Freie Universität Berlin, Fachbereich Mathematik und Informatik
Takustr. 9, 14195 Berlin–Dahlem
Tel. (030) 838 75104

Graduiertenkolleg

Algorithmische Diskrete Mathematik

Semesterheft

Sommer 1999

Inhaltsverzeichnis

1 Vorstellung

Das Graduiertenkolleg “Algorithmische Diskrete Mathematik” besteht seit Oktober 1991 am Fachbereich Mathematik und Informatik der Freien Universität und wird von den drei Berliner Universitäten – Freie Universität, Technische Universität und Humboldt-Universität – und dem Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik getragen. Es finanziert sich aus Mitteln der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) und bietet Stipendien zur Promotion für die Dauer von zwei Jahren.

Es nehmen zur Zeit 7 Stipendiaten und 2 Postdoktoranden daran teil. Die Stipendiaten und Postdoktoranden des letzten Semesters werden sich nachfolgend mit ihren Arbeiten vorstellen. Am Graduiertenkolleg beteiligen sich weiterhin über 40 Doktoranden als assoziierte Studenten. Das Kolleg befindet sich im 2. Jahr der letzten Förderperiode, d.h. es endet im September 2000. Deshalb ist eine Vergabe von Stipendien nicht mehr möglich.

Die Kollegiaten sollen sich ein breites, aktuelles und forschungsorientiertes Wissen innerhalb der algorithmischen diskreten Mathematik, welches über die spezielle Thematik ihrer jeweiligen Dissertation hinausgeht, aneignen. Dies wird durch Förderung der Kommunikation unter den Kollegiaten, durch zahlreiche Seminare im Kolleg sowie rege Kontakte zu international renommierten Wissenschaftlern unterstützt. Zur Verwirklichung finden folgende Veranstaltungen statt:

- Forschungsorientierte Vorlesungen zu Themen aus Kombinatorik, Graphentheorie, Kombinatorischer Optimierung, Codierungstheorie, Graphenalgorithmen, Entwurf und Analyse von Algorithmen, diskreter und algorithmischer Geometrie und ähnlichem;

- Doktorandenseminare zu den Gebieten, welche Vorhaben aller Stipendiaten und assoziierter Mitglieder umfassen;

- Spezialschulen (ein- bis zweimal jährlich) zu aktuellen Themen;

- Kollegsvorlesung und -kolloquium an jedem Montag des Semesters mit Vorlesungen/Vorträgen von Dozenten des Kollegs und Gästen bzw. der Stipendiaten.

Inhaltliche Zielsetzung

Aus den klassischen Gebieten wie Kombinatorik oder Graphentheorie hat sich die Diskrete Mathematik unter Einbeziehung des algorithmischen Standpunktes zu einem Themenkreis entwickelt, der Aspekte der Grundlagen wie auch der angewandten Wissenschaften vereint. Codierungstheorie und Datensicherheit, algorithmische Zahlentheorie und Computer Algebra, algorithmische und diskrete Geometrie sowie Robotik, Netzwerkplanung, Entwurf von Algorithmen - hier leistet die algorithmische diskrete Mathematik wesentliche Beiträge für Anwendungen. Im Zentrum des Graduiertenkollegs stehen Themen, die in integraler Weise Fragen und Methoden aus Mathematik und Informatik verknüpfen - wie z.B. Bewegungsplanung, Mustererkennung, algorithmische Geometrie. Flankiert werden sie durch Grundlagengebiete wie Kombinatorik, Graphentheorie und Graphenalgorithmen, Geometrie, Gruppentheorie und anwendungsorientierte Themen wie Optimierung und Informatik. Gemeinsame Richtschnur ist das Verstärken der Fähigkeit, diskrete Probleme zu modellieren, zu analysieren und effiziente Algorithmen zu ihrer Lösung zu entwickeln.

Kontakte und Informationen

Auskünfte sind über die Koordinatorin des Graduiertenkollegs Montag, Dienstag und Donnerstag 10.00 – 13.00 Uhr erhältlich. Für interessierte Studenten oder Externe besteht die Möglichkeit, sich in den Informations- und Veranstaltungsverteiler aufnehmen zu lassen.

Koordination/Sekretariat: Bettina Felsner
Tel. (030) 838 75104, Fax: 030-838 75109
E–mail: `bfelsner@inf.fu-berlin.de`
Internet: `http://www.inf.fu-berlin.de/inst/theo/gk.html`

Sprecher des Graduiertenkollegs: Prof. Dr. Helmut Alt
Tel. (030) 838 75160
E–mail: `alt@inf.fu-berlin.de`

Kollegsadresse:
Freie Universität Berlin,
Institut für Informatik,
Takustraße 9, 14195 Berlin

2 Dozenten des Kollegs und ihre Fachgebiete

Prof. Dr. Helmut Alt
Institut für Informatik
Freie Universität Berlin
Takustr. 9, 14195 Berlin
Tel.: 838-75160, E-mail: `alt@inf.fu-berlin.de`

- Algorithmische Geometrie,
  Geometrische Methoden in der Mustererkennung

Prof. Dr. Martin Aigner
Institut für Mathematik II
Freie Universität Berlin
Arnimallee 3, 14195 Berlin
Tel.: 838-75443, E-mail: `aigner@math.fu-berlin.de`

- Algorithmische Kombinatorik, Graphentheorie

Prof. Dr. Martin Grötschel
Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik
Takustr. 7, 14195 Berlin
Tel.: 84185-210, E-mail: `groetschel@zib.de`

- Kombinatorische Optimierung

Prof. Dr. Heinz-Adolf Jung
Fachbereich Mathematik, MA 8–1
Technische Universität Berlin
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25062, E-mail: `jung@math.tu-berlin.de`

- Graphentheorie

Prof. Dr. Rolf H. Möhring
Fachbereich Mathematik, MA 6–1
Technische Universität Berlin
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-24594, E-mail: `moehring@math.tu-berlin.de`

- Graphenalgorithmen, Kombinatorische Optimierung

Prof. Dr. Hans Jürgen Prömel
Institut für Informatik
Humboldt-Universität zu Berlin
Unter den Linden 6, 10099 Berlin
Dienstsitz: Rudower Chaussee 5, 12489 Berlin
Tel.: 2093-3188, E-mail: proemel@informatik.hu-berlin.de

- Probabilistische Methoden, Graphenalgorithmen

Prof. Dr. Ralph-Hardo Schulz
Institut für Mathematik II
Freie Universität Berlin
Arnimallee 3, 14195 Berlin
Tel.: 838-75433, E-mail: schulz@math.fu-berlin.de

- Codierungstheorie, Kombinatorik

Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Fachbereich Mathematik, MA 7–1
Technische Universität Berlin
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25730, E-mail: ziegler@math.tu-berlin.de

- Diskrete Geometrie, Algorithmische Kombinatorik,
  Kombinatorische Optimierung

3 Die Mitglieder des Kollegs

Andreas Fest
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 6-1
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25747, E-mail: `fest@math.tu-berlin.de`

Christian Haase
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 7-1
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314 25758, E-mail: `haase@math.tu-berlin.de`

Laura Heinrich-Litan
Freie Universität Berlin, Institut für Informatik
Takustr. 9, 14195 Berlin, Raum 113
Tel.: 838-75163, E-mail: `litan@inf.fu-berlin.de`

Mark de Longueville
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 7-1
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25758, E-mail: `longue@math.tu-berlin.de`

Michael Naatz
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 6-1
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin, Zimmer 605,
Tel.: 314-23598, E-mail: `naatz@math.tu-berlin.de`

Deryk Osthus
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin
(Dienstsitz: Rudower Chaussee 5, 12489 Berlin)
Tel.: 2093-3190, E-mail: `osthus@informatik.hu-berlin.de`

Irasema Sarmiento, Dr.
Freie Universität Berlin
Fachbereich Mathematik und Informatik, WE 02
Arnimallee 2-6, 14195 Berlin
Tel: 838-75398, E-mail: `sarmient@math.fu-berlin.de`

Torsten Thiele, Dr.
Freie Universität Berlin, Institut für Informatik
Takustr. 9, 14195 Berlin, Raum 123
Tel.: 838-75582, E-mail: `thiele@inf.fu-berlin.de`

Martin Thimm
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin
(Dienstsitz: Rudower Chaussee 5, 12489 Berlin)
Tel.: 2093-3196, E-mail: `thimm@informatik.hu-berlin.de`

Im letzten Semester ausgeschiedene Stipendiaten

Clemens Gröpl
E-mail: `groepl@informatik.hu-berlin.de`

Ekkehard Köhler
E-mail: `ekoehler@math.tu-berlin.de`

Frank Hagen Lutz
E-mail: `lutz@math.tu-berlin.de`

Till Nierhoff
E-mail: `nierhoff@informatik.hu-berlin.de`

Im letzten Semester abgeschlossene Promotionen

Frank Lutz, 23. März 1999
Betreuer: Prof. G.M. Ziegler
Titel der Arbeit: "Triangulated Manifolds with Few Vertices and Vertex-Transitive Group Action"

Till Nierhoff, 31. März 1999
Betreuer: Prof. H.J. Prömel
Titel der Arbeit: "The k-center problem and r-independent sets"

Demnächst:

Clemens Gröpl, 3. Mai 1999
Betreuer: Prof. H.J. Prömel
Thema: "Binary Decision Diagrams für zufällige Boolesche Funktionen"
(Institut für Informatik der HU Berlin, Rudower Chaussee 5, 12489 Berlin, Raum 4.101, 16 Uhr c.t.)

Termine

Sommersemester 1999

Vorlesungsbeginn:	19.04.1999
Vorlesungsende:	24.07.1999
Vorlesungsfrei:	13.05.1999 (Himmelfahrt)
	24.05.1999 (Pfingsten)

Wintersemester 1999/00

Vorlesungsbeginn:	18.10.1999
Vorlesungsende:	19.02.2000
Vorlesungsfrei:	20.12.1999 - 01.01.2000

4 Kollegsvorlesung und –kolloquium

Von Dozenten und Gästen des Kollegs wird jeden Montag im Semester eine Vorlesung gehalten, die eine Einführung in ein Spezialgebiet aus dem Bereich algorithmische diskrete Mathematik gibt. Anschließend, im Kolloquium, werden speziellere Themen behandelt. Häufig vertieft der Kolloquiumsvortrag das Thema der Vorlesung. Vorlesungen und Kolloquien werden durch Aushang an den einzelnen Universitäten (Fachbereiche und Arbeitsgruppen der Dozenten, neben dem Sekretariat in der Takustr. 9, Raum 111) angekündigt. Außerdem werden eine Woche im voraus Termin, Ort und Thema der Veranstaltung über E-mail an interessierte Gruppen oder Einzelpersonen bekanntgegeben. (Interessenten können sich über die Koordinatorin des Kollegs, Bettina Felsner, auf einen Verteiler für das Verschicken der Ankündigungen setzen lassen.)

Vorlesungs- und Kolloquiumsplan des Kollegs

Termin	*VL 14–16*	*Koll 16–17*	*Ort*
26.4.	G. Rote, FU		FU
3.5.	I. Wegener, Dortmund	C. Gröpl, HU	HU
10.5.	F. Hurtado, Barcelona	T. Thiele, FU	FU
17.5.	R. Ahlswede, Bielefeld	A. Winter, Bielefeld	FU
31.5.	R.H. Schulz, FU	C. Cerroni, Palermo	FU
7.6.	I. Leader, London	D. Osthus, HU	HU
14.6.	H. -A. Jung, TU	T. Böhme, Ilmenau	TU
21.6.	C. Zong, TU	C. Haase, TU	TU
28.6.	S. Fekete, TU	E. Köhler, TU	TU
5. 7.	H. Alt, FU	M. Naatz, TU	FU
12.7.	H. Salzmann, Tübingen	M. Joswig, TU	TU

Die Veranstaltungen finden montags 14.00 – 16.00 Uhr bzw. 16.00 – 17.00 Uhr an wechselnden Orten statt.

Die Veranstaltungsorte sind:

(FU) Freie Universität Berlin,
Institut für Informatik, Takustr. 9, Raum 005;

(HU) Humboldt–Universität zu Berlin,
Institut für Informatik, Rudower Chaussee 5, Raum III 101;

(TU) Technische Universität Berlin,
Fachbereich Mathematik, Str. des 17. Juni 136, Raum MA 363;

(Außer am 3. Mai 1999: HU, Rudower Chaussee 5, Raum 4.101)

Die Kollegsvorlesungen im einzelnen

Montag, 26. April 1999 [FU]
GÜNTER ROTE, FREIE UNIVERSITÄT BERLIN
Wie man die Determinante ausrechnet, ohne zu dividieren

Der gängigste Algorithmus zur Berechnung der Determinante einer Matrix ist die Gauß‘-Elimination, die $O(n^3)$ Additionen, Multiplikationen und Divisionen benötigt. Die gängige Definition der Determinante als Summe von $n!$ Produkten legt nahe, dass man auch ohne Divisionen auskommen sollte, was besonders dann von Interesse ist, wenn der Ring, aus dem die Matrizenelemente kommen, kein Körper ist. Der beste bekannte Algorithmus ohne Divisionen verwendet $O(n^4)$ Additionen und Multiplikationen. Es gibt sowohl einen algebraischen als auch einen kombinatorischen Zugang zu den zugrundeliegenden Formeln.

