Freie Universität Berlin, Fachbereich Mathematik und Informatik
Takustr. 9, 14195 Berlin–Dahlem
Tel. (030) 838 75104

Graduiertenkolleg

Algorithmische Diskrete Mathematik

Semesterheft

Sommer 1997

Inhaltsverzeichnis

1 Vorstellung

Das Graduiertenkolleg “Algorithmische Diskrete Mathematik” besteht seit Oktober 1991 am Fachbereich Mathematik und Informatik der Freien Universität und wird von den drei Berliner Universitäten – Freie Universität, Technische Universität und Humboldt-Universität – und dem Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik getragen. Es finanziert sich aus Mitteln der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) und bietet ein Stipendium zur Promotion für die Dauer von zwei Jahren.

Es nehmen zur Zeit 11 Stipendiaten daran teil. Die Stipendiaten und Postdoktoranden des letzten Semesters werden sich nachfolgend mit ihren Arbeiten vorstellen. Am Graduiertenkolleg beteiligen sich weiterhin über 40 Doktoranden als assoziierte Studenten. Der Studienbeginn ist jeweils der 1. April oder 1. Oktober. Die nächste Ausschreibung für die Bewerbung zur Neuaufnahme als Promotionsstipendiat erfolgt voraussichtlich im Mai 1997 in der *ZEIT*.

Die Kollegiaten sollen sich ein breites, aktuelles und forschungsorientiertes Wissen innerhalb der algorithmischen diskreten Mathematik, welches über die spezielle Thematik ihrer jeweiligen Dissertation hinausgeht, aneignen. Dies wird durch Förderung der Kommunikation unter den Kollegiaten, durch zahlreiche Seminare im Kolleg sowie rege Kontakte zu international renommierten Wissenschaftlern unterstützt. Zur Verwirklichung finden folgende Veranstaltungen statt:

- Forschungsorientierte Vorlesungen zu Themen aus Kombinatorik, Graphentheorie, Kombinatorischer Optimierung, Codierungstheorie, Numerik, Graphenalgorithmen, Entwurf und Analyse von Algorithmen und ähnlichem;

- Doktorandenseminare zu den Gebieten, welche Vorhaben aller Stipendiaten und assoziierter Mitglieder umfassen;

- Spezialschulen (einmal jährlich) zu aktuellen Themen;

- Kollegsvorlesung und -kolloquium an jedem Montag des Semesters mit Vorlesungen/Vorträgen von Dozenten des Kollegs und Gästen bzw. der Stipendiaten.

Inhaltliche Zielsetzung

Aus den klassischen Gebieten wie Kombinatorik oder Graphentheorie hat sich die Diskrete Mathematik unter Einbeziehung des algorithmischen Standpunktes zu einem Themenkreis entwickelt, der Aspekte der Grundlagen, wie auch der angewandten Wissenschaften vereint. Codierungstheorie und Datensicherheit, algorithmische Zahlentheorie und Computer Algebra, algorithmische und diskrete Geometrie sowie Robotik, Netzwerkplanung, Entwurf von Algorithmen - hier leistet die algorithmische diskrete Mathematik wesentliche Beiträge für Anwendungen. Im Zentrum des Graduiertenkollegs stehen Themen, die in integraler Weise Fragen und Methoden aus Mathematik und Informatik verknüpfen - wie z.B. Bewegungsplanung, Mustererkennung, algorithmische Geometrie. Flankiert werden sie durch Grundlagengebiete wie Kombinatorik, Graphentheorie und Graphenalgorithmen, Geometrie, Gruppentheorie und anwendungsorientierte Themen wie Optimierung und Informatik. Gemeinsame Richtschnur ist das Verstärken der Fähigkeit, diskrete Probleme zu modellieren, zu analysieren und effiziente Algorithmen zu ihrer Lösung zu entwickeln.

Kontakte und Informationen

Auskünfte sind über die Koordinatorin des Graduiertenkollegs montags bis donnerstags 10.00 – 13.00 Uhr erhältlich. Für interessierte Studenten oder Externe besteht die Möglichkeit, sich in den Informations- und Veranstaltungsverteiler aufnehmen zu lassen.

Koordination/Sekretariat: Bettina Felsner
Tel. (030) 838 75104, Fax: 030-838 75 109
E–mail: `bfelsner@inf.fu-berlin.de`
Internet: `http://www.inf.fu-berlin.de/inst/theo/gk.html`

Sprecher des Graduiertenkollegs: Prof. Dr. Helmut Alt
Tel. (030) 838 75160
E–mail: `alt@inf.fu-berlin.de`

Kollegsadresse:
Freie Universität Berlin,
Institut für Informatik,
Takustraße 9, 14195 Berlin

2 Dozenten des Kollegs und ihre Fachgebiete

Prof. Dr. Helmut Alt
Institut für Informatik
Freie Universität Berlin
Takustr. 9, 14195 Berlin
Tel.: 838-75160, E-mail: alt@inf.fu-berlin.de

- Algorithmische Geometrie,
  Geometrische Methoden in der Mustererkennung.

Prof. Dr. Martin Aigner
Institut für Mathematik II
Freie Universität Berlin
Arnimallee 3, 14195 Berlin
Tel.: 838-75443, E-mail: aigner@math.fu-berlin.de

- Algorithmische Kombinatorik, Graphentheorie

Prof. Dr. Martin Grötschel
Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik
Takustr. 7, 14195 Berlin
Tel.: 84185-210, E-mail: groetschel@zib.de

- Kombinatorische Optimierung

Prof. Dr. Heinz-Adolf Jung
Fachbereich Mathematik, MA 8–1
Technische Universität Berlin
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25062, E-mail: jung@math.tu-berlin.de

- Graphentheorie

Prof. Dr. Rolf H. Möhring
Fachbereich Mathematik, MA 6–1
Technische Universität Berlin
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-24594, E-mail: moehring@math.tu-berlin.de

- Graphenalgorithmen, Kombinatorische Optimierung.

Prof. Dr. Hans Jürgen Prömel
Institut für Informatik
Humboldt-Universität zu Berlin
Unter den Linden 6, 10099 Berlin
Tel.: 201 81 295, E-mail: `proemel@informatik.hu-berlin.de`

- Probabilistische Methoden, Graphenalgorithmen.

Prof. Dr. Ralph-Hardo Schulz
Institut für Mathematik II
Freie Universität Berlin
Arnimallee 3, 14195 Berlin
Tel.: 838-75433, E-mail: `schulz@math.fu-berlin.de`

- Codierungstheorie, Kombinatorik

Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Fachbereich Mathematik, MA 6–1
Technische Universität Berlin
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25730, E-mail: `ziegler@math.tu-berlin.de`

- Diskrete Geometrie, Algorithmische Kombinatorik, Kombinatorische Optimierung.

3 Die Mitglieder des Kollegs

Peter Braß, Dr.
Freie Universität Berlin, Institut für Informatik
Takustr. 9, 14195 Berlin, Raum 124
Tel.: 838-75167, E-mail: brass@inf.fu-berlin.de

Friedrich Eisenbrand
Freie Universität Berlin, Institut für Informatik
Takustr. 9, 14195 Berlin, Raum 123
Tel.: 838-75165, E-mail: eisen@inf.fu-berlin.de

Eva Maria Feichtner
Technische Universität Berlin, Fachbereich Mathematik, Sekr. MA 6-1,
Zimmer MA 613, Strasse des 17. Juni 136,
10623 Berlin
Tel.: 314-25735, E-mail: feichtne@math.tu-berlin.de

Clemens Gröpl
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin
(Dienstsitz: Axel–Springer–Str. 54a, 10177 Berlin)
Tel.: 20181-290, E-mail: groepl@informatik.hu-berlin.de

Christian Haase
Technische Universität Berlin, FB Mathematik
Sekr. MA 6-1, Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
E-mail: haase@math.tu-berlin.de

Petra Knieper
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin
(Dienstsitz: Axel–Springer–Str. 54a, 10177 Berlin)
Tel.: 20181-340, E-mail: knieper@informatik.hu-berlin.de

Ekkehard Köhler
Technische Universität Berlin, FB Mathematik
Sekr. MA 6-1, Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25758, E-mail: koehler@math.tu-berlin.de

Matthias Kriesell
Technische Universität Berlin, FB Mathematik
Sekr. MA 8-1, Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin, Zimmer 706,
Tel.: 314-25758, E-mail: kriesell@math.tu-berlin.de

Frank Hagen Lutz
Technische Universität Berlin, FB Mathematik
Sekr. MA 6-1, Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25758, E-mail: lutz@math.tu-berlin.de

Hans Mielke
Freie Universität Berlin, FB Mathematik und Informatik
Arnimallee 2-6, 14195 Berlin, Zimmer 107
Tel.: 838-75344, E-mail: mielke@math.fu-berlin.de

Eva Nuria Müller
Freie Universität Berlin, FB Mathematik und Informatik
Arnimallee 3, Raum 115, 14195 Berlin
Tel.: 838-75427, E-mail: nuria@math.fu-berlin.de

Till Nierhoff
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin
(Dienstsitz: Axel–Springer–Str. 54a, 10177 Berlin)
Tel.: 20181-290, E-mail: nierhoff@informatik.hu-berlin.de

Regina Urbaniak
Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin (ZIB)
Takustr. 7, 14195 Berlin
Tel.: 84185-228, E-mail: urbaniak@zib.de

Im letzten Semester ausgeschiedene Stipendiaten:

Ewa Malesińska
E-mail: malesin@math.tu-berlin.de

Frank Recker
E-mail: recker@math.fu-berlin.de

Im letzten Semester abgeschlossene Promotionen:

Jörg Zuther, 14. Februar 1997

Ewa Malesińska, 3. März 1997

4 Kollegsvorlesung und –kolloquium

Von Dozenten und Gästen des Kollegs wird jeden Montag im Semester eine Vorlesung gehalten, die eine Einführung in ein Spezialgebiet aus dem Bereich algorithmische diskrete Mathematik gibt. Anschließend im Kolloquium werden speziellere Themen behandelt. Häufig vertieft der Kolloquiumsvortrag das Thema der Vorlesung. Vorlesungen und Kolloquien werden durch Aushang an den einzelnen Universitäten (Fachbereiche und Arbeitsgruppen der Dozenten, neben dem Sekretariat in der Takustr. 9, Raum 111) angekündigt. Außerdem werden eine Woche im voraus Termin, Ort und Thema der Veranstaltung über E-mail an interessierte Gruppen oder Einzelpersonen bekanntgegeben. (Interessenten können sich über die Koordinatorin des Kollegs, Bettina Felsner, auf einen Verteiler für das Verschicken der Ankündigungen setzen lassen.)

Vorlesungs- und Kolloquiumsplan des Kollegs

Termin	*VL 14–16*	*Koll 16–17*	*Ort*
14.4.	H. Alt, FU	P. Braß, FU	FU
21.4.	M. Aigner, FU	S. Brandt, FU	FU
28.4.	J. Hirschfeld, Sussex	E. Feichtner, TU	FU
5.5.	J. Richter-Gebert, Zürich	U. Kortenkamp, TU	TU
12.5.	D. Corneil, Toronto	AG Möhring, TU	TU
26.5.	R. Schrader, Köln	R. Borndörfer, ZIB	
2.6.	E. Mayr, München	F. Lutz, TU	FU
9.6.	G. Ziegler, TU	D. Halperin, Tel Aviv	TU
23.6.	G. Wöginger, Graz	—	FU
30.6.	U. Zimmermann, Braunschweig	A. Löbel, ZIB	ZIB
7.7.	J. Blömer, Zürich	—	FU

Die Veranstaltungen finden montags 14.00 – 16.00 Uhr bzw. 16.00 – 17.00 Uhr an wechselnden Orten statt.

Die Veranstaltungsorte sind:

(FU) Freie Universität Berlin,
Institut für Informatik, Takustr. 9, Raum 005;

(TU) Technische Universität Berlin,
Fachbereich Mathematik, Str. des 17. Juni 136

(ZIB) Konrad–Zuse–Zentrum Berlin,
Takustr. 7, Raum 2006

Die Kollegsvorlesungen im einzelnen

Montag, 14.April 1997 [FU]
Helmut Alt, Freie Universität Berlin
Parametrische Suche

Zu jedem Optimierungsproblem läßt sich in natürlicher Weise ein Entscheidungsproblem mit einem zusätzlichen Parameter d formulieren. Zum Beispiel ist ein Optimierungsproblem der algorithmischen Geometrie, zu einem gegebenen einfachen Polygon P in der Ebene die längste, vollständig in P enthaltene Strecke zu finden. Das zugehörige Entscheidungsproblem ist, für gegebenes P und $d > 0$ zu entscheiden, ob P eine Strecke der Länge mindestens d enthält. Für ein Entscheidungsproblem ist es oft leichter, einen effizienten Algorithmus zu finden als für das zugehörige Optimierungsproblem.

Mit der von Megiddo entwickelten, sehr geschickten Technik der *parametrischen Suche* ist es möglich, aus einem effizienten sequentiellen und einem effizienten parallelen Algorithmus für das Entscheidungsproblem einen effizienten sequentiellen Algorithmus für das Optimierungsproblem zu entwickeln. Für viele Optimierungsprobleme beruhen die asymptotisch schnellsten bekannten Algorithmen auf parametrischer Suche.

In der Vorlesung wird die parametrische Suche vorgestellt und an Beispielen aus der algorithmischen Geometrie demonstriert. Dazu gehören unter anderem obiges Beispiel sowie das optimale Matching von Formen.

Montag, 21. April 1997 [FU]

Martin Aigner, Freie Universität Berlin

Geometrische Darstellungen von Graphen und der 4-Farbensatz

Vor einigen Jahren hat Colin de Verdiere eine sehr interessante algebraisch-analytische Invariante für Graphen eingeführt, die unter anderem ebene Graphen charakterisiert. Seither wurde der Zusammenhang zu geometrischen Darstellungen von Graphen und zum Minorensatz gefunden. In dem Vortrag soll dieser dreifache Zugang zur Charakterisierung von Graphen - mittels verbotener Minoren, Invarianten und Darstellungen - für einige Graphenklassen studiert werden.

Montag, 28. April 1997 [FU]

J. W. P. Hirschfeld, University of Sussex

Maximum Distance Separable Codes

A linear $[n, k, d]$ code over the field $\mathbf{F}_q$ has length n, dimension k, and minimum distance $d \leq n - k + 1$; codes for which $d = n - k + 1$ are called maximum distance separable (MDS).

Given q and k, what is the maximum value of n for which an MDS code exists?

This problem also has a formulation in terms of matrix theory, vector space, and projective space.

Let $M(k, q)$ be this maximum value. Then it is not difficult to show that

$$M(k, q) = k + 1 \text{ for } q \leq k.$$

The Main Conjecture MC_k for MDS Codes, always taking $q > k$, is the following:

$$M(k, q) = \begin{cases} q + 2 & \text{for } k = 3 \text{ and } k = q - 1 \text{ both with } q \text{ even,} \\ q + 1 & \text{in all other cases.} \end{cases}$$

Progress towards this result is surveyed.

Montag, 5. Mai 1997 [TU]

Jürgen Richter-Gebert, ETH Zürich

(Thema wird bekanntgegeben)

Montag,12. Mai 1997 [TU]
DEREK CORNEIL, UNIVERSITÄT TORONTO
On The Linear Structure Of Graphs

The first part of the talk gives an overview of problems encountered in the design and analysis of algorithms that must deal with very large input. In particular we show that such algorithms must work in near linear time and thus to be successful, must exploit the structure that hopefully is present in the input.

One such type of structure that appears in many types of graphs is that of linearity. For example, interval, permutation, trapezoid and cocomparability graphs all exhibit some form of linear structure. These families are all subfamilies of Asteroidal Triple-free graphs (AT-frees). An asteroidal triple is an independent triple of vertices such that between any pair there is a path that avoids the neighbourhood of the third. We first present some structural results on AT-free graphs and then discuss some surprisingly simple linear time algorithms for various problems. We also show how the results on AT-free graphs have some repercussions on some of the previously mentioned subfamilies.

Montag, 26. Mai 1997 [ZIB]
RAINER SCHRADER, UNIVERSITÄT ZU KÖLN
Routing-Probleme mit Nebenbedingungen

Der Vortrag beschäftigt sich mit Aspekten der Routenplanung, wie sie in verschiedenen, am ZPR behandelten Fragestellungen aus der Praxis auftreten. Zu diesen zusätzlichen Aspekten zählen die Berücksichtigung von Zeitfenstern, die Behandlung von Beladeproblemen und die Wahl des Transportmittels.

Diese Veranstaltung findet voraussichtlich im gegenueberliegenden Gebäude des Instituts für Informatik der FU statt.

Montag, 2. Juni 1997 [FU]
ERNST W. MAYR, TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Polynomideale — Neue Algorithmen, ihre Komplexität und Anwendungen

Ein Polynomideal im Ring der Polynome in den Variablen $x_1, \ldots, x_n$ und Koeffizienten, etwa aus dem Körper der rationalen Zahlen definiert eine algebraische Varietät, die Menge der gemeinsamen Nullstellen. Ein grundlegendes

Problem für Polynomideale ist das Wortproblem: Ist ein gegebenes Testpolynom in dem gegebenen Polynomideal enthalten? Es ist bekannt, daß dieses Wortproblem von der Berechnungskomplexität her sehr schwierig (nämlich EXPSPACE-vollständig) ist.

Wir zeigen eine Reihe neuer Algorithmen und Komplexitätsresultate für Polynomideale und eine Reihe damit zusammenhängender Probleme aus verschiedenen Bereichen der Mathematik, Computer-Algebra und der Informatik (z.B. kommutative Halbgruppen, Hilberts Nullstellensatz, Gröbner-Basen, Petri-Netze).

Montag, 9. Juni 1997 [TU]
Günter M. Ziegler, Technische Universität Berlin
Gittersimplexe und Triangulierungen

Wir berichten über alte und neue Ideen in Zusammenhang mit dem folgenden Problem: welche Simplexe mit ganzzahligen Ecken kann man mit unimodularen Simplexen triangulieren (die ganzzahlige Ecken, und zudem noch Determinante 1 haben)?

Das Problem ist 2-dimensional noch trivial, aber schon für dreidimensionale Tetraeder wird es spannend. So weiß man, daß nicht jeder Tetraeder eine solche Triangulierung hat; daß er aber eine bekommt, wenn man ihn mit einem geeigneten Faktor vergrößert. Wie groß muß man den Faktor dafür wählen?

Solche Fragen sind ausgesprochen wichtig für Probleme der algebraischen Geometrie, der kommutativen Algebra, Geometrie der Zahlen, usw. In diesem Vortrag will ich ein paar dieser Verbindungen andeuten, mich ansonsten aber auf "elementare" diskrete Geometrie konzentrieren.

Montag, 23. Juni 1997 [FU]
Gerhard J. Wöginger, Technische Universität Graz
Komplexität und Approximation von Shop Scheduling Problemen

Mein Vortrag beschäftigt sich mit dem OPEN SHOP und mit dem FLOW SHOP Problem, d.h. mit Scheduling Problemen, in denen jeder Job aus mehreren Einzeloperationen besteht. Ich werde die algorithmische Komplexität dieser Probleme diskutieren und einige Approximationsresultate aus den letzten Jahren erklären. Außerdem diskutiere ich einige Resultate aus der Sovietischen Literatur, die die Approximation von Shop Problemen mit einem geometrischen Problem, dem sogenannten “compact vector summation problem” in Zusammenhang bringen.

Montag, 30. Juni 1997 [ZIB]

Uwe Zimmermann, Technische Universität Braunschweig

Diskrete Optimierung im Öffentlichen Schienenverkehr

Viele Probleme der Verkehrsplanung können mit Methoden der Diskreten Optimierung modelliert und gelöst werden. Wir werden speziell einige neue Entwicklungen in diesem Bereich betrachten, die zur Lösung von sehr großen Problembeispielen aus der industriellen Praxis entwickelt wurden.

Die meisten Eisenbahngesellschaften verwenden einen hierarchischen Planungsansatz. Ausgehend vom zugrundeliegenden Transportnetzwerk müssen zunächst Entscheidungen über eine Verbesserung der Infrastuktur getroffen werden. In einem ersten Schritt muß durch Regressionsanalyse die Anzahl von Fahrgästen geschätzt werden, die von Bahnstation zu Bahnstation fahren möchten. Zusätzlich ist es manchmal möglich, das Bahnsystem in mehrere voneinander unabhängige Teilsysteme zu zerlegen (*system split*).

Gewöhnlich werden periodische Fahrpläne gewählt. Von fundamentaler Bedeutung sind dabei Linien, die verschiedene Stationen in einem festen Takt miteinander verbinden. Mögliche Ziele beim Aufstellen eines Fahrplans für diese Linien sind die Miminierung der Gesamtkosten des Plans oder die Maximierung der Kundenzufriedenheit unter Beachtung gewisser Vorschriften.

Nachdem die Linien des Systems festgelegt worden sind, kann der Fahrplan bestimmt werden. Ein Kriterium für die Qualität eines Fahrplanes ist die Gesamtreisezeit der Fahrgäste inklusive der Wartezeit, die bei Einhaltung gewisser betrieblicher Nebenbedingungen minimiert werden soll.

Für jede Fahrt des Fahrplans wird ein Zug benötigt, der aus einer Lokomotive und einigen Wagen besteht. Die Zuweisung von rollendem Inventar zu vorgesehenen Fahrten muß gewissen Bedingungen genügen. Eine umfassende Zielfunktion ist die Minimierung der Gesamtkosten. Dieser Ansatz führt auf ein Multicommodity-Flow-Problem.

Nach der strategischen und taktischen Planung muß der Fahrplan durchgeführt werden. Dabei zwingen verschiedene äußere Einflußfaktoren wie z.B. Verspätungen den Planer dazu, Teile des Fahrplanes on-line zu anzupassen.

Montag, 7. Juli 1997 [FU]

Johannes Blömer, ETH Zürich

Priority Encoding Transmission - Wie man mit Paketverlusten auf dem Internet umgehen kann.

Priority Encoding Transmission (PET) ist eine Methode mit der Nachrichten auf paketorientierten Netzen wie dem Internet an verschiedene Empfänger gesandt werden können. Dabei wird angenommen, dass beliebige Teile der Nachricht bei der Übermittlung verloren gehen können.

PET ermöglicht es hierbei dem Sender, verschiedenen Teilen der Nachricht Gewichte oder Prioritäten zuzuordnen. Die Nachricht wird dann so codiert und auf Pakete verteilt, dass die Empfänger die einzelnen Teile der ursprünglichen Nachricht in Reihenfolge ihrer Priorität decodieren können. Dies bedeutet, je wichtiger Teile der ursprünglichen Nachricht sind, umso weniger Pakete der codierten Nachricht werden benötigt, um diese Teile der ursprünglichen Nachricht zu rekonstruieren. Somit können die wichtigsten Teile der Nachricht auch stets als erstes decodiert werden.

Im Vortrag werden die Grundideen von PET vorgestellt. Dann werden die algorithmisch interessanten Bestandteile des Verfahrens diskutiert. Schließlich wird eine optimale untere Schranke für die Codierungslänge hergeleitet.

19. Berliner Algorithmen Tag

23. Mai 1997

Humboldt-Universität zu Berlin

Institut für Informatik

Hauptvortragender: Dominic Welsh

(Oxford University)

Ein detailliertes Programm wird rechtzeitig angekündigt und verteilt.

Ansprechpartner ist David Grable,

`grable@informatik.hu-berlin.de`

Die Kolloquiumsvorträge im einzelnen

Montag, 14. April 1997 [FU]
PETER BRASS, FREIE UNIVERSITÄT BERLIN
Diskrete Isoperimetrische Ungleichungen

In diesem Vortrag soll ein Überblick über diskrete isoperimetrische Ungleichungen, insbesondere über kantenisoperimetrische Ungleichungen für Graphen gegeben werden.

Das Kantenisoperimetrische Problem für einen gegebenen (möglicherweise unendlichen) Graphen G_m und gegebener Knotenzahl $n < m$ ist die Frage nach dem Teilgraphen von G_m mit n Knoten und maximaler Kantenzahl. Für reguläre G_m ist dies äquivalent zur minimalen Zahl von Kanten, die aus dem Teilgraphen herausführen; es werden also (induzierte) Teilgraphen mit kleinem 'Rand' gesucht. Für einige Graphenklassen oder unendliche Graphen sind die extremalen Teilmengen lange bekannt (etwa Würfelgraphen, oder der Graph des d-dimensionalen ganzzahligen (Würfel)-Gitters). Für andere Graphen mit translativer Gittersymmetrie haben wir sie als Hilfssätze zu geometrischen Packungsproblemen erhalten, welche zunächst auf ein derartiges diskretes Gitterproblem zurückgeführt wurden. Inzwischen haben wir im zweidimensionalen Fall auch asymptotische Struktursätze für die extremalen Teilmengen erhalten, die für alle translationsinvarianten Mengensysteme auf dem zweidimensionalen ganzzahligen Gitter gelten. Höherdimensionale Versionen hängen auch mit dem Problem der Maximalzahl von Translaten eines gegebenen Musters unter n Punkten im d-dimensionalen euklidischen Raum zusammen, sie sind jedoch bisher nur asymptotisch gelöst.

Montag, 21. April 1997 [FU]
STEPHAN BRANDT, FREIE UNIVERSITÄT BERLIN
Dichte dreiecksfreie Graphen

Es wird der Einfluss verschiedener Dichtheitskriterien auf die Struktur dreiecksfreier Graphen untersucht. Dabei spielt eine zunächst recht speziell klingende Charakterisierung von PACH (1981) eine zentrale Rolle und – wie so oft – tauchen der Petersengraph und seine Verwandten an vielen Stellen auf. Ausgehend von den Strukturaussagen werden wir die Komplexität von Grapheneigenschaften sowie die Reichhaltigkeit der betrachteten Graphenfamilien untersuchen sowie dreiecksfreie Graphen mit ganz bestimmten Zusatzeigenschaften konstruieren. Ein Teil der Ergebnisse entstand in gemeinsamer Arbeit mit Tomaž Pisanski (Ljubljana, Slowenien).

Montag, 28. April 1997 [FU]
Eva Maria Feichtner, Technische Universität Berlin
On the cohomology of configuration spaces of spheres

Our objects of study are spaces $F(S^k, n)$ of configurations n of distinct, labelled points on the k-dimensional sphere S^k. Though of interest in various contexts of algebraic topology over a long time, some of the topological invariants of these configuration spaces remained undetermined.

We present a complete and explicit description of their cohomology algebras with integer coefficients. We thereby exhibit 2-torsion for configuration spaces of spheres of even dimension wheras in the case of the odd dimensional spheres the cohomology algebra is torsion-free.

Our tools are elementary. Using classical sprectral sequence techniques, the building blocks for our investigations turn out to be of combinatorial nature, thus revealing combinatorial structure at the core of the problem.

This is joint work with Günter M. Ziegler.

Montag, 5. Mai 1997 [TU]
Ulrich Kortenkamp, Technische Universität Berlin
Beweis durch Beispiel

Moderne Computerprogramme für interaktive Geometrie gestatten das "Spielen" mit Konfigurationen von Punkten, Geraden und Kegelschnitten. Dabei findet man oft bekannte — seltener auch unbekannte — Sätze der Inzidenzgeometrie. Diese Sätze lassen sich zum Teil durch automatische Beweiser verifizieren. Die Lesbarkeit der Computerbeweise liegt dabei zwischen "nachvollziehbar" und "muß man glauben". Zu letzterem ist man gerne bereit, da man ja die Richtigkeit der Aussage am Bildschirm "sieht". Der Vortrag soll zeigen, inwieweit das "Sehen" an sich schon als Beweis ausreicht.

Montag, 12. Mai 1997 [TU]
Arbeitsgruppe Prof. Möhring
(Vortragende/r und Thema wird bekanntgegeben)

Montag, 26. Mai 1997 [ ]
RALF BORNDÖRFER, KONRAD-ZUSE-ZENTRUM BERLIN
Set-Partitioning-Methoden zur Fahrzeugeinsatzplanung

In *Transportproblemen* treten häufig neben örtlichen noch vielfältige weitere Bedingungen auf, die von Fahrzeugkapazitäten über Zeitfenster bis hin zu arbeitsrechtlichen Vorschriften reichen; deratige Bedingungen ändern sich in der Praxis ständig. Ein Beispiel ist die Optimierung des Berliner Behindertenfahrdienstes *Telebus*: 1.500 Fahrtwünsche täglich müssen mit einer Flotte von etwa 100 Spezialfahrzeugen (“Telebussen”) durchgeführt werden, so daß ein möglichst pünktlicher und schneller Service bei niedrigen Kosten gewährleistet wird.

Set-Partitioning ist ein allgemeiner Ansatz der ganzzahligen Optimierung zur Behandlung derartiger Fragestellungen, bei dem die Berücksichtigung der Nebenbedingungen von der Optimierung getrennt wird. Der Vortrag behandelt die Anwendung dieser Modells zur Optimierung des Telebus in einer zweistufigen Vorgehensweise und berichtet von den mathematischen und algorithmischen Methoden, die wir zur Lösung der dabei auftretenden Set-Partitioning-Probleme einsetzen.

Montag, 2. Juni 1997 [FU]
FRANK H. LUTZ, TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
Topologische Aspekte der Evasiveness-Vermutung

Die in den frühen siebziger Jahren von Richard Karp aufgestellte *Evasiveness Conjecture* für monotone Graphen- bzw. Digrapheneigenschaften kann in ihrer Verallgemeinerung auf Simplizialkomplexe als eine der bedeutenden Vermutungen der kombinatorischen Topologie angesehen werden.

Im Vortrag soll ein Überblick über die zugehörigen topologischen Hintergründe und Hilfsmittel gegeben werden. Zudem sollen eine Charakterisierung der zu untersuchenden Simplizialkomplexe und neue Konstruktionen vorgestellt werden.

Montag, 9. Juni 1997 [TU]
DAN HALPERIN, TEL AVIV UNIVERSITY
Geometric Arrangements and their Applications: Recent Results

Given a finite collection S of geometric objects such as hyperplanes or spheres, the *arrangement* of S is the decomposition (induced by S) of the space where these objects reside. Besides being interesting in their own right, arrangements of hyperplanes have served as a unifying structure for many problems in discrete and computational geometry. With the recent advances in the study of arrangements of curved (algebraic) surfaces, arrangements have emerged as the underlying structure of geometric problems in a variety of 'physical world' application domains such as robot motion planning and computer vision.

The first part of the talk will be devoted to a brief history of the study of arrangements, including basic concepts, key combinatorial and algorithmic results, and selected applications—first for arrangements of hyperplanes and then for arrangements of algebraic surfaces.

The second part will be devoted to recent results, with an emphasis on applications and implementation issues. As time permits I will present new applications of arrangements to part orienting, assembly sequencing, molecular modeling, and casting. I will also describe recent implementation efforts and the experience gained in this direction.

Gemeinsame Veranstaltung mit dem Graduiertenkolleg "Signalketten in lebenden Systemen"

Donnerstag, 12. Juni 1997, 16.00 Uhr

Freie Universität Berlin, Institut für Informatik, SR 005

Dan Halperin

Department of Computer Science, Tel Aviv University

Geometric Modeling of Molecules: Robustness and Flexibility

Montag, 30. Juni 1997 [ZIB]

Andreas Löbel, Konrad-Zuse-Zentrum Berlin

Wagenumlaufplanung im öffentlichen Personennahverkehr (ÖPNV)

Der Vortrag beschäftigt sich mit einer schweren Fragestellungen bei der Einsatzplanung im ÖPNV: der Wagenumlaufplanung. Es wird gezeigt, wie die Umlaufplanung als ein spezielles ganzzahliges Mehrgüterflussproblem modelliert werden kann und welche mathematischen Methden zur effizienten Problemlösung eingesetzt werden. Insbesondere kommen Minimal-Kosten-Fluss-Methoden, Lagrange-Relaxationen, Delayed-Column-Generation sowie Heuristiken innerhalb einer Branch-and-Cut-Methode zum Einsatz. Hierzu wird berichtet, wie diese Komponenten zusammengeführt wurden, damit selbst wirklich riesige Systeme wie z.B. der Berliner Verkehrsbetriebe (BVG) oder der Hamburger Hochbahn AG mit bis zu 70 Millionen Entscheidungsvariablen optimal gelöst werden können.

Sommerschule

des Graduiertenkollegs "Algorithmische Diskrete Mathematik"

16. bis 18. Juni 1997, Chorin/Schorfheide

Thema: Algorithmische Geometrie

Ziel der Sommerschule ist, neue Ideen und Resultate aus diesem Gebiet vorzustellen und deren Verständnis mittels Übungsaufgaben zu fördern.

Dozenten: Helmut Alt, Herbert Edelsbrunner, Rolf Klein, Kurt Mehlhorn und Günter Rote.

Bewerbungen mit *kurzem* Lebenslauf (Darstellung der Vorkenntnisse) und einem *kurzen* Empfehlungsschreiben eines Hochschullehrers sind bis zum 19. April 1997 zu richten an:

Prof. Dr. Helmut Alt
Sommerschule '96
Institut für Informatik
Freie Universität Berlin
Takustr. 9
14195 Berlin

5 Lehrveranstaltungen im Sommer 1997

5.1 Freie Universität Berlin

Komplexitätstheorie [Vorlesung]

Dozent: Alt; Vorlesungszeit: Mo, Fr 10-12 Uhr, 3-stündig;
Veranstaltungsort: Takustr. 9, SR 037.
Übungen: Alt, N.N., n.V., 2-stündig;

Inhalt: Die Komplexitätstheorie beschäftigt sich mit der Komplexität von Problemen in dem Sinne, wieviel Zeit oder Platz Algorithmen zu deren Lösung benötigen. Angespornt durch P=NP ? und andere ungelöste Probleme hat besonders die Untersuchung von Komplexitätsklassen in den letzten Jahren einen regen Aufschwung erfahren. Inhalt in Stichworten: Berechnungsmodelle: Turingmaschinen, Registermaschinen, Schaltkreise; Nichtdeterminismus, alternierende Berechnungen, Probabilismus; Komplexitätsmaße: Platz vs. Zeit; Hierarchiesätze, Komplexitätsklassen: P, NP, PSPACE, IP, die Polynomzeithierarchie; schwere und vollständige Probleme aus der Graphentheorie, Logik, Zahlentheorie.

Kombinatorische Geometrie [Vorlesung]

Dozent: Braß; Vorlesungszeit: Di 14-16 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Takustr. 9, SR 044.

Inhalt: Gegenstand der kombinatorischen Geometrie sind die kombinatorischen Eigenschaften von endlichen Mengen geometrischer Objekte (Punkt- oder Geradenanordnungen, Packungen von Körpern, Darstellungen von Graphen usw.) in euklidischen Räumen niedriger Dimension (der Ebene oder dem Raum). Damit ist es ein sehr anschauliches Teilgebiet der Mathematik, das dennoch voller offener Probleme ist. In dieser Vorlesung soll versucht werden, einen Überblick über dieses Gebiet, vorzugsweise anhand von Problemen, zu geben. Behandelte Bereiche sind unter anderem: Die Eulerformel, Zerlegungen der Ebene, Packungen, Punkt- und Geradenanordnungen, Inzidenzen, Abstände, Transversalität, Darstellungen und geradlinige Darstellungen von Graphen, Kreuzungszahlen, Gitterpunkte.

Randomisierte Algorithmen [Vorlesung]

Dozent: Felsner; Vorlesungszeit: Mo, Mi 12-14 Uhr, 3-stündig;
Veranstaltungsort: Takustr. 9, SR 037.
Übungen: Felsner, Di 14-16, Takustr. 9, SR 037, 2-stündig;

INHALT: Für viele Probleme ist ein randomisierter Algorithmus, also ein Algorithmus, der zur Laufzeit zufällige Entscheidungen trifft, entweder der schnellste bekannte oder einfachste Algorithmus oder gar beides gleichzeitig. Nach einer Einführung in die probabilistische Methode, einer Technik zum Nachweis der Existenz von kombinatorischen Objekten, werden in der Vorlesung verschiedenste randomisierte Algorithmen behandelt. Die Anwendungen dieser Algorithmen reichen vom Sortieren über Graphenprobleme und Probleme aus der algorithmischen Geometrie bis zu approximativem Zählen.
Literatur: Motwani/Raghavan: Randomized Algorithms, Cambridge Univ. Press 1995. Alon/Spencer: The Probabilistic Method, Wiley Interscience 1992.

Proofs from the Book [Seminar]

Dozent: Aigner, Brandt, Ziegler; Zeit: Fr 14-16 Uhr, 2-stündig; Veranstaltungsort: Arnimallee 2-6, SR 025/026.

INHALT: Der ungewöhnliche Titel spielt auf die These des kürzlich verstorbenen Paul Erdős an, daß es im Himmel ein dickes Buch (The Book) gibt, in dem zu jedem mathematischen Satz der schönste Beweis aufgeführt ist.

Im Rahmen des Seminars wollen wir zu einigen wesentlichen Sätzen aus der Zahlentheorie, Geometrie, Kombinatorik und Graphentheorie Beweise behandeln, die Kandidaten dafür sind, aus ‘The Book’ entnommen zu sein. Themenbeispiele sind die unendliche Anzahl der Primzahlen, Hilberts 3. Problem, Vervollständigung lateinischer Quadrate, und Eulers Polyederformel.

Die Vortragenden sollten jeweils zwei einstündige (60 Min.) Vorträge halten, von denen einer an einem Wochenende stattfinden sollte, das wir gemeinsam im Umland verbringen. Über die im Rahmen der Grundvorlesungen erworbenen Kenntnisse und Fertigkeiten hinaus sind Grundkenntnisse in mindestens einem der behandelten Gebiete wünschenswert.

Diplomanden- und Doktorandenseminar Theoretische Informatik

Dozent: Alt; Zeit: Di, Do Fr 12-13 Uhr;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 055.

INHALT: Vorträge über eigene Forschung und Originalarbeiten aus der theoretischen Informatik, insbesondere Algorithmen. Die Ankündigungen werden jeweils gesondert gegenüber Raum 111 in der Takustr. 9 ausgehängt. Siehe auch Semesterheft zum Studienschwerpunkt "Effiziente Algorithmen".

Zweidimensionale Mustererkennung [Seminar]

Dozent: Hoffmann, Kriegel; Zeit: Fr 14-16, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Takustr. 9, SR 037.

INHALT: Die Aufgabe des Point Pattern Matching besteht darin, Algorithmen zu entwickeln, die ein gegebenes Punktmuster P in einer größeren Punktmenge M wiederfinden bzw. in M alle zu P ähnlichen Muster aufzeigen. Dieses exakte bzw. approximative Matching Problem hat vielfältige Anwendungen, vom Wiederfinden eines kleinen Ausschnitts des Sternenhimmels im Sternenatlas (wichtig für die Orientierung von Satelliten) bis hin zum Vergleich von DNA/Protein-Strukturen in durch Elektrophorese gewonnenen Gelbildern. Im Seminar werden wir uns mit Methoden zur Lösung dieses Problems beschäftigen, die vorwiegend aus der Algorithmischen Geometrie stammen.

Vorbesprechung: 11.4.97 (Aushang beachten!)

Approximative Algorithmen für kombinatorische und geometrische Probleme [Seminar]

Dozent: Srivastav; Zeit: n.V., 2-stündig;
Veranstaltungsort: Takustr. 9.

INHALT: Im Seminar werden Approximationsalgorithmen für angewählte Probleme aus der kombinatorischen Optimierung und der Geometrie behandelt. Vortragsthemen sind u. a.: Steinerbäume, Euklidisches TSP, geometrisches Matching, Set–Covering und Packing, Diskrepanzen, ϵ–Approximationen und Netze.

Vorbesprechung: 8.4.97, 16 Uhr c.t., SR 044

Computergraphik [Praktikum]

Dozent: Alt, Godau; Zeit: n.V., 3-stündig;

INHALT: Zusammenarbeit in Arbeitsgruppen, Implementierung von Verfahren, um geometrische Objekte wie Polyeder und Rotationskörper photorealistisch, dreidimensional und interaktiv darzustellen. Um photorealistische Bilder zu erhalten, werden wir Raytracing einsetzen in Verbindung mit verschiedenen Schattierungstechniken, wie Phong- oder Gouraudshading, und ferner Radiosityverfahren, um die Beleuchtungsverhältnisse realistisch wiederzugeben. Es soll ferner möglich sein, Parameter wie Beleuchtung und Betrachtungsrichtung interaktiv zu verändern. Programmiersprache wird Java sein.

5.2 Humboldt–Universität zu Berlin

Kryptologie (Teil 1) [Vorlesung]

Dozent: Giessmann; Vorlesungszeit: Mi 16-18 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Axel-Springer-Straße 54a, R 426;

INHALT: Grundlagen der Datensicherung und des Datenschutzes sind Verschlüsselungs- und Signaturverfahren. Diese werden im Halbkurs (4 SWS) behandelt. Die benötigten Grundlagen aus Mathematik und Informatik werden im Kurs bereitgestellt. Leichte Vorkenntnisse sind nicht hinderlich. Schwerpunkt sind symmetrische Verfahren, ihre Stärken und Schwächen. Ein besonderer Abschnitt ist dem DES gewidmet, aber auch die Enigma der IDEA/ RC5 und Casanova werden erwähnt.

Graphen und Algorithmen (Teil 2) [Vorlesung]

Dozent: Hougardy; Vorlesungszeit: Mo, Do 14-16 Uhr, 4-stündig;
Veranstaltungsort: Axel-Springer-Straße 54a, R 016 (Mo) und 014 (Do).
Übungen: Hougardy, 2-stündig; Mo 16-18 Uhr, R 016;

INHALT: Die Vorlesung setzt den im Wintersemester 96/97 abgehaltenen Teil 1 fort. Es werden anspruchsvollere Prinzipien der Graphenalgorithmen, insbesondere für NP-harte Probleme betrachtet, u.a. Approximationsalgorithmen und randomisierte Verfahren. Die Vorlesung wird durch Übungen und ein Praktikum begleitet. Kenntnis des ersten Teils der Vorlesung ist wünschenswert, aber nicht notwendig.

Theoretische Informatik 3 [Vorlesung]

Dozent: Srivastav; Vorlesungszeit: Mi 12-14 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Unter den Linden 6, R 1070.
Übungen: Taraz; Di 10-12 Uhr / 12-14 Uhr, Dorotheenstraße 24, R 307 bzw. 407.

INHALT: Im Zentrum der Vorlesung stehen die Begriffe der NP-Vollständigkeit, der Effizienz von Algorithmen und Datenstrukturen. Es werden erste algorithmische Prinzipien zur approximativen oder randomisierten Lösung NP-vollständiger Probleme vorgestellt.

Approximative Algorithmen, worst and average case Verhalten [Seminar]

Dozent: Kreuter; Zeit: Mi 10-12 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Axel-Springer-Straße 54a, R 016.

INHALT: In dem Seminar werden Approximationsalgorithmen für verschiedene NP-vollständige Probleme aus der Graphentheorie, der kombinatorischen Optimierung und dem Operations Research vorgestellt. Dabei sollen die durchschnittliche und worst case Approximationsgüte dieser Verfahren verglichen werden.

Forschungsseminar

Dozent: Prömel; Zeit: Mi 10-12 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Axel-Springer-Str. 54a, R 016.

INHALT: Vorträge über eigene Forschung und Originalarbeiten aus der theoretischen Informatik und der Diskreten Mathematik gemäß gesonderter Ankündigung.

5.3 Technische Universität Berlin

Lineare Optimierung [Vorlesung]

Dozent: Grötschel; Vorlesungszeit: Mi, Do 16-18 Uhr, 4-stündig;
Veranstaltungsort: TU Mathematikgebäude, MA 042.
Übungen: Grötschel, Skutella, Di 12-14 Uhr, 2-stündig, MA 042;

INHALT: Algorithmen der linearen Optimierung (Simplexverfahren, Innere-Punkte-Methoden), Polyedertheorie, Dualitätstheorie, primal-duale Algorithmen mit Anwendungen bei Graphen und Netzwerken, ganzzahlige lineare Optimierung. In den Übungen sollen auch Algorithmen in C (oder Pascal) programmiert werden.

Ganzzahlige Optimierung [Vorlesung]

Dozent: A. Schulz; Vorlesungszeit: Mo, Fr 10-12 Uhr, 4-stündig;
Veranstaltungsort: TU Mathematikgebäude, MA 302.
Übungen: Schulz, Di 12-14 Uhr, 2-stündig, MA 644;

INHALT: Lineare Diophantische Gleichungen, Hermitische Normalform, Basisreduktion in Gittern, ganzzahlige Optimierung in fester Dimension, unimodulare Matrizen, balanzierte Matrizen, total dual ganzzahlige Ungleichungssysteme, Hilbert Basen, Testmengen, Konvexifizierung, Fortsetzung der VL Komb. Optimierung aus dem WS 96/97.

Doktoranden- und Diplomandenseminar

Dozent: Möhring; Zeit: Do 10-12 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: TU Mathematikgebäude, MA 645;

INHALT: Vorträge von Doktoranden, Diplomanden und Mitarbeitern zu aktuellen Forschungsthemen in der kombinatorischen Optimierung und algorithmischen Graphentheorie.

Algorithmische Diskrete Mathematik (Kombinatorische Optimierung) [Seminar]

Dozent: Möhring; Zeit: Mi 16-18 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: TU Mathematikgebäude, MA 642;

INHALT: Geometrische Aspekte der ganzzahligen Optimierung: 0/1-Polyeder, primale und duale Strategien, Gitteralgorithmen.

6 Semesterberichte der Stipendiaten vom Wintersemester 1996/1997

Eva Maria Feichtner

Betreuer:	Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Arbeitsbereich:	Topologische Kombinatorik
Thema:	Unterraumarrangements und Konfigurationsräume
assoziiertes Mitglied	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1995
	Promotionsstipendium der Studienstiftung des deutschen Volkes

In zweierlei Hinsicht schlägt die topologische Kombinatorik Brücken zwischen den mathematischen Disziplinen, die ihrem Namen Pate stehen. Zum einen stellt sie Methoden aus der algebraischen Topologie bereit, um Probleme kombinatorischer Natur, meist aus dem Umfeld diskreter Geometrie, anzugehen. Zum anderen ist sie bemüht – und dieser Aspekt gewinnt zunehmend an Bedeutung –, kombinatorische Struktur im Kern topologischer Probleme freizulegen und damit neue, überdies stärker konstruktiv orientierte Sichtweisen zu eröffnen.

Die im folgenden skizzierten Projekte scheinen sich eher am letztgenannten Aspekt zu orientieren, doch mag man es als besonderen Reiz des Gebietes gelten lassen, daß solche Einordnung nicht immer unzweideutig möglich ist.

Arrangements von Unterräumen

Arrangements linearer oder affiner Unterräume im reellen oder komplexen Vektorraum sind geometrische Objekte, denen in offensichtlicher Weise kombinatorische Daten abzugewinnen sind: die Halbordnung der auftretenden nichtleeren Schnitte, geordnet durch umgekehrte Inklusion, sowie die Dimensionen dieser Schnitte als lineare, bzw. affine Unterräume. Von Interesse sind die topologischen Invarianten solcher Arrangements, etwa der Homotopietyp des Link eines linearen Arrangements – der Schnitt des Arrangements mit der Einheitssphäre im umgebenden Vektorraum – oder die Kohomologie des Komplements im linearen wie im affinen Fall. Es stellt sich die Frage, inwieweit die kombinatorischen Daten eines Arrangements diese Invarianten bestimmen und ob und in welcher Weise es möglich ist, die Invarianten im konkreten Fall explizit anzugeben.

Topologische Invarianten spezieller Arrangements

Für lineare Unterraumarrangements sind der Homotopietyp des Link und die Kohomologiegruppen des Komplements durch die kombinatorischen Daten des Arrangements bestimmt und darüberhinaus mittels der topologischen Invarianten des Schnittverbands – Homotopietyp bzw. Homologie von Intervallen – explizit anzugeben [GM, ZŽ]. Es ist daher von Interesse, Methoden zur Bestimmung topologischer Invarianten von Schnittverbänden im konkreten Fall bereitzustellen.

Wir studieren eine Klasse von Arrangements, deren Schnittverbände sich in einer Arbeit von Björner & Sagan [BS] als besonders interessante, weil schwierig anzugehende, herausgestellt haben. In Verallgemeinerung der Hyperebenenarrangements zu Coxetergruppen vom Typ D_n sind die Unterräume des Arrangements $\mathcal{D}_{n,k}$ im $\mathbb{R}^n$ gegeben durch alle Gleichungen der Form

$$\epsilon_1 x_{i_1} = \epsilon_2 x_{i_2} = \ldots = \epsilon_k x_{i_k} ,$$

wobei $1 \leq i_1 < \ldots < i_k \leq n$ und $(\epsilon_1, \ldots, \epsilon_k) \in \{+1, -1\}^k$. Eine Vermutung von A. Björner [Bj, Sect.4] besagt, daß die Kohomologie des Komplements solcher Arrangements torsionsfrei und nicht-trivial in k-periodischen Dimensionen ist. Schälbarkeit des Schnittverbandes $\mathcal{L}(\mathcal{D}_{n,k}) = \Pi^{\pm}_{n,k}$ im nicht-reinen Sinne [3] würde dies implizieren.

Wir zeigen mittels verallgemeinerter lexikographischer Schälbarkeit [K], daß für $k > \frac{n}{2}$ die Schnittverbände tatsächlich schälbar sind. Ferner arbeiten wir eine in [H] erstmals verwendete Spektralsequenz zur Bestimmung der Homologie von Halbordnungen aus und können zeigen, daß nichttriviale Homologie nur in Dimensionen zweier $(k-2)$-periodischer Serien auftreten kann, was die Schälbarkeitsvermutung stützt. Im Falle $n = 2k$ geben wir eine vollständige Darstellung der Spektralsequenz und erzielen das vermutete Resultat $(k-2)$-periodischer Homologie.

Die Ergebnisse wuden in Zusammenarbeit mit Dmitrij Kozlov, KTH Stockholm, erzielt [FK] und im Juni vergangenen Jahres auf der *8th International Conference on Formal Power Series and Algebraic Combinatorics*, FPSAC '96, in Minneapolis vorgestellt.

Es bleibt die Homologie von $\Pi^{\pm}_{n,k}$ im allgemeinen Fall vollständig zu klären. Wir entwerfen dafür eine kohomologische Version der Spektralsequenz. Dies verweist uns auf die Homologie eines unteren Ideals in $\Pi^{\pm}_{n,k}$, welches seinerseits im Hinblick auf Konfigurationsräume von eigenständigem Interesse ist.

Kohomologiealgebren der Komplemente linearer Unterraumarrangements

Für komplexe Hyperebenenarrangements ist die Kohomologiealgebra des Komplements durch kombinatorische Daten bestimmt und aus solchen durch Erzeuger und Relationen explizit anzugeben [OS, BZ]. De Concini & Procesi [DP] zeigen mit Mitteln der algebraischen Geometrie, insbesondere in nichtkonstruktiver Weise, daß die *rationale* Kohomologiealgebra für *komplexe* Unterraumarrangements durch die kombinatorