des Problems vergrößert wird?

(3) Kann eine Testmenge aus einer bereits bekannten rekonstruiert werden?

Während Frage (2) und (3) nur für Spezialfälle beantwortet werden kann, konnte im 1. Fall eine vollständige Charakterisierung der gesuchten Testmenge in bezug auf die schon vorhandene angegeben werden. Die theoretischen Ergebnisse wurden in die Praxis umgesetzt.

Aktivitäten bis zum Ende des Semesters

Vorträge an folgenden Tagungen/Workshops:

- *Workshop ADiMMO*, Berlin, 03.04.97 – 04.04.97,
- *International Symposium on Mathematical Programming*, Lausanne, Switzerland, 24.08.97 – 29.08.97.

Literatur

[1] P. Conti, C. Traverso, *Buchberger Algorithm and Integer Programming,* Proceedings AAECC-9 (New Orleans), Springer LNCS **539**, pp. 130–139 (1991).

[2] G. Cornuejols, R. Urbaniak, R. Weismantel, L. Wolsey, *Decomposition of Integer Programs and of Generating Sets,* in preparation.

[3] J. E. Graver, *On the foundations of linear and integer programming I, Mathematical Programming* **8**, pp. 207–226 (1995).

[4] Ch. Helmberg, A. Martin, R. Weismantel, *Lectures on Integer, Linear and Semidefinite Programming,* in preparation

[5] C. Moulinet, L. Pottier, *Gröbner bases of toric ideals: properties, algorithms, and applications,* preprint, INRIA Sophia Antipolis, 10 pages.

[6] H. E. Scarf, *Production sets with indivisibilities. Part I. Generalities,* Econometrica **49**, pp. 1–32 (1981).

[7] A. S. Schulz, R. Weismantel, G. M. Ziegler: *0/1-Integer Programming: Optimization and Augmentation are Equivalent,* preprint SC 95-08, Konrad-Zuse-Zentrum Berlin (1995).

[8] R. R. Thomas, *A geometric Buchberger Algorithm for integer programming, Math. Oper. Res.* (20) **4**, pp. 864–884 (1995).

[9] R. R. Thomas, R. Weismantel, *Truncated Gröbner bases for integer programming,* preprint SC 95-09, ZIB-Berlin (1995).

[10] R. Urbaniak, R. Weismantel, G. M. Ziegler, *A variant of the Buchberger algorithm for integer programming, SIAM J. Discrete Math.* (1) **10**, pp. 96–108 (1997).