Ein der Determinante verwandter Begriff für schiefsymmetrische Matrizen gerader Ordnung ist die sogenannte Halbdeterminante oder *the Pfaffian* einer schiefsymmetrischen Matrix gerader Ordnung, die über Paarungen definiert ist. Die Halbdeterminante ist eine Quadratwurzel aus der Determinante. Hier gibt es einen analogen direkten Algorithmus wie für die Determinante mit $O(n^4)$ Additionen und Multiplikationen, der kombinatorisch motiviert ist. Der algebraische Hintergrund dieses Algorithmus ist noch weitgehend unerforscht.

Montag, 3. Mai 1999 [HU]

Ingo Wegener, Universität Dortmund

Über die Analyse evolutionärer Algorithmen

Evolutionäre Algorithmen haben in den letzten Jahren großes Interesse gefunden. Dies liegt an der Einfachheit der Anwendung evolutionärer Algorithmen und an guten Erfolgen in vielen Anwendungsbereichen. Darüber hinaus gibt die grundlegende Idee, die Entwicklung der Arten nachzuempfinden, der Methode ein gewisses Flair der Unfehlbarkeit. Auf der anderen Seite ist das Verhalten evolutionärer Algorithmen bisher wenig verstanden. Folgende Ergebnisse werden vorgestellt. Für eine sehr einfache Variante evolutionärer Algorithmen wird das Verhalten auf linearen, quadratischen und unimodalen Funktionen analysiert. Dabei werden einige seit langem anerkannte Vermutungen bestätigt, andere jedoch widerlegt. Schließlich gelingt erstmals der Nachweis, daß Crossover beweisbar Algorithmen beschleunigen kann.

Montag, 10. Mai 1999 [FU]

Ferran Hurtado, Univ. Politécnica de Catalunya, Barcelona

Elementary transformation of geometric structures

When two triangles which share an edge in a triangular decomposition of a planar domain form a convex quadrilateral, it is possible to replace the common diagonal by the other one in the quadrilateral, the result being a new decomposition, nearly equal to the former, the only difference being this minimal change. This procedure, usually called *edge flip*, is well known as a technique for local improvement in mesh generation. In a purely combinatorial graph, the flip consists of the suppression of an edge, followed by the introduction of a new one.

Given a set P of n points, it is possible to consider many geometric structures attached to this set, as well as many possible *minimal changes* which can play the role of a flip operation. Many abstract graphs can then be constructed (imagined) having a node for every state of the structure, edges corresponding to flips.

When the points are in convex position, the properties of these graphs depend usually only on n, and the problems are essentially combinatorial. On the contrary, in general position the main problem is to study how the geometric properties of the set will translate into combinatorial properties of the graphs.

The flip can also be considered as a way for progressively transforming a structure, either for the optimization of some parameter or for enumerative or random generation purposes.

In this talk we describe some basic facts and variations about many of these problems, and make precise some of our results.

(This is a survey style talk, works were done with many different coauthors, with M. Noy and myself conducting the research)

Montag, 17. Mai 1999 [FU]

Rudolf Ahlswede, Universität Bielefeld

Contributions to Combinatorial Number Theory

In a lecture in 1992 Paul Erdős got us interested in his well–known problem: Given n and k, what is the maximal cardinality of a set $A \subseteq \{1, \dots, n\}$ without $k+1$ elements which are pairwise relatively prime? Erdős conjectured that this maximal cardinality is always achieved by the set of all integers up to n which are divisible by one of the first k primes. This was disproved in general, but proved for n large enough, in joint work with L. Khachatrian. Thus began a fruitful cooperation.

We report here several results on related problems, in particular on more general conjectures of Erdős and Graham, on density inequalities for sets of multiples, and on recent joint work with Erdős' most frequent co–author A. Sárközy.

Die Berliner und Potsdamer Mathematischen Institute veranstalten im Schloßtheater des Neuen Palais, Potsdam am

Freitag, 21. Mai 1999, 14.00 Uhr

Euler–Vorlesung

Prof. Don Zagier (Bonn) "Von Ramanujans falschen Thetafunktionen zu Quanteninvarianten"

In der Einführung spricht Prof. R. Thiele über "Er rechnete, wie andere atmen - Euler und der frühere Funktionsbegriff"

Montag, 31. Mai 1999 [FU]

R.H. Schulz, Freie Universität Berlin

On check digit systems using anti–symmetric mappings

A check digit system with one check character is a systematic error detecting code over an alphabet A which arises by appending a check digit a_n to every word $a_1a_2\ldots a_{n-1} \in A^{n-1}$. Choosing A as a set endowed with a group structure one can determine this digit a_n by an equation

$$(*) \qquad \delta_1(a_1)\delta_2(a_2)\ldots\delta_n(a_n) = c$$

for fixed $\delta_i \in \mathrm{Sym}(A)$, $i = 1,\ldots,n$ and $c \in A$. Often, δ_i is chosen such that $\delta_i = T^i$ for a fixed $T \in \mathrm{Sym}(A)$.

Examples of check digit systems are the European Article number code EAN (with $A = \mathbb{Z}_{10}$), the International Book Number code ISBN (with $A = \mathbb{Z}_{11}$) and the system of the German banknotes which uses a mapping T found by VERHOEFF (with $A = D_5$, the dihedral group of order 10).

A check digit system with check equation $(*)$ detects all single errors (i.e. errors in only one component); and it detects adjacent transpositions (i.e. errors of the form $\ldots ab \ldots \longrightarrow \ldots ba \ldots$) iff T is anti–symmetric that means that T fulfills the condition

$$x\ \mathrm{T}(y) \neq y\ \mathrm{T}(x) \quad \text{for all} \quad x, y \in A \quad \text{with } x \neq y.$$

In our talk we shall report on the existence of groups with anti–symmetric mappings, define an equivalence relation "automorhism–equivalent" between check digit systems and describe, for two examples, the equivalence classes.

Montag, 7. Juni 1999 [HU]

Imre Leader, University College London

Sparse Partition Regularity

A rational matrix A is said to be partition regular if, whenever $\mathbb{N}$ is finitely coloured, there is a monochromatic vector x with $Ax = 0$. A set $D \subset \mathbb{N}$ is said to be partition regular for A if, whenever D is finitely coloured, there is a monochromatic vector x with $Ax = 0$.

How 'sparse' can such a partition regular set D be? How 'independent' are the notions of partition regularity for different matrices A? We will discuss these questions, and give various results, including a proof of Deuber's conjecture that there are partition regular sets of large girth.

Montag, 14. Juni 1999 [TU]

H.A. Jung, Technische Universität Berlin

Gradabschätzungen für den Kreisumfang von Graphen

Der Kreisumfang (circumference) c(G) des Graphen G ist die Länge eines längsten Kreises in G. Für 2-zusammenhängende Graphen G mit n Ecken und dem Minimalgrad δ ist der Kreisumfang mindestens min(n,2δ) (G.A. Dirac 1952). Es wird über einige Verschärfungen dieses Resultats berichtet.

Sommerschule

des Graduiertenkollegs "Algorithmische Diskrete Mathematik"

20. bis 22. September 1999 in Chorin/Schorfheide

Thema: Scheduling and Combinatorial Optimization

Ziel der Herbstschule ist es, neue Ideen und Resultate aus diesem Gebiet vorzustellen und deren Verständnis mittels Übungsaufgaben zu fördern. Der Veranstalter ist Prof. R.H. Möhring.
Als Vortragende sind eingeladen:

N.N.	*An Introduction into Scheduling Models*
Gerhard Woeginger TU Graz	*Approximation Algorithms for Scheduling Problems*
Andreas Schulz TU Berlin, MIT	*Polyhedral Methods and LP-Based Approximation Algorithms*
Laurence Wolsey Université de Louvain	*Integer Programming and Scheduling*
Rolf Möhring TU Berlin	*Scheduling Problems with Random Processing Time*

Die Ausschreibung erfolgt im Mai 1999. Informationen bei der Koordinatorin des Kollegs oder bei Martin Skutella, `skutella@math.tu-berlin.de`

Montag, 21. Juni 1999 [TU]

CHUANMING ZONG, ACADEMIA SINICA, TU BERLIN

Kepler's Conjecture, two Approaches

Let S_3 be the three-dimensional unit sphere, and let $\delta(S_3)$ be the density of the densest packings of S_3 in E^3. It can be verified that the density of the face centered cubic lattice sphere packing is $\pi/\sqrt{18}$. Based on this observation, in 1611 J. Kepler made a conjecture that

$$\delta(S_3) = \frac{\pi}{\sqrt{18}}.$$

Over the course of centuries, this conjecture has attracted the attention of many prominent mathematicians.

Recently, with the help of computer, Hsiang and Hales made two different approaches to Kepler's conjecture, respectively. In their approaches Linear Programming and Algorithms play an important role. This talk will try to introduce the basic ideas of their methods.

Montag, 28. Juni 1999 [TU]

SÁNDOR P. FEKETE, TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

Stars, Matchings, and the Maximum TSP

Recently, Barvinok, Johnson, Woeginger, and Woodroofe showed that the *Maximum TSP*, i. e., the problem of finding a traveling salesman tour of maximum length, can be solved in polynomial time, provided that distances are computed according to a polyhedral norm in $\mathbb{R}^d$, for some fixed d. The most natural case of this class of problems arises for rectilinear distances in the plane $\mathbb{R}^2$, where the unit ball is a square. With the help of some additional improvements by Tamir, the method by Barvinok et al. yields an $O(n^2 \log n)$ algorithm for this case by making elegant use of geometry, graph theory, and optimization, including some rather powerful tools.

After sketching these results, we discuss properties of "minimum stars", which are defined by a center chosen from the given point set, such that the total geometric distance $\min \|St\|$ to all the points in the set is minimized. If the center point is not required to be an element of the set (i.e., the center may be a Steiner point), we get a "minimum Steiner star", of total length $\min \|StSt\|$. As a consequence of triangle inequality, the total length $\max \|Mat\|$ of any maximum matching is a lower bound for the length $\min \|StSt\|$ of a minimum

Steiner star, which makes this ratio interesting in the context of optimal communication networks. The ratio also appears as the duality gap in an integer programming formulation of a location problem by Tamir and Mitchell.

For the case of Manhattan distances in the plane, it turns out that the minimum Steiner star is equal to the maximum matching. This observation can be used to construct a simple algorithm with $O(n)$ running time for computing the length of a longest tour for a set of points in the plane with rectilinear distances. In addition, our approach gives a simple characterization of *all* optimal solutions. These results give a good idea of what makes the (polyhedral) max TSP so much easier than its minimization counterpart.

For Euclidean distances, we show that the ratio $\min \|StSt\| / \max \|Mat\|$ cannot exceed $2/\sqrt{3}$, which is tight, proving a conjecture of Suri. Results for other distances and dimensions will be sketched.

Resolving the complexity status of the max TSP for Euclidean distances in spaces of fixed dimension was stated by Barvinok et al. as a main open problem. The lecture is concluded with a proof that the Maximum TSP under Euclidean distances in $\mathbb{R}^d$ for any fixed $d \geq 3$ is NP-hard. As a corollary, this resolves a conjecture by Arkin, Chiang, Mitchell, Skiena, and Yang in the affirmative.

Montag, 5. Juli 1999 [FU]

Helmut Alt, Freie Universität Berlin

Wie bestimmt man die 40000000000000. Ziffer von π ?

Die möglichst genaue Bestimmung von π beschäftigt die Mathematiker schon seit Jahrtausenden und insbesondere in den letzten Jahren wurden entscheidende Erfolge erzielt. Dies ist nicht nur der Fall wegen der zunehmenden Rechengeschwindigkeit von Computern, sondern auch aufgrund neuer theoretischer Erkenntnisse, die zu schnelleren Algorithmen geführt haben. So ist es inzwischen z.B. möglich, eine hohe Binärziffer von π (oder einigen anderen Konstanten) zu finden, ohne alle vorhergehenden Ziffern berechnen zu müssen.

Neben dem "sportlichen Ehrgeiz" möglichst viele Ziffern von π zu bestimmen, liefern diese Forschungen auch neue Methoden zur Berechnung elementarer Funktionen wie Exponentialfunktion, Logarithmus oder trigonometrischer Funktionen und neue Erkenntnisse über deren Komplexität. Von besonderer Wichtigkeit ist dabei auch die AGM-Iteration ("arithmetisch-geometrisches Mittel"), die auf Lagrange, Gauß und Legendre zurückgeht.

Die Vorlesung gibt einen Überblick der benutzten Methoden und geht auf die wichtigsten davon im Detail ein.

Montag, 12. Juli 1999 [TU]
Helmut Salzmann, Universität Tübingen
(Thema wird bekannt gegeben.)

Die Kolloquiumsvorträge im einzelnen

Montag, 3. Mai 1999 [HU]
Clemens Gröpl, Humboldt-Universität zu Berlin
Binary Decision Diagrams für zufällige Boolesche Funktionen
(Vortrag 16.15 – 16.45 im Rahmen der Promotionsverteidigung)

In meiner Dissertation habe ich untersucht, wie groß die Darstellungen fast aller Booleschen Funktionen $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}$ als Ordered Binary Decision Diagram (OBDD) bzw. Free Binary Decision Diagram (FBDD) sind und deren periodische Abhängigkeit von n beschrieben. Für bestimmte n unterscheiden sich die OBDD- und FBDD-Größe um einen konstanten Faktor. Die probabilistische Analyse ergänzt bereits seit längerem bekannte Aussagen über spezielle Funktionen.

Montag, 10. Mai 1999 [FU]
Torsten Thiele, Freie Universität Berlin
Orthogonale Darstellung von Graphen im Raum

Eine orthogonale Einbettung eines Graphen im Raum bildet Ecken des Graphen auf Punkte des Gitters $\mathbb{Z}^3$ ab und Kanten auf Wege im Gitter, die sich nicht kreuzen. Das Ziel ist, das Volumen des kleinsten umschließenden achsenparallelen Quaders zu minimieren. Rosenberg zeigte, daß Graphen mit Maximalgrad ≤ 6 das Volumen $\mathcal{O}(n^{3/2})$ besitzen. Diese Schranke ist scharf. Graphen mit Graden > 6 sind klarerweise nicht realisierbar. Abhilfe schafft hier die Idee, Ecken nicht durch Punkte sondern durch achsenparallele Boxen zu repräsentieren. Dies ermöglicht beliebigen Grad. Biedl et al. bewiesen die Schranke $\Theta(n^{2.5})$ für den K_n.

Der Nachteil dieser Konstruktion ist, daß Ecken durch degenerierte Quader dargestellt werden. Dies wirft die Frage auf, wie sich Einbettungen realisieren lassen, bei denen Ecken durch Würfel dargestellt werden. Für den K_n

läßt sich die scharfe Schranke $\mathcal{O}(n^3)$ zeigen und allgemeiner lassen sich Einbettungen mit Volumen $\mathcal{O}(n^2\Delta)$ für Graphen mit n Ecken und Maximalgrad Δ konstruieren.

Montag, 17. Mai 1999 [FU]

Andreas Winter, Universität Bielefeld

Quanten–Informationstheorie: ein Besuch im Zoo

In diesem, eher spielerisch angelegten Vortrag möchte ich grundlegende Konzepte der Quanten–Informationstheorie mit einigen ihrer verblüffendsten Effekte erläutern. Im einzelnen will ich ansprechen:

- *Klassische* vs. *Quanten*–Information: das *no–cloning* Theorem.
- Quanten–Kryptographie, oder: "Wunder dauern etwas länger."
- Superdense Coding: zwei Bit zum Preis von einem.

Nach Möglichkeit werden auch neuere Resultate über Informationstransfer via Quantenkanälen (Peter Löber, A. W.) angesprochen.

Montag, 31. Mai 1999 [FU]

Cinzia Cerroni, Universität Palermo

Divisible designs from desarguesian spaces

A method to construct divisible designs by t-R-homogeneous (t-R-transitive) imprimitive permutation groups (G, X) was introduced by A.G. Spera. The divisible designs which are constructed by such a method admit a large automorphism group. Imprimitive groups which are 2-R-homogeneous (2-R-transitive) were obtained recently from translation planes that have a 2-transitive collineation group on the line at infinity. Now, we construct 2-R-transitive imprimitive permutation groups from desarguesian spaces. In particular, we fix the improper plane $E := \{x_3 = 0\}$ in $PG(3, q)$, and we consider a set of lines Ω in E. If E admits a collineation group G acting 2-transitively on Ω, then the group $(T\overline{G}, \Pi(\Omega), R)$, where T is the translation group of $AG(3, q)$, R is the parallelism relation, $\overline{G}$ is a subgroup of $PGL(4, q)$ fixing E and isomorphic to G, and finally $\Pi(\Omega) = \{\pi \in AG(3, q) \mid \pi \cap E = \ell,\ \ell \in \Omega\}$, is a 2-R-transitive permutation group. In particular, we choose as Ω all the lines of E, the tangent lines of a conic and the tangent lines of a unital.

Montag, 7. Juni 1999 [HU]

Deryk Osthus, Humboldt-Universität zu Berlin

Graphs with large girth and large chromatic number

A famous result of Erdős states that there exist graphs with arbitrarily large girth and arbitrarily large chromatic number. Roughly speaking, he proved the existence of such graphs by showing that with high probability a graph which is obtained from a random graph by destroying all short cycles has no large independent set and thus has large chromatic number.

In my talk I will describe another simple random graph process that also produces graphs without short cycles. An analysis of these graphs yields an improvement of the bounds on the maximum chromatic number of a graph on n vertices whose girth is at least g. This is joint work with A. Taraz.

Montag, 14. Juni 1999 [TU]

Thomas Böhme, Technische Universität Ilmenau

Über lange Kreise in eingebetteten Graphen

Montag, 21. Juni 1999 [TU]

Christian Haase, Technische Universität Berlin

Gitterpolytope – Antworten und Fragen

In meiner Dissertation beschäftige ich mich mit Gitterpolytopen und deren Triangulierungen. In diesem Vortrag möchte ich Ergebnisse in diesem Zusammenhang präsentieren und – work in progress – ein paar offene Fragen sowie (bisher gescheiterte) Lösungsansätze zur Diskussion stellen.

Montag, 28. Juni 1999 [TU]

Ekkehard Köhler, Technische Universität Berlin

Hamiltonkreise in CN-freien Graphen

In diesem Vortrag beschäftigen wir uns mit dem Hamiltonweg und Hamiltonkreis Problem, beschränkt auf die Klasse der CN-freien Graphen. Dies sind Graphen, die weder eine Klaue, noch ein Netz als induzierten Untergraphen enthalten und damit Verallgemeinerungen von klauenfreien AT-freien Graphen sind. Bereits von Duffus/Jacobson/Gould und Shepherd wurde gezeigt, daß ein CN-freier Graph genau dann einen Hamiltonweg besitzt, wenn er zusammenhängend ist und genau dann einen Hamiltonkreis enthält, wenn er zweizusammenhängend ist.

Im ersten Teil des Vortrags werden wir einige strukturelle Eigenschaften CN-freier Graphen untersuchen. Im zweiten Teil werden wir Algorithmen angeben, die in linearer Zeit einen Hamiltonweg, bzw. einen Hamiltonkreis in einem CN-freien Graphen finden.

Montag, 5. Juli 1999 [FU]
MICHAEL NAATZ, TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
The Graph of Linear Extensions of a Poset

The graph $G(P)$ of linear extensions of a poset P has as vertices the linear extensions of P, and two of them are adjacent if they differ only by an adjacent transposition. It has so far been investigated mainly with respect to Hamilton paths and intrinsic geodesic convexity, and especially the work on the latter topic showed that the graph-theoretic properties of $G(P)$ reflect the order-theoretic structure of P in a very interesting way.

The talk gives an introduction to several topics related to the graph of linear extensions and presents results on "classical" graph-theoretic properties of $G(P)$ (e.g. connectivity, cycle space) and their order-theoretic interpretation.

Montag, 12. Juli 1999 [TU]
MICHAEL JOSWIG, TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
(Thema wird bekanntgegeben.)

5 Lehrveranstaltungen im Sommer 1999

5.1 Freie Universität Berlin

Randomisierte Algorithmen [Vorlesung]

Dozent: Alt, Thiele; Vorlesungszeit: Di, Mi 10-12 Uhr, 4-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 055.
Übungen: Alt, Thiele, Meißner, 2-stündig;

INHALT: Wie kann Zufall helfen? Die Antwort liefern randomisierte Algorithmen - und das auf eindrucksvolle Weise. Die Idee, den Zufall als Lösung diskreter Probleme einzusetzen ist relativ neu und trat zum ersten Mal mit dem Primzahltest von Rabin ins Rampenlicht. Seitdem hat sich die Idee als schlagkräftig für verschiedenste Probleme erwiesen und sich zu einem wichtigen Paradigma entwickelt. Der Grund: Randomisierte Algorithmen sind einfach zu verstehen und zu implementieren. Sie sind schnell und häufig deterministischen Verfahren überlegen.
In dieser Vorlesung lernen wir die Grundkonzepte und Anwendungen dieses faszinierenden Gebietes kennen und werden verstehen, wann und warum der Zufall hilft.

Diskrete Geometrie [Vorlesung]

Dozent: Braß; Vorlesungszeit: Do 14-16 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 046.

INHALT: In dieser Vorlesung soll eine Einführung in die Diskrete Geometrie der Ebene und des Raumes gegeben werden. Gegenstand der Diskreten Geometrie sind unter anderem endliche Punktmengen Geraden- und Ebenenarrangements, Polygone und Polyeder, Packungen, Überdeckungen und Raumteilungen. Solche Objekte sind einerseits anschaulich und als Modell für Probleme der realen Welt gut geeignet, andererseits besitzen sie eine geometrische und kombinatorische Struktur, die sie mathematischer Behandlung gut zugänglich machen. Anwendungsgebiete, die in der Vorlesung berührt werden, sind unter anderem mathematische Kristallographie und algorithmische Geometrie.

On-line Algorithmen und ihre Analyse [Vorlesung]

Dozent: Hoffmann; Vorlesungszeit: Di, 14-16 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 055.
Übungen: Hoffmann, 2-stündig;

INHALT: Viele algorithmische Fragestellungen sind inhärent 'on-line', das heißt, es müssen Entscheidungen getroffen werden, die sich nur auf Ergebnisse vergangener Ereignisse stützen können, während die zukünftigen Anforderungen nicht oder nur vage bekannt sind.
Das Paging-Problem in virtuellen Speichersystemen, das Routing in Kommunikationsnetzwerken, das Navigieren in unbekannten Umgebungen oder auch Entscheidungsfindungen an der Börse sind typische Beispiele für derartige Situationen.
Wie man on-line Algorithmen entwirft und analysiert ist Gegenstand der Vorlesung. Wir werden sehen, daß man in vielen Situationen tatsächlich deterministisch bzw. randomisiert on-line Lösungen finden kann, die nachweislich auch im worst case nur um einen konstanten Faktor schlechter sind als jene von optimalen off-line Algorithmen, die die volle Eingabe schon im voraus kennen.

Lineare und diskrete Optimierung [Vorlesung]

Dozent: Rote; Vorlesungszeit: Di 16-18 Uhr, Do 10-12 Uhr, 4-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 046.
Übungen: Rote, Morawe, 2-stündig;

Oft möchte man unter mehreren Möglichkeiten die beste auswählen. Die Optimierung stellt mathematische Methoden und Algorithmen zur Verfügung, die beste Lösung effizient zu finden. Dazu muss man das Anwendungsproblem zunächst mathematisch beschreiben.

• Lineare Optimierung. Simplexmethode, Dualität, Anwendungen. *Lineare Probleme bilden die Basis für viele Anwendungen. Es werden sowohl die theoretischen Grundlagen (polyedrische Mengen, Basislösungen, Trennungssätze) erarbeitet, als auch eine Reihe von Anwendungen (Transportprobleme, Tschebyscheff-Approximation) diskutiert.*

• Diskrete Optimierung. Die diskrete Optimierung umfasst die ganzzahlige Optimierung und die kombinatorische Optimierung. *Zu den kombinatorischen Optimierungsaufgaben gehören die meisten interessanten Optimierungsprobleme, die in der Informatik auftreten.*

• Modellierung von Optimierungsaufgaben. *Die richtige mathematische Beschreibung von Anwendungsaufgaben geht der Problemlösung voraus. Zur Beschreibung von Optimierungsmodellen gibt es eigene Modellierungssprachen.*

Diplomanden- und Doktorandenseminar Theoretische Informatik

Dozent: Alt, Felsner, Braß, Rote; Veranstaltungszeit: Di, Do, Fr 12-13 Uhr; Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 044.

INHALT: Vorträge über die eigene Forschung und Originalarbeiten aus der Theoretischen Informatik, insbesondere Algorithmen. Die Ankündigungen werden jeweils gesondert gegenüber Raum 111 in der Takustr. 9 ausgehängt.

Seminar über Datenstrukturen

Dozent: Alt, Rote; Veranstaltungszeit: n.V., 2-stündig;
Veranstaltungsort: n.V.
Vorbesprechung am 21.4.99 - 17 Uhr c.t. , SR 037.

INHALT: Wir möchten einige fortgeschrittene Datenstrukturen zur Implementierung von Prioritätswarteschlangen kennenlernen. Es handelt sich um verschiedene Varianten von Halden (*heaps*). Insbesondere interessieren uns die 2-3-Halden, die ganz neu sind. Dazu untersuchen wir zunächst die schon länger bekannten Typen von Datenstrukturen, von denen die 2-3-Halden abgeleitet sind. Themen:

- Fibonacci-Halden
- Paarungs-Halden (*pairing heaps*)
- 2-3-Bäume
- 2-3-Halden

Algorithmische Geometrie [Seminar]

Dozent: Felsner; Veranstaltungszeit: n.V., 2-stündig;
Veranstaltungsort: n.V.

INHALT: Inhalt: Im Seminar werden klassische und neue Arbeiten aus dem Bereich der algorithmischen und diskreten Geometrie behandelt. Das Seminar ist als Ergänzung zur Vorlesung algorithmische Geometrie geeignet, kann aber auch auf der Basis von Entwurf und Analyse von Algorithmen besucht werden. Es ist daran gedacht, das Seminar als Block im Umland stattfinden zu lassen.

Kryptographie und Komplexitätstheorie [Seminar]

Dozent: Kriegel; Veranstaltungszeit: Do 16-18 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 055.
Eine Vorbesprechung findet in der ersten Vorlesungswoche statt.

Inhalt: 1976 stellen Ron Rivest, Adi Shamir und Len Adleman das nach ihren Initialen benannte RSA–Kryptosystem mit öffentlich bekanntem Schlüssel (public–key–Kryptosystem) vor, das inzwischen auch einen breiten Anwendungskreis gefunden hat. Die Sicherheit dieses Systems beruht aber “nur” auf der Tatsache, daß keine effizienten Algorithmen zur Primzahlfaktorisierung von ganzen Zahlen bekannt sind. Da nicht klar ist, ob die Primzahlzerlegung NP–schwer ist, wäre es wünschenswert, public-key-Kryptosysteme zu entwickeln, die auf NP–schweren Problemen basieren. Im Seminar sollen verschiedene Konzepte aus der Komplexitätstheorie zu kryptographischen Anwendungen vorgestellt werden.

Kombinatorik und Maple-Programmierung [Praktikum]

Dozent: Felsner, Knauer; Veranstaltungsszeit: Fr 10-12 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, Rechnerräume.

Inhalt: Ziel des Praktikums ist es kombinatorische Strukturen zu studieren und mit (rekursiven) Maple Programmen zu generieren. Grundlagen der Maple-Programmierung und der kombinatorische Hintergrund werden während der Freitags-Termine vorgestellt. Die Aufgaben werden kleinere Programme sein, die von Woche zu Woche zu schreiben sind. Grundlage ist ein Skript von Herbert Wilf “East Side, West Side ..., an introduction to combinatorial families” (siehe: `http://www.cis.upenn.edu/ wilf/lecnotes.html`). Interessenten sind herzlich eingeladen, weitere Informationen schon vorab bei uns einzuholen.

5.2 Humboldt–Universität zu Berlin

Graphen und Algorithmen II, K; 2. Teil [Vorlesung]

Dozent: Prömel; Vorlesungszeit: Mo 11-13 Uhr, Mi 13-15 Uhr, 4-stündig;
Veranstaltungsort: Rudower Chaussee 5, Raum III 101.
Übungen: Hougardy, Mi 11-13 Uhr, 2-stündig; Ort der Übung: Rudower Chaussee 5, Raum III 321;

Inhalt: Die Vorlesung setzt den im Wintersemester 1998/99 abgehaltenen Teil 1 fort. Es werden anspruchsvolle Prinzipien der Graphenalgorithmen, insbesondere für NP-schwere Probleme betrachet, u.a. Approximationsalgorithmen und randomisierte Verfahren. Die Vorlesung wird durch Übungen begleitet. Kenntnis des ersten Teils der Vorlesung ist wünschenswert, aber nicht notwendig.

Effiziente Algorithmen [Seminar]

Dozent: Prömel; Veranstaltungszeit: Mi 15-17 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Rudower Chaussee 5, Raum III 101.

Inhalt: In diesem Seminar wird ein aktuelles Thema aus dem Bereich Algorithmen und Komplexität an Hand von Originalarbeiten behandelt.

Wie hilft der Zufall in der Informatik? [Vorlesung]

Dozent: Taraz; Vorlesungszeit: Di 11-13 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Rudower Chaussee 5, Raum III 101.

Inhalt: Randomisierte Algorithmen, probabilistische Existenzbeweise und quasi-zufällige Strukturen sind eindrucksvolle Beispiele für die Nutzung des Zufalls in vielen Bereichen der Informatik. Sie stehen im Mittelpunkt dieser VL.

Graphentheorie [Seminar]

Dozent: Taraz; Veranstaltungszeit: Do 14-16 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Dorotheenstraße 24, 207.

Inhalt: Dieses Proseminars soll eine Einführung in verschiedene Teilgebiete der Graphentheorie bieten. Dabei steht die enge Verknüpfung zwischen eleganten theoretischen Ergebnissen und effizienten Algorithmen im Mittelpunkt.

Kryptologie(HK; 2. Teil) [Vorlesung]

Dozent: Giessmann; Vorlesungszeit: Do 16-18 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Unter den Linden 6, Raum 3092.

Inhalt: Die Vorlesung setzt den gleichnamigen Kurs des Sommersemesters mit 2 SWS VL und 0,5 SWS Übungen fort und baut auf dem Stoff des 1. Semesters auf. Schwerpunkt dieses Semesters sind asymmetrische Verfahren, ihre Stärken und Schwächen. Ein besonderer Abschnitt ist dem RSA gewidmet, aber auch PGP, MD5 und elliptische Kurven werden erwähnt. Kenntnisse des

Materials des ersten Semesters sind Voraussetzung.

Diskrete Mathematik [Seminar]

Dozent: Prömel, Karonski;

INHALT: Dies ist ein gemeinsames Seminar (in englischer Sprache) mit M. Karonski von der Adam Mickiewicz Universität Poznan, Polen. Es werden ausgewählte Themen der algorithmischen diskreten Mathematik behandelt. Das Seminar findet als Blockseminar etwa alle vier Wochen freitags wechselweise in Berlin und in Poznan statt.

Forschungsseminar [Seminar]

Dozent: Prömel; Veranstaltungszeit: Mi 17-19 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Rudower Chaussee 5, Raum III 101.

5.3 Technische Universität Berlin

Approximationsalgorithmen [Vorlesung]

Dozent: Fekete; Vorlesungszeit: Di, Do 14-16 Uhr, 4-stündig;
Veranstaltungsort: Mathematikgebäude MA 645.
Übungen: Mi 10-12 Uhr, MA 645, 2-stündig;

INHALT: Viele der interessantesten Probleme der kombinatorischen Optimierung sind NP-schwer. Es besteht also wenig Hoffnung auf effiziente Algorithmen, die immer eine Optimallösung finden. Um trotzdem vernünftige Lösungen für solche schweren Probleme finden zu können, gibt man sich oft mit Approximationsalgorithmen zufrieden, die in polynomieller Zeit eine Lösung finden, die auch im schlechtesten Falle nur einen beweisbar kleinen Faktor vom Optimum entfernt ist. Dieses Gebiet hat sich in den letzten Jahren sehr stürmisch entwickelt: Auf der einen Seite konnten mit Hilfe neuer allgemeiner Methoden (etwa randomisiertem Runden und semidefiniter Programmierung) oder problemspezifischer Ansätze (etwa für das geometrische Traveling Salesman Problem) spektakuläre Erfolge erzielt werden; auf der anderen Seite gibt es zunehmende Erkenntnisse über die Grenzen der Approximierbarkeit (etwa durch das PCP-Theorem). Die Vorlesung soll einen Überblick über die Methoden und Ergebnisse dieses aktuellen Forschungsgebietes bieten.

Matroidtheorie [Vorlesung]

Dozent: Grötschel; Vorlesungszeit: Mo 8-10 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Mathematikgebäude MA 642.
Übungen: Mi 8-10 Uhr, MA 043, 2-stündig;

INHALT: Matroide stellen eine gemeinsame Verallgemeinerung verschiedener Aspekte der Graphentheorie und der linearen Algbebra dar. Sie haben sich als fundamentale Objekte der Kombinatorik erwiesen und sind in den letzten Jahrzehnten intensiv untersucht worden. Insbesondere spielen sie auch eine interessante Rolle in der Kombinatorischen Optimierung. Viele kombinatorische Optimierungsprobleme lassen sich als Optimierungsprobleme über Matroiden oder Durchschnitten von Matroiden darstellen. Matroide können unter anderem auch durch den Greedy-Algorithmus charakterisiert werden.

Graphen- und Netzwerkalgorithmen [Vorlesung]

Dozent: Martin; Vorlesungszeit: Di, Do 16-18 Uhr, 4-stündig;
Veranstaltungsort: Mathematikgebäude MA 043.
Übungen: Mi 8-10 Uhr, MA 043, 2-stündig;

INHALT: Viele praxisrelevante Fragestellungen in der Telekommunikation, in der Produktionsplanung oder in der Verkehrsplanung können als Optimierungsprobleme in Graphen modelliert werden.

In dieser Vorlesung behandeln wir grundlegende Algorithmen zur Lösung von Problemen in Graphen. Unter anderem geben wir Antworten auf folgende Fragen: Wie komme ich möglichst schnell von A nach B, wie pumpe ich möglichst viel Wasser durch ein bestehendes Leitungssystem oder wie löse ich das Heiratsproblem? Wir werden dabei einige algorithmische Grundprinzipien wie Greedy- oder Augmentierungsverfahren kennenlernen und sehen, dass die genannten Probleme effizient gelöst werden können.

Darüber hinaus gibt es Graphenprobleme, für die noch keine effektiven Lösungsverfahren bekannt sind, wie beispielsweise für das Problem, eine kürzeste Rundreise durch eine gegebene Anzahl von Städten zu finden. Mit Methoden wie primalen und dualen Heuristiken oder Enumerationsverfahren versuchen wir, auch solchen Problemen beizukommen.

ADM III: Ganzzahlige Optimierung [Vorlesung]

Dozent: Ziegler; Vorlesungszeit: Di 10-12 Uhr, Do 12-14, 4-stündig;
Veranstaltungsort: Mathematikgebäude MA 309/ MA 144 .

INHALT: LP-basierte Algorithmen der ganzzahligen Optimierung in Theorie und Praxis (Schnittebenenverfahren, Branch + Bound), Geometrie ganzzahliger Programme, Komplexität, Ideen aus der Geometrie der Zahlen (Gitterreduktionen, polynomiale Verfahren in fester Dimension), primal Ansätze, Modellierung und Anwendungen.

Diskrete Mathematik: Graphen-Färbung [Seminar]

Dozent: Ziegler; Veranstaltungszeit: Di 16-18;
Veranstaltungsort: Mathematikgebäude MA 548.

INHALT: Die Färbung von Graphen ist ein sehr populäres Thema (nicht zuletzt wegen des sog. „Vier-Farben-Problems“). Im Laufe dieses Seminars wollen wir eine Reihe von ganz verschiedenen Graphenfärbungs-Problemen und Graphenfärbungs-Algorithmen studieren und diskutieren. Dabei wird sich ganz automatisch herausstellen, daß jenseits aller Amateurmathematik zum Thema auch harte Arbeit geleistet wurde; daß das Problem im Optimierungssinne keinesfalls als gelöst betrachtet werden kann; daß da viel attraktive Mathematik „drinsteckt“.

Die zu diskutierenden Probleme und Themen sind u. a.:

- der Beweis des Vier-Farben-Problems nach Robertson et al. (1997),
- die Modellierung und Bearbeitung von Färbungsproblemen als ganzzahlige Programme (Mehrotra & Trick 1996)
- Die chromatische Zahl der Kneser-Graphen (Bárány 1978)
- Färbung der Hamming-Graphen
  (Linial, Meshulam, Tarsi 1988)
- Praktische Heuristiken zum Graphenfärben
- Die Konstruktion dreiecksfreier Graphen von hoher chromatischer Zahl mit der „probabilistischen Methode“ (Erdős)
- Probabilistische Methoden zum Graphenfärben.

6 Semesterberichte der Stipendiaten vom Wintersemester 1998/99

Clemens Gröpl

Dozent:	Prof. Dr. H. J. Prömel
Arbeitsbereich:	Formale Verifikation, Boolesche Funktionen
Thema:	Binary Decision Diagrams
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit 1. 4. 1996

Promotionsthema

Im Dezember 1998 habe ich meine Dissertationsschrift „Binary Decision Diagrams for Random Boolean Functions“ fertiggestellt und eingereicht [Grö98].

Binary Decision Diagrams (BDDs) sind eine Datenstruktur für Boolesche Funktionen $f\colon \{0,1\}^n \to \{0,1\}$. Ein BDD ist ein gerichteter azyklischer Graph mit einer Wurzel und (höchstens) den zwei Terminalen 0 und 1, in dem jeder innere (d. h. nicht-terminale) Knoten genau zwei Nachfolger hat. Jedem inneren Knoten ist eine Variable zugeordnet, von deren Wert es bei der Funktionsauswertung abhängt, welcher der beiden Nachfolgerknoten im nächsten Schritt durchlaufen wird. In *ordered* binary decision diagrams (OBDDs) müssen die Tests einer festen Variablenordnung genügen. In *free* binary decision diagrams (FBDDs) darf jede Variable höchstens einmal getestet werden. Jedes OBDD ist also auch ein FBDD. Während sich insbesondere die OBDDs seit Bryants Pionierarbeit Mitte der achziger Jahre [Bry86, Bry92] in der Praxis zunehmender Beliebtheit erfreuen (unter anderem beim Entwurf und der Verifikation von VLSI-Schaltungen), stehen die theoretischen Untersuchungen in vielerlei Hinsicht noch eher am Anfang.

Die Effizienz neuer Varianten des BDD-Konzepts wird gewöhnlich anhand spektakulärer (worst-case) Beispiele aufgezeigt. In Zusammenarbeit mit Anand Srivastav (jetzt an der Univ. Kiel) und meinem Betreuer Hans Jürgen Prömel habe ich einen anderen Ansatz verfolgt und im Sinne einer probabilistischen Analyse die Darstellungsgrößen für *fast alle* Booleschen Funktionen verglichen. Breitbart, Hunt und Rosenkrantz gaben eine obere Schranke für die

BDD-Größe und zeigten, daß diese für fast alle Booleschen Funktionen sogar fast optimal ist [BHR95]. Ingo Wegener zeigte (etwas vereinfachend ausgedrückt), daß für die 'meisten' Folgen von n für fast alle Booleschen Funktionen von n Variablen die minimale FBDD-Größe fast gleich der worst-case OBDD-Größe ist [Weg94]. Demnach brächte der Schritt von OBDDs zu FBDDs in der Regel nur eine sehr geringe Verkleinerung der Repräsentation mit sich (für 'zufällige' Boolesche Funktionen im hier betrachteten Sinn). Wegeners Analyse erfaßt jedoch nicht alle Folgen von n. Wir haben bewiesen, daß (genau) innerhalb von Intervallen konstanter Länge um die Werte $n = 2^h + h$ die 'erwartete' und die worst-case OBDD-Größe sich um einen exakt bestimmbaren, konstant beschränkten Faktor unterscheiden [GPS98]. Dieses Ergebnis konnte ich inzwischen, wie bereits im letzten Semesterbericht angekündigt, in seinen Grundzügen auch auf den FBDD-Fall übertragen. Dabei werden die Ausnahmeintervalle sogar noch größer. *Es gibt Bereiche von n, in denen minimale FBDDs fast immer um mindestens einen konstanten Faktor kleiner sind als minimale OBDDs.* Diese beiden Hauptaussagen meiner Dissertation gelten jeweils für fast alle Booleschen Funktionen bis auf einen doppelt exponentiell kleinen Anteil (in n). — Die Evolution von zufälligen OBDDs und FBDDs zeigt demnach für wachsendes n ein bestimmtes oszillierendes Verhalten. Solche Oszillationen gibt es bei allgemeinen BDDs nicht. Die Analyse des OBDD-Falles überträgt sich fast wörtlich auf ZBDDs, OFDDs und OKFDDs.

Aktivitäten

- Abfassung der Dissertation
- Vortrag „Random OBDDs" beim International Congress of Mathematicians (short presentation and poster session, section 14), Berlin, 21. August 1998
- Vortrag „BDD-basierte Methoden zur formalen Verifikation beim VLSI-Entwurf" am Tag der Informatik, HU Berlin, 5. November 1998
- Vortrag „Read-Once Branching Programs for Random Boolean Functions" im Kolloquium des Graduiertenkollegs, HU Berlin, 11. Januar 1999
- Vortrag „Håstads ‚switching lemma' und Anwendungen" im Seminar „Die probabilistische Methode", HU Berlin, 27. Januar 1999

Literatur

[Grö98] Clemens Gröpl: Binary Decision Diagrams for Random Boolean Functions; Disseration, Humboldt-Universität zu Berlin, 126 Seiten, eingereicht im Dezember 1998.

[GPS98] Clemens Gröpl, Anand Srivastav, Hans Jürgen Prömel: Size and Structure of Random Ordered Binary Decision Diagrams (Extended Abstract); Proc. 15th STACS, Paris, Springer LNCS 1373, 238 – 248, 1998.

[Bry86] Randal E. Bryant: Graph-Based Algorithms for Boolean Function Manipulation; IEEE Transactions on Computers, vol. C-35, no. 8, 677 – 691, 1986.

[Bry92] Randal E. Bryant: Symbolic Boolean Manipulation with Ordered Binary-Decision Diagrams; ACM Computing Surveys, vol. 24, no. 3, 293 – 318, 1992.

[BHR95] Y. Breitbart, H. Hunt III, D. Rosenkrantz: On the Size of Binary Decision Diagrams Representing Boolean Functions; Theoretical Computer Science, vol. 145, 45 – 69, 1995.

[Weg94] Ingo Wegener: The Size of Reduced OBDDs and Optimal Read-Once Branching Programs for Almost All Boolean Functions; IEEE Transactions on Computers, vol. 43, no. 11, 1262 – 1269, 1994.

Christian Haase

Betreuer:	Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Arbeitsbereich:	Diskrete Geometrie
Thema:	Gitterpolytope, unimodulare Triangulierungen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit 1.4.1997

Darstellung des Promotionsthemas

In den vorangegangenen Semesterberichten habe ich bereits beschrieben, wie toll Gitterpolytope sind. Man kann mit ihnen verschiedenste Mathematik machen [BG, C, E, S]. Üblicherweise (aber nicht ausschließlich) mache ich mit ihnen algebraische Geometrie.

In den vorangegangenen Semesterberichten habe ich das *Gitterweite-Problem* elementarer Simplexe vorgestellt. Die erzielten Ergebnisse werden im European Journal of Combinatorics erscheinen [HZ].

In den vorangegangenen Semesterberichten wollte ich zwei Arbeiten mit Dimitrios Dais im Bereich *torischer Varietäten* abhaken. Immerhin ist der Existenzbeweis für projektive nicht diskrepante Auflösungen torischer lokal vollständiger Durchschnitte als (ziemlich dickes) TU-Berlin Preprint erschienen und wird definitiv noch im Wintersemester (nach der Diät) eingereicht.

Die Hodge-Zahlen haben sich als hartnäckiger erwiesen als erwartet. Auch hier glaube ich, mich im nächsten Bericht auf eine kurze Notiz inklusive Referenz beschränken zu können [DHZ2].

Das auch schon erwähnte KKMS-Theorem [KKMS] hat bisher wenige seiner Geheimnisse preisgegeben; sowohl was die Aussage, als auch den Beweis betrifft.

Zur $\frac{1}{3}/\frac{2}{3}$ - *Vermutung* der Ordnungstheorie nur soviel: ich war nicht der erste ($_{\text{sniff.}}$).

Aktivitäten

- Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs
- Oberseminar *Diskrete Geometrie* G.M. Ziegler

- Vorlesung *Kombinatorische kommutative Algebra* Volkmar Welker
- Vortrag *Crepant resolutions of toric l.c.i. singularities via unimodular triangulations* 21.08. beim ICM in Berlin
- BAT 08.01. am ZiB
- Herbstschule *Topological combinatorics* 22.-26.11. in Chorin

Ausblick

In den vorangegangenen Semesterberichten habe ich noch nichts vom *Birkhoff-Polytop* erzählt. Dieses, in vielen Gebieten der Mathematik berühmte Polytop (die Menge der quadratischen nicht-negativen Matrizen mit Zeilen- und Spaltensummen gleich eins), ist eines der großen unbekannten Wesen. Man weiß nicht einmal, *wie* groß es denn nun ist. Vielleicht sind Schranken für das Volumen beweisbar (und noch nicht bekannt).

In den vorangegangenen Semesterberichten konnte ich auch nichts von der 'Übungsaufgabe' wissen, die Anders Björner in Chorin gestellt hat, und die mich seitdem fesselt. Es geht um die (offene) Frage, ob eine gewisse Halbordnung schälbar ist. Nach einigen vergeblichen Versuchen, habe ich da immer noch ein paar Ideen, die ich noch ausprobieren möchte (und ich bin unvorsichtig genug, das hier reinzuschreiben).

Das KKMS-Theorem will ich mir (endlich) vorknöpfen.

Da dies mein letztes Semester im Graduiertenkolleg ist, muß ich wohl oder übel auch die Dissertation irgendwann zusammenschreiben.

Literatur

[BG] T. Burger, P. Gritzmann; *Polytopes in Combinatorial Optimization*; Preprint Uni Trier.

[C] J.W.S. Cassels; *An Introduction to the Geometry of Numbers*; Springer Berlin (1959).

[DHZ1] D.I. Dais, C. Haase, G.M. Ziegler; *All toric l.c.i.-singularities admit projective crepant resolutions*; TU-Berlin Preprint No. 614/1998, 33 pages.

[DHZ2] D.I. Dais, C. Haase, G.M. Ziegler; *String theoretic hodge numbers of symmetric Fano varities*; Preprint.

[E] G. Ewald; *Combinatorial convexity and algebraic geometry*; GTM 168; Springer New York (1996).

[HZ] C. Haase & G.M. Ziegler; *On the maximal width of empty lattice simplices*; to appear in Europ.J.Comb.

[KHG] C. Kassel and C. Haase, M. Gòmez; *De léquation de Yang-Baxter aux invariants de nœuds*; to appear.

[KKMS] G. Kempf, F. Knudsen, D. Mumford, B. Saint-Donat; *Toroidal Embeddings I*; Springer Lecture Notes in Math. **339** (1973).

[S] Bernd Sturmfels; *Gröbner Bases and Convex Polytopes*; AMS University Lecture Series (1996).

Ekkehard Köhler

Name:	Ekkehard Köhler
Betreuer:	Prof. Dr. Rolf H. Möhring
Arbeitsbereich:	Algorithmische Graphentheorie
Thema:	Stuktureigenschaften und Algorithmen verschiedener Graphenklassen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1996

Darstellung des Arbeitsgebietes

Nach wie vor gilt mein Hauptinteresse der Klasse der AT-freien Graphen, das sind Graphen, die kein asteroidales Tripel enthalten. Unter einem asteroidalen Tripel in einem Graphen $G = 3D(V, E)$ versteht man eine Menge von drei paarweise verschiedenen, nicht adjazenten Knoten, so daß es für je zwei dieser Knoten einen Pfad in G gibt, der die Nachbarschaft des dritten Knotens vermeidet.

Die Untersuchung dieser speziellen Graphenklasse ist zum einen dadurch motiviert, daß AT-freie Graphen eine Verallgemeinerung von Intervallgraphen, Permutationsgraphen und Komplementen von transitiv orientierbaren Graphen ist. Eine Reihe von interessanten strukturellen Eigenschaften dieser Graphenklassen gelten auch in AT-freien Graphen. Ein anderer Grund für die Untersuchung von Graphen ohne asteroidale Tripel sind ihre „algorithmischen Eigenschaften“. Für eine Anzahl von interessanten Problemen, die auf allgemeinen Graphen NP-vollständig sind, existieren Polynomialzeitalgorithmen, wenn man die Eingabe auf AT-freie Graphen beschränkt.

Während meiner Forschungstätigkeit im Graduiertenkolleg beschäftige ich mich insbesondere mit dieser Graphenklasse genauer. Dabei liegt mein Hauptinteresse auf der Untersuchung von speziellen Struktureigenschaften und deren Ausnutzung beim Entwurf effizienter Algorithmen.

Arbeitsgebiet und Ergebnisse

In den vergangenen Jahren wurden für die meisten „Standardoptimierungsprobleme“, wie z.B. INDEPENDENT SET, CLIQUE, PARTITION INTO CLIQUES und verschiedene Dominierungsprobleme, beschränkt auf die Klasse der AT-freien Graphen, Polynomialzeitalgorithmen entwickelt, bzw. die NP-Vollständigkeit nachgewiesen (siehe [1, 5]). Für die Probleme k-COLORABILITY, HAMILTONIAN CIRCUIT und HAMILTONIAN PATH ist die Komplexität nach wie vor offen.

Zusammen mit Matthias Kriesell untersuchte ich die Zusammenhänge zwischen AT-freien Graphen und Kantengraphen. Dabei konnten wir eine Reihe von interessanten Ergebnissen erzielen. Zunächst konnten wir eine vollständige Charakterisierung der Kantengraphen AT-freier Graphen angeben. Für die größere Klasse der AT-freien Kantengraphen konnten wir zeigen, daß der einfache/zweifache Zusammenhang hinreichend für die Existenz eines Hamiltonschen Weges/Kreises ist. Weiterhin konnten wir zeigen, daß jeder zusammenhängende AT-freie Graph einen Kantenzug und jeder zweifach zusammenhängende AT-freie Graph einen geschlossenen Kantenzug enthält, der kantendominierend ist und daß ein solcher Kantenzug in polynomieller Zeit gefunden werden kann. Dieses Ergebnis stellt in gewisser Weise eine Verallgemeinerung des Resultats von Corneil et al.[2] dar, die zeigten, daß jeder AT-freie Graph einen (knoten-)dominierenden Pfad enthält.

Weiterhin untersuchte ich die Klasse der Graphen, die AT-frei sind und deren Komplement ebenfalls kein asteroidales Tripel enthält. Diese Graphenklasse stellt eine Verallgemeinerung der Klasse der Permutationsgraphen dar, die bekanntlich dadurch charakterisiert werden, daß sowohl der Graph selbst, als auch sein Komplement eine transitive Orientierung besitzt. Für Permutationsgraphen (und eine Reihe verwandter Graphenklassen) wurde von Kratsch [6] gezeigt, daß die Anzahl der minimalen (Knoten-)Separatoren polynomiell beschränkt ist in der Anzahl der Knoten des Graphen. Dies ist insofern interessant, als auf der einen Seite bereits für bipartite und für Komplemente bipartiter Graphen die Anzahl der minimalen Separatoren exponentiell in der Anzahl der Knoten des Graphen sein kann und auf der anderen Seite von Kloks et al. [3, 4] Algorithmen für die Probleme TREEWIDTH, PATHWIDTH, MINIMUM-FILL-IN und MINIMUM INTERVAL GRAPH COMPLETION, VERTEX RANKING auf AT-freien Graphen entworfen wurden, die polynomiell in der Anzahl der minimalen Separatoren des Eingabegraphen sind. Für die Klasse der Graphen, die AT-frei und deren Komplement AT-frei ist konnte ich nachweisen, daß die Anzahl der minimalen Separatoren polynomiell beschränkt sind. Dies impliziert somit die Existenz von Polynomialzeitalgorithmen für all die oben genannten Probleme.

Schließlich habe ich mich mit dem Problem, eine unabhängige Knotenmenge maximaler Kardinalität in einem AT-freien Graphen zu finden etwas näher beschäftigt. Dabei konnte ich die Laufzeit des Algorithmus von Broersma et al.[1] in seiner Laufzeit verbessern.

Aktivitäten

- Besuch von Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs
- Vortrag im Kolloquium des Graduiertenkollegs
- Teilnahme am *Kolloquium über Kombinatorik* in Braunschweig im November 1998, mit Vortrag zum Thema: *Hamiltonian Cycles in Subclasses of Asteroidal Triple-Free Graphs*
- Forschungsaufenthalt an der FSU Jena als Gast von Dieter Kratsch
- Vortrag im Vorbereitungsseminar für Diplomanden der Arbeitsgruppe
- Teilnahme am 22. Berliner Algorithmentag am ZIB
- Gutachten für DISCRETE APPLIED MATHEMATICS

Literatur

[1] H. Broersma, T. Kloks, D. Kratsch, and H. Müller, *Independent sets in asteroidal triple-free graphs*, Tech. Rep. No. 1359, Faculty of Applied Mathematics, University of Twente, Enschede, 1996.

[2] D.G. Corneil, S. Olariu, and L. Stewart, *Asteroidal triple-free graphs*, SIAM Journal of Discrete Mathematics, 10 (1997), pp. 399–430.

[3] T. Kloks, D. Kratsch, and J. Spinrad, *On treewidth and minimum fill-in of asteroidal triple-free graphs*, Theoretical Computer Science, 175 (1997), pp. 309–335.

[4] T. Kloks, H. Müller, and C. Wong, *Vertex ranking of asteroidal triple-free graphs*, Information Processing Letters, 68 (1998), pp. 201–206.

[5] D. Kratsch, *Domination and total domination on asteroidal triple-free graphs*, Tech. Rep. Forschungsergebnisse Math/Inf/96/25, FSU Jena, 1996.

[6] D. Kratsch, *The structure of graphs and the design of efficent algorithms.* Habilitation Thesis, Friedrich-Schiller-Universität Jena, 1996.

Mark de Longueville

Betreuer:	Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Arbeitsbereich:	Topologische Kombinatorik
Thema:	Topologische Methoden im Zusammenhang mit Partitions- und Färbungsproblemen, Topologische Invarianten von Arrangements
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit 1.10.1997

In diesem Wintersemester 1998/99 habe ich mich hauptsächlich mit Koordinaten-Unterraumarrangements und der Ringstruktur ihrer Kohomologie beschäftigt. Im Dezember 1998 war ich für drei Wochen zu Gast an der KTH Stockholm bei A. Björner im Rahmen des vom DAAD geförderten Human Capital and Mobility Program “Algebraic Combinatorics” der Europäischen Union. In dieser Zeit habe ich in Zusammenarbeit mit A. Björner zeigen können, daß die Nachbarschaftskomplexe von stabilen Knesergraphen bis auf Homotopie Sphären sind. Dies beweist eine Vermutung von L. Lovász und A. Schrijver.

Koordinaten-Unterraumarrangements

Ein Arrangement ist eine endliche Menge von affinen Unterräumen des $\mathbb{R}^n$ (bzw. $\mathbb{C}^n$). Die Beschreibung topologischer Eigenschaften eines solchen Arrangements unter ausschließlicher Benutzung seiner kombinatorischen Daten erfreut sich großer Aufmerksamkeit (vgl. [Ar], [Bj], [BZ], [Br], [CP], [FZ], [GM], [OS], [OT], [Zi1]).
Ist $\mathcal{A}$ ein Arrangement, so ist die multiplikative Struktur der Kohomologie des *Komplements* $\mathbb{R}^n \setminus \bigcup \mathcal{A}$ (bzw. $\mathbb{C}^n \setminus \bigcup \mathcal{A}$) von besonderem Interesse. Die Beschreibung der Gruppenstruktur der Kohomologie durch die kombinatorischen Daten – Schnittverband und Dimensionsinformation – ist durch M. Goresky und R. MacPherson 1988 [GM] gegeben worden. Die Ringstruktur ist für Arrangements mit gewissen Zusatzvoraussetzungen (z.B. komplexe Hyperebenenarrangements, komplexe Arrangements mit geometrischem Schnittverband, k-equal Arrangements), bzw. nur für die Kohomologie mit rationalen Koeffizienten (im Falle komplexer Arrangements) beschrieben worden (siehe u.a. [Ar], [Br], [FZ], [Yu]).
Für die Familie der Koordinaten-Unterraumarrangements konnte ich eine solche Beschreibung für die Kohomologie des Komplements mit ganzzahligen Koeffizienten angeben [Lon]. Ein Koordinaten-Unterraumarrangement im $\mathbb{R}^n$ (bzw. $\mathbb{C}^n$) ist durch einen Simplizialkomplex $\Delta \subset 2^{[n]}$ durch

$$\Delta\sigma \longmapsto \operatorname{span}\{e_i : i \in \sigma\}$$

definiert. Diese Arrangements sind in Bezug auf die Kohomologie ihres Komplements sehr reichhaltig: zu jeder endlich erzeugten abelschen Gruppe G läßt sich ein Simplizialkomplex Δ konstruieren, so daß G direkter Summand der Kohomologie des Komplements des zugehörigen Arrangements ist.
Schneidet man ein Koordinaten-Unterraumarrangement $\mathcal{A}$ mit dem Kreuzpolytop $\operatorname{conv}\{\pm e_i : i = 1, \ldots, n\}$ so erhält man einen Unterkomplex des Kreuzpolytops homöomorph zum *Link* $\mathbb{S}^{n-1} \cap \bigcup \mathcal{A}$, dem Schnitt des Arrangements mit der $(n-1)$-Sphäre. Ferner läßt sich das Komplement von $\mathcal{A}$ bis auf Homotopie als polytopaler Unterkomplex des n-dimensionalen Würfels realisieren.

Nun bestimmt die Homologie des Links via Alexander-Dualität die Gruppenstruktur der Kohomologie eindeutig und umgekehrt (siehe z.B. [Mu]). Die genaue Analyse dieser Dualität unter Ausnutzung der Polarität (Dualität) des Kreuzpolytops und des Würfels führt zur Beschreibung der Ringstruktur der Kohomologie.

Die Nachbarschaftskomplexe von stabilen Knesergraphen

Die stabilen Knesergraphen $SG_{n,k}$ sind 1978 von A. Schrijver eingeführt worden [Sc]. Sie bilden bezüglich der chromatischen Zahl eckenkritische Untergraphen der Knesergraphen. L. Lovász und A. Schrijver vermuteten, daß die Nachbarschaftskomplexe (siehe [Lov]) der stabilen Knesergraphen bis auf Homotopie Sphären sind. Dies konnte in Zusammenarbeit mit A. Björner gezeigt werden [BL]. Die Nachbarschaftskomplexe von $SG_{2,k}$ retrahieren auf Assoziaeder [Zi2]. Da sich gezeigt hat, daß alle Nachbarschaftskomplexe der stabilen Knesergraphen bis auf Homotopie Sphären sind, kann die Suche nach "höheren" Assoziaedern beginnen.

Aktivitäten

- Besuch der Vorlesungen und Kolloquien des Graduiertenkollegs
- Teilnahme an der Vorlesung "Kombinatorische Kommutative Algebra" von V. Welker
- Abhalten von Vorträgen in einem Miniseminar über Algebraische Geometrie
- Teilnahme am 21. Berliner Algorithmen-Tag an der FU, 17.7.1998
- Teilnahme an der ICM - Satellitenkonferenz "Geometric Combinatorics" in Kotor, Jugoslawien, 28.8. - 3.9.1998
- Abhalten eines Vortrages über "Die Kohomologieringe von Koordinaten - Unterraumarrangements" im Oberseminar "Kombinatorische Geometrie" von G. M. Ziegler

- Teilnahme an der Herbstschule "Topological Combinatorics" des Graduiertenkollegs in Chorin, 22.11. - 26.11.1998
- Gastaufenthalt bei A. Björner an der KTH Stockholm vom 30.11.-18.12.1998 im Rahmen des Human Capital and Mobility Program "Algebraic Combinatorics" der Europäischen Union, Vortrag an der Stockholm Universität zum Thema "The ring structure on the cohomology of coordinate subspace arrangements" am 16.12.1998
- Teilnahme am 22. Berliner Algorithmen-Tag am ZIB, 8.1.1999

Ausblick

- Vortrag "Die Kohomologieringe von Koordinaten-Unterraumarrangements – ein expliziter Zugang" im Kolloquium des Graduiertenkollegs am 8.2.1999
- Teilnahme an der Tagung "Geometric and Topological Combinatorics", 11.4. - 17.4.1999 in Oberwolfach
- Teilnahme (voraussichtlich) an der Konferenz "Formal Power Series and Algebraic Combinatorics", 7.6. - 11.6.1999 in Barcelona

Literatur

[Ar] V.I. Arnold: *The cohomology ring of the colored braid group, Mathematical Notes* **5** (1969), 138-140.

[Bj] A. Björner: *Subspace arrangements,* in: Proc. of the First European Congress of Mathematics (Paris 1992), A. Joseph et al., eds, Birkhäuser 1994, Vol. 1, pp. 321-370.

[BL] A. Björner & M. de Longueville: The neighborhood complexes of stable Kneser graphs, Preprint 1999

[BZ] A. Björner & G.M. Ziegler: *Combinatorial stratification of complex arrangements, Journal Amer. Math. Soc.* **5** (1992), 105-149

[Br] E. BRIESKORN: *Sur les groupes de tresses (d'après V. I. Arnol'd),* Séminaire Bourbaki 24e année 1971/72, Lecture Notes in Mathematics **317** (1973), 21-44.

[CP] C. DE CONCINI & C. PROCESI: *Wonderful models of subspace arrangements, Selecta Mathematica, New Series* **1** (1995), 459-494.

[FZ] E.M. FEICHTNER & G.M. ZIEGLER: *On cohomology algebras of complex subspace arrangements, Trans. AMS*, to appear

[GPW] V. GASHAROV, I. PEEVA, V. WELKER: *Coordinate Subspace Arrangements and Monomial Ideals,* Preprint 1998, 11 pages

[GM] M. GORESKY & R.D. MACPHERSON: *Stratified Morse Theory, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete*, 3. Folge, Band 14, Springer Verlag 1988.

[Mu] J.R. MUNKRES: *Elements of Algebraic Topology,* Addison Wesley 1984.

[Lon] M. DE LONGUEVILLE: *The ring structure on the cohomology of coordinate subspace arrangements,* Preprint 1999, 21 Seiten

[Lov] L. LOVÁSZ: *Kneser's conjecture, chromatic number and homotopy*, J. Combinatorial Theory Ser. A **25** (1978), 319-324

[OS] P. ORLIK & L. SOLOMON: *Combinatorics and topology of complements of hyperplanes, Inventiones math.* **56** (1980), 167-189.

[OT] P. ORLIK & H. TERAO: *Arrangements of hyperplanes, Grundlehren der math. Wissenschaften* **300**, Springer 1992.

[Sc] A. SCHRIJVER: *Vertex critical subgraphs of Kneser graphs*, Nieuw Arch. Wiskd., III. Ser. **26** (1978), 454-461

[Yu] S. YUZVINSKY: *Small rational model of subspace complement,* Preprint 1997, 29 pages.

[Zi1] G.M. ZIEGLER: *Combinatorial Models for Subspace Arrangements,* Habilitationsschrift, TU Berlin, April 1992.

[Zi2] G.M. Ziegler: *Lectures on Polytopes*, Graduate Texts in Mathematics, Vol.152, Springer-Verlag, 1995

Frank Hagen Lutz

Betreuer:	Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Arbeitsbereich:	Kombinatorische Geometrie
Thema:	Triangulierte Mannigfaltigkeiten mit wenigen Ecken und eckentransitive Gruppenwirkungen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1996

Ergebnisse der Dissertation

Meine im Februar 1999 fertiggestellte Dissertation "Triangulated Manifolds with Few Vertices and Vertex-Transitive Group Actions" [2] beschäftigt sich mit der Triangulierung von Flächen und Mannigfaltigkeiten und mit Gruppenwirkungen auf endlichen Simplizialkomplexen. Zum Einsatz gekommen sind dabei Konzepte und Methoden aus der Kombinatorischen Geometrie, der algebraischen Topologie und der Gruppentheorie. Eine Vielzahl an neuen Ergebnissen konnte durch die Entwicklung und Implementation schneller Algorithmen für das "Computer Aided Design of Manifolds" gewonnen werden.

Eine ausführliche Darstellung des Themengebiets und der behandelten Fragestellungen findet sich in den vorangegangenen Semesterheften des Graduiertenkollegs und in den unten angeführten Publikationen. Die Hauptresultate der Dissertation seien hier kurz zusammengefaßt. Es wurden erzielt:

- eine 16-Ecken-Triangulierung der Poincaréschen Homologie-3-Sphäre
- nicht-PL d-Sphären, $d \geq 5$, mit $d + 13$ Ecken
- nicht-PL Triangulierungen von triangulierbaren d-Mannigfaltigkeiten, $d \geq 5$, mit wenigen zusätzlichen Ecken
- vollständige Enumeration aller eckentransitiven simplizialen Mannigfaltigkeiten mit $n \leq 13$ Ecken
- vollständige Enumeration aller eckentransitiven simplizialen Pseudomannigfaltigkeiten mit $n \leq 13$ Ecken

- vollständige Enumeration aller eckentransitiven nachbarschaftlichen Karten mit $n \leq 22$ Ecken
- vollständige Enumeration aller regulären simplizialen Karten mit $n \leq 22$ Ecken
- 13 neue Triangulierungen topologisch unterschiedlicher 3-Mannigfaltigkeiten mit $n \leq 15$ Ecken
- minimale Triangulierungen von $S^2 \times S^2$ mit 11 Ecken
- minimale Triangulierungen von $S^3 \times S^2$ mit 12 Ecken
- minimale Triangulierungen von $S^3 \times S^3$ mit 13 Ecken
- minimale Triangulierungen von $(S^2 \times S^2) \# (S^2 \times S^2)$ mit 12 Ecken
- eine minimale Triangulierung von $\mathbb{R}\mathbf{P}^4$ mit 16 Ecken
- eine 12-Ecken-Triangulierung von $\mathbb{C}\mathbf{P}^2 \# -\mathbb{C}\mathbf{P}^2$ mit einer Involution, die beide Teile der zusammenhängenden Summe ineinander überführt
- eine 3-nachbarschaftliche eckentransitive Triangulierung einer 5-Mannigfaltigkeit mit 13 Ecken und Homologie $H_* = (\mathbb{Z}, 0, \mathbb{Z}_2, 0, 0, \mathbb{Z})$
- Beispiele beinahe nachbarschaftlicher zentralsymmetrischer Sphären mit eckentransitiver zyklischer Gruppenwirkung in den Dimensionen $3, 5, 7$
- ein Beweis der Evasiveness-Vermutung für 2- und 3-dimensionale Simplizialkomplexe
- eine unendliche Klasse von Gegenbeispielen zur Verallgemeinerten Aanderaa-Rosenberg-Vermutung
- sechs neue Beispiele $\mathbb{Z}$-azyklischer, nicht-kontrahierbarer Simplizialkomplexe mit einer eckentransitiven A_5-Wirkung.

Aktivitäten

- International Congress of Mathematicians Berlin (ICM'98), 18.–27. August 1998, Poster: "Combinatorial Manifolds with Vertex-Transitive Automorphism Group"
- Fall School on Topological Combinatorics des Graduiertenkollegs, Chorin, 22.–26. November 1998
- Vortrag: "Kombinatorische Mannigfaltigkeiten mit eckentransitiver Gruppenwirkung" im Oberseminar Geometrie, Universität Stuttgart, 16. Dezember 1998
- Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs

Publikationen

[1] A. Björner, F.H. Lutz. Simplicial manifolds, bistellar flips and a 16-vertex triangulation of the Poincaré homology 3-sphere. Preprint 1999, 21 Seiten.

[2] F.H. Lutz. *Triangulated Manifolds with Few Vertices and Vertex-Transitive Group Actions*. Dissertation, TU Berlin, 131 Seiten.

[3] E.G. Köhler, F.H. Lutz. Combinatorial manifolds with transitive automorphism group on few vertices. In Vorbereitung.

[4] W. Kühnel, F.H. Lutz. A census of tight triangulations. In Vorbereitung.

[5] F.H. Lutz. Some results related to the Evasiveness Conjecture. In Vorbereitung.

[6] F.H. Lutz. Examples of $\mathbb{Z}$-acyclic and contractible vertex-homogeneous simplicial complexes. In Vorbereitung.

[7] F.H. Lutz. Combinatorial pseudomanifolds with transitive automorphism group on few vertices. In Vorbereitung.

[8] F.H. Lutz. Centrally symmetric spheres and 'products of spheres' with few vertices. In Vorbereitung.

[9] F.H. Lutz. Neighborly maps on few vertices with vertex-transitive automorphism group. In Vorbereitung.

[10] F.H. Lutz. A note on regular simplicial maps with few vertices. In Vorbereitung.

Computerprogramme

[C1] F.H. Lutz. GAP-program BISTELLAR. Second version 02/99. (First version 11/97 by A. Björner, F.H. Lutz.)
`http://www.math.TU-Berlin.de/diskregeom/stellar/`

[C2] F.H. Lutz. GAP-program BISTELLAR_EQUIVALENT. Version 02/99.
`http://www.math.TU-Berlin.de/diskregeom/stellar/`

[C3] F.H. Lutz. GAP-program MANIFOLD_VT. Second version 02/99. (First version 01/98 by E.G. Köhler, F.H. Lutz.)

Michael Naatz

Betreuer:	Prof. Dr. Rolf H. Möhring
Arbeitsbereich:	Ordnungstheorie
Thema:	Erweiterungen geordneter Mengen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1998

Fraktionale Ordnungstheorie

Erweiterungen geordneter Mengen treten in sehr verschiedenen Zusammenhängen auf. Eine Schlüsselrolle spielen sie unter anderem bei der Definition vieler ordnungstheoretischer Parameter, so zum Beispiel bei sämtlichen Dimensionsbegriffen (vergleiche z.B. die Monographie von Trotter [9]) und der Sprungzahl. Mich interessieren hier besonders die fraktionalen Varianten ordnungstheoretischer Parameter, ein Gebiet, das bis auf einige Arbeiten zur fraktionalen

Dimension [1, 2, 3] noch unbearbeitet zu sein scheint. Mein Ziel ist es, zu weiteren ordnungstheoretischen Parametern sinnvolle fraktionale Gegenstücke zu finden und diese mit Hilfe von Methoden der Ordnungs- und Graphentheorie, der linearen Programmierung und der Spieltheorie genauer zu untersuchen. Die bisherigen Arbeiten zur fraktionalen Dimension und Ergebnisse der fraktionalen Graphentheorie (vergleiche insbesondere [8]) zeigen einerseits, daß sinnvolle fraktionale Versionen durchaus nicht immer existieren müssen, daß sie aber, falls existent, häufig neues Licht auch auf das Verhalten der entsprechenden ganzzahligen Parameter werfen. Beispielsweise konnten Leimich und Reuter zeigen (vgl. [3]), daß für das cartesische Produkt $P \times Q$ zweier geordneter Mengen P und Q im allgemeinen *nicht* $\operatorname{fdim}(P \times Q) \geq \operatorname{fdim} P + \operatorname{fdim} Q - 2$ gilt; die entsprechende Ungleichung für die Dimension ist eine notorische Vermutung.

Scheduling

Erweiterungen geordneter Mengen sind auch im Scheduling von Interesse. Die Aufgabe ist dort, einen Plan zu erstellen, der es erlaubt, eine Menge von Arbeitsgängen möglichst schnell abzuarbeiten (oder möglichst billig, oder bezüglich einer anderen Zielfunktion optimal), ohne gewisse Nebenbedingungen zu verletzen. Typischerweise lassen sich einige dieser Nebenbedingungen durch eine Ordnungsrelation modellieren, die angibt, ob ein gegebener Arbeitsgang vor einem anderen eingeplant werden muß, was aus technischen Gründen notwendig sein kann. Die Lösung dieser Optimierungsaufgabe ist dann ebenfalls eine Erweiterung (und eventuell zusätzliche Informationen), an der sich ablesen läßt, in welcher – nicht unbedingt linearen – Reihenfolge die Arbeitsgänge am besten ausgeführt werden. Mein besonderes Interesse gilt hier der Auflösung von Ressourcenkonflikten mit Hilfe sogenannter verbotener Mengen. Die Eingabe besteht bei einem solchen Optimierungsproblem aus einer geordneten Menge P und einer Menge $\mathcal{F}$ von Antiketten von P. Dabei modelliert P die aus technischen Gründen notwendigen Reihenfolgebeziehungen. Dagegen sind in $\mathcal{F}$ diejeningen Mengen von Arbeitsgängen enthalten, die zwar gleichzeitig durchgeführt werden könnten, ohne die gegebene Reihenfolge P zu verletzen, die sich aber aus Mangel an Ressourcen (z.B. Maschinen, Personal) nicht gleichzeitig abarbeiten lassen. Jede Erweiterung von P, in der keine der Mengen aus $\mathcal{F}$ eine Antikette ist, stellt also eine zulässige Lösung des Problems dar. Zur Lösung dieses Problems gibt es bereits Verfahren, die sich auch in der Praxis bewährt haben (vgl. beispielsweise den Preprint [6] von Möhring et al., der auch einen Überblick über die Arbeiten zum Thema enthält). Mein Ziel ist es, zur Aufklärung des theoretischen Hintergrunds beizutragen. Untersuchungsgegenstand ist dabei die Menge der zulässigen Lösungen und insbesondere die Frage, ob diese nach Art eines Gray-Codes enumerieren lassen (einen Überblick über Gray-Codes für kombinatorische Objekte gibt [7]). Dies läßt sich formulieren als Suche nach einem Hamiltonweg in einem bestimmten Graphen; auch andere Eigenschaften dieses Graphen wie zum Beispiel der Durchmesser sind interessant. Dieses Problem ist sehr allgemein, und selbst sehr eingeschränkte Spezialfälle wie der von Pruesse und Ruskey in [5] behandelte sind entschieden nichttrivial. Um einen handhabbaren Untersuchungsgegenstand zu erhalten, werde ich mich zunächst auf Mengensysteme $\mathcal{F}$ beschränken, die nur zweielementige Mengen enthalten, also auf die natürliche Verallgemeinerung der von Pruesse und Ruskey analysierten Situation.

Neben anderen Aktivitäten (siehe unten) habe ich das letzte Semester vor allem zur Einarbeitung in die beiden oben umrissenen Gebiete genutzt.

Aktivitäten

- Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs
- Vorlesung *Kombinatorische Kommutative Algebra* von Volkmar Welker
- Vortrag *The graph of linear extensions of a poset* beim Kolloquium über Kombinatorik in Braunschweig, 13. November 1998
- Herbstschule *Topological Combinatorics* des Graduiertenkollegs in Chorin, 22.–26. November 1998
- Berliner Algorithmentag (BAT) am 8. Januar 1999 am ZIB
- Vorbereitung der Diplomarbeit [4] zur Veröffentlichung
- Gutachten für SIAM Journal on Discrete Mathematics und WG '99
- ADiMMO Workshop am 29./30. März 1999 in Berlin

Ausblick

- ORDAL '99 in Montpellier, 25.–28. August

Literatur

[1] Graham R. Brightwell and Edward R. Scheinerman. Fractional dimesion of partial orders. *Order*, 9:138–158, 1992.

[2] Stefan Felsner and William T. Trotter. On the fractinal dimension of partially ordered sets. *Discrete Math.*, 136:101–117, 1994.

[3] Utz Leimich and Klaus Reuter. The fractional dimension of subsets if boolean lattices and of cartesian products. *Preprint Hamburger Beiträge zur Mathematik*, Heft 68, 1997.

[4] Michael Naatz. Der Graph der linearen Erweiterungen einer geordneten Menge, 1998. Diplomarbeit am Mathematischen Seminar der Universität Hamburg.

[5] Gara Pruesse and Frank Ruskey. Generating linear extensions fast. *SIAM J. Comput.*, 23:373–386, 1994.

[6] Rolf H. Möhring, Frederik Stork and Marc Uetz. Resource constrained project scheduling with time windows: A branching scheme based on dynamic release dates. Technical Report 596-1998, TU Berlin, 1998.

[7] Carla Savage. A survey of combinatorial gray codes. *SIAM Review*, 39(4):605–629, 1997.

[8] Edward R. Scheinerman and Daniel H. Ullman. *Fractional Graph Theory*. Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization. Wiley-Interscience, 1997.

[9] William T. Trotter. *Combinatorics and Partially Ordered Sets: Dimension Theory*. Johns Hopkins Series in the Mathematical Sciences. The Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1992.

Till Nierhoff

Betreuer:	Prof. Dr. H. J. Prömel
Arbeitsbereich:	Graphenalgorithmen
Thema:	Average Case Analyse der Qualität von Graphenalgorithmen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg von April 1996 bis Dezember 1998

Arbeitsbericht

Im letzten Semester war ich hauptsächlich damit beschäftigt, meine Dissertationsschrift anzufertigen. Beim Aufschreiben mußte ich leider feststellen, daß eine Aussage, die ich beim letzten Bericht angegeben hatte nicht in Gänze gilt. Genauer gesagt, konnte ich die Aussage

$$\lim_{n\to\infty} Pr\left[\alpha_r \geq (2-\epsilon)\cdot\frac{r\log np}{n^{r-1}p^r}\right] = 1$$

nur für $r = 2, 3$ und $n^{-1+(3/4r)} \ll p \ll n^{-1+(1/r)}$ beweisen.

Die etwas stärkere Einschränkung als ursprünglich angegeben wurde notwendig, weil der Beweis der Schlüsselungleichung für meine Untersuchung einen Fehler enthielt. Diese Ungleichung ist eine Verallgemeinerung der Ungleichung von Janson, Łuczak und Ruciński (JLR) und sie scheint mir trotz fehlendem Beweis plausibel genug, um sie hier als offene Frage anzugeben.

Sei Ω eine Menge, deren Elemente r unabhängig voneinander mit Wahrscheinlichkeit p_r in $R \subset \Omega$ enthalten sind. Für eine (geordnete) Indexmenge I seien nun Teilmengen $A_i \subset \Omega$, $i \in I$ gegeben. Die Ereignisse $B_i := \{A_i \subset R\}$, $i \in I$, sind dann teilweise korreliert und die JLR-Ungleichung quantifiziert dies:

$$Pr\left[\bigwedge_{i\in I}\bar{B}_i\right] \leq \prod_{i\in I} Pr\left[\bar{B}_i\right]\cdot\exp\left(\frac{\Delta_I}{1-\epsilon}\right),$$

wo $Pr[B_i] \leq \epsilon$ (was typischerweise kein Problem ist) und

$$\Delta_I = \sum_{i<j:A_i\cap A_j\neq\emptyset} Pr\left[B_i \wedge B_j\right].$$

Für die Untersuchung der r-Unabhängigkeitszahl wäre folgende Verallgemeinerung vorteilhaft: Seien $I_1 \subset I$ und $I_2 := I \setminus I_1$. Gilt dann

$$Pr\left[\bigwedge_{i\in I} \bar{B}_i\right] \le Pr\left[\bigwedge_{i\in I_1} \bar{B}_i\right] \cdot Pr\left[\bigwedge_{i\in I_2} \bar{B}_i\right] \cdot \exp\left(\frac{\Delta_{12}}{1-\epsilon}\right),$$

mit

$$\Delta_{12} = \sum_{i\in I_1; j\in I_2 : A_i\cap A_j \neq \emptyset} Pr\left[B_i \wedge B_j\right]?$$

Die JLR-Ungleichung führt die Abweichung vom Fall der unabhängigen B_i auf die gemeinsamen Wahrscheinlichkeiten der jeweils abhängigen B_i zurück. Die vorgeschlagene Ungleichung überträgt dieses Prinzip auf größere „Brocken" der fraglichen Konjunktion. Letzten Endes wird diese Idee auch dadurch unterstützt, daß der Beweis von Boppana und Spencer [1] aus einer Induktion über die einzelnen B_i besteht, deren Schrittweite nur vergrößert werden müßte. Dieser Ansatz gelang leider nicht wegen eines subtilen Problems mit gewissen bedingten Wahrscheinlichkeiten.

Die Details sind auch nachzulesen in meiner Dissertation [2], die ich im November 1998 abgegeben habe.

Literatur

[1] R. Boppana and J. Spencer. A useful elementary correlation inequality. *Journal of Combinatorial Theory, Series A*, 50:305–307, 1989.

[2] T. Nierhoff. *The k-Center Problem and r-Independent Sets.* Dissertation, Humboldt-Universität zu Berlin, November 1998.

Aktivitäten

- Teilnahme am ICM
- Fahrt nach Poznán zu Andzrej Ruciński
- Mitbetreuung Seminar „Die probabilistische Methode"

Deryk Osthus

Betreuer:	Prof. Dr. Hans Jürgen Prömel
Arbeitsbereich:	Zufällige Diskrete Strukturen
Thema:	Evolutionsprozesse
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1997

Arbeitsgebiet

Wie schon in den vergangenen beiden Semestern habe ich mich mit dem Evolutionsprozeß zufälliger Strukturen beschäftigt. Das "klassische Modell" für die Evolution von zufälligen Graphen wurde um 1960 in mehreren bahnbrechenden Arbeiten von Erdős und Rényi eingeführt und untersucht. Dieser Prozeß beginnt mit dem leeren Graphen auf n Knoten. Nun wählt man in jedem Schritt aus den noch fehlenden Kanten (gleichverteilt) eine aus. Nach m Auswahlschritten hat dieser Graph m Kanten und wird mit $G_{n,m}$ bezeichnet. Dieser Prozeß wurde seitdem intensiv studiert, und (für genügend großes n) weiß man inzwischen sehr genau, wie er mit hoher Wahrscheinlichkeit abläuft.

Zufällige maximale Graphen

Was passiert nun, wenn man diesen Evolutionsprozeß gewissen Einschränkungen unterwirft? Wenn man zum Beispiel den obigen Prozeß so abändert, daß eine Kante nur aufgenommen wird, falls der dadurch entstehende Graph einen (vorher gegebenen) Graphen H nicht als Teilgraphen enthält, erhält man am Ende des Prozesses einen maximalen H-freien Graphen. Im allgemeinen ist aber nicht klar, wie dieser Graph aussieht, nicht einmal, wie viele Kanten er besitzt.

Das erste Ergebnis in diese Richtung stammt von Ruciński and Wormald, die in [5] die Frage für den Fall lösten, daß H ein Stern ist. Für den Fall, daß H ein Dreieck ist, fanden Erdős, Suen und Winkler [1] die ungefähre Kantenzahl. Die (bis auf einen konstanten Faktor) genaue Bestimmung der Anzahl Kanten ergab sich bald darauf aus einer Arbeit von Kim [2], in der er ein jahrzehntelang offenes Problem aus der Ramseytheorie löste. Im vergangenen Semester habe ich zusammen mit A. Taraz das Ergebnis in [1] auf Kreise beliebiger Länge und vollständige Graphen beliebiger Größe verallgemeinert.

Bekanntschaftsgraphen

Was haben Elektrizitätsnetze, Computernetzwerke, Bekanntschaften und unser Nervensystem gemeinsam? In allen Fällen kann man sich leicht davon überzeugen, daß die zugehörigen Graphen lokal eng vernetzt sind und die Entfernung zwischen zwei Knoten verhältnismäßig klein ist, obwohl die Kantendichte insgesamt relativ gering ist.

Es stellt sich natürlich die Frage, wie man diese Graphenklasse untersuchen kann. Zwei Physiker (S. Strogatz und D. Watts) an der Cornell University haben jüngst erstmals ein annähernd realistisches Zufallsmodell für diese Graphen vorgestellt. Sie veröffentlichten dazu experimentelle Ergebnisse [6], die auch außerhalb des Fachgebiets auf lebhaftes Interesse stießen [7]. So untersuchten sie beispielsweise die Geschwindigkeit, mit der sich ein Gerücht bzw. ein Virus oder ein Signal ausbreitet.

Ich habe mich mit der Frage beschäftigt, inwieweit man diese Ergebnisse mit Hilfe der Theorie zufälliger Graphen untermauern und veranschaulichen kann. Dies hat sich in einigen Fällen als recht einfach herausgestellt. Es ist mir allerdings nicht gelungen, zum Beispiel in diesem Modell die mittlere Ausbreitungsgeschwindigkeit von Signalen zu ermitteln. Eines der dabei auftretenden Probleme ist die Tatsache, daß es in diesen „zufälligen Bekanntschaftsgraphen“ viel schwieriger ist als im klassischen Zufallsmodell $G_{n,m}$, die Existenz eines sogenannten „giant component“ nachzuweisen.

Aktivitäten

- Teilnahme am Kolloquium über diskrete Mathematik in Braunschweig am 13. und 14.11.98 mit Vortrag über „Sperner properties of random subsets of a finite set“
- Herbstschule „Topologische Kombinatorik“, 22.-26.11.1998 in Chorin
- Vortrag über „Random subsets of a finite set“ im Seminar über Diskrete Mathematik an der Adam Mickiewicz-Universität in Poznań/Polen am 18.12.98
- [3] und [4] zur Veröffentlichung eingereicht
- Forschungsseminar „Algorithmen und Komplexität“ an der HU (mit Vortrag über „Bekanntschaftsgraphen“)

- Teilnahme und Mitbetreuung Seminar „Die probabilistische Methode“
- Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs

Ausblick

- ADiMMO-Workshop am 29. und 30.3.1998 in Berlin

Literatur

[1] P. Erdős, S. Suen, and P. Winkler, On the size of a random maximal graph, *Random Structures and Algorithms* **6** (1995), 309–318.

[2] J. H. Kim, The Ramsey number $R(3,t)$ has order of magnitude $t^2/\log t$, *Random Structures and Algorithms* **7** (1995), 173–207.

[3] Y. Kohayakawa, B. Kreuter, and D. Osthus, The length of random subsets of Boolean lattices, submitted, 1998.

[4] D. Osthus, Maximum antichains in random subsets of a finite set, submitted, 1998.

[5] A. Ruciński and N. C. Wormald, Random graph processes with degree restrictions, *Combin. Probab. Comput.* **1** (1992), 169–180.

[6] S. Strogatz and D. Watts, Collective dynamics of ‘small-world’ networks, *Nature* **393** (1998), 440–442.

[7] C. Drösser, Die Welt ist klein, *Die Zeit*, 18.6.98.

Dr. Torsten Thiele

Arbeitsbereich:	Graphzeichnen, Approximationsalgorithmen, Kombinatorik, Geometrie
Postdoktorand	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1997

Visualisieren von Graphen im Raum

Verfahren zum Visualisieren von Graphen betrachten üblicherweise Zeichnungen in der Ebene [2]. Motiviert durch Anwendungen im Bereich des Software-Engineerings finden Darstellungen von Graphen im Raum in letzter Zeit wachsendes Interesse. Dabei unterscheidet man zwei grundsätzliche Ansätze.

Den ersten Ansatz bilden "straight-line drawings". Dies sind Zeichnungen von Graphen, deren n Ecken durch Punkte des Gitters $\mathbb{Z}^3$ und Kanten durch die Strecken zwischen den Endecken entsprechenden Punkten dargestellt werden. Dabei dürfen sich die Kanten nicht schneiden. Ziel ist es, das Volumen des kleinsten umschließenden achsenparallelen Quaders zu minimieren. Es ist bekannt [4], daß der vollständige Graphen K_n sich mit Volumen $\mathcal{O}(n^3)$ zeichnen läßt und dies ist optimal. Für den Fall, daß die chromatische Zahl durch eine vorgegebene Konstante beschränkt, habe ich gemeinsam mit Pach und Tóth die scharfe Volumenschranke von $\mathcal{O}(n^2)$ gezeigt [5].

Der zweite Ansatz liegt darin, Kanten des gegebenen Graphen durch disjunkte Wege im Gitter $\mathbb{Z}^3$ darzustellen. Auch hier gilt es, das Volumen der Zeichnung zu minimieren. Für Graphen mit Maximalgrad ≤ 6 wurde in [6] das Volumen $\mathcal{O}(n^{3/2})$ gezeigt. Diese Schranke ist scharf. Graphen mit Graden > 6 sind klarerweise nicht realisierbar. Abhilfe schafft hier die Idee, Ecken nicht durch Punkte sondern durch achsenparallele Boxen zu repräsentieren. Dies ermöglicht beliebigen Grad. In [3] wurde die Schranke $\Theta(n^{2.5})$ für den K_n gezeigt und in [1] die Schranke $\mathcal{O}(n^2\Delta)$ für Graphen mit n Ecken und Maximalgrad Δ.

Der Nachteil dieser Konstruktionen ist, daß Ecken durch degenerierte Quader dargestellt werden, d.h. Quader, die sich nur in einer Dimension ausdehnen. Dies wirft die Frage auf, wie sich Einbettungen realisieren lassen, bei denen Ecken durch Würfel dargestellt werden [1]. Für den K_n konnte ich die scharfe Schranke $\mathcal{O}(n^3)$ zeigen und allgemeiner konstruierte ich Einbettungen mit Volumen $\mathcal{O}(n^2\Delta)$ für Graphen mit n Ecken und Maximalgrad Δ. Die Grundidee besteht darin, den Graphen in Matchings zu zerlegen und diese in separaten

Ebenen zu “verdrahten”.

Aktivitäten

- Vortrag und Teilnahme am “International Workshop on Discrepancy Theory and Its Applications” Universiät Kiel (6.9.-10.9).
- Vortrag an der Universität Greifswald.
- Anfertigen von Gutachten für “Computational Geometry – Theory and Applications”, “SOCG” und “Journal of Graph Algorithms and Applications”.
- Erscheinen der Arbeit [7].
- Teilnahme am “Workshop on Semidefinite Programming: Applications and Algorithms” am ZIB-Berlin, 15.-17.11.98.
- Teilnahme am ICM 98 in Berlin.
- Teilnahme und Vorträge im Mittagseminar der Theoretischen Informatik der FU.
- Teilnahme am Kolloquium und der Vorlesung des Graduiertenkollegs.

Literatur

[1] T. Biedl, Three approaches to 3d-orthogonal box-drawing, *GD'98*, 1999.

[2] G. Di Battista, P. Eades, R. Tamassia, I. Tollis, Graph Drawing, *Prentice Hall*, 1999.

[3] T. Biedl, T. Shermer, S. Whitesides, S. Wismath, Bounds for orthogonal 3-d graph drawing, *Journal of Graph Algorithms and Applications*, 1999.

[4] R. Cohen, P. Eades, T. Lin, F. Ruskey, Three-dimensional graph drawing, *Lecture Notes in Computer Science* 894, 1995.

[5] J. Pach, T. Thiele, G. Tóth, Three-dimensional grid drawings of graphs, *Contemporary Mathematics* 223, 1999.

[6] A. Rosenberg, Three-dimensional VLSI: a case study, *Journal of the ACM* 30(3), 1983.

[7] T. Thiele, A lower bound on the independence number of arbitrary hypergraphs, *Journal of Graph Theory* 30(3), 1999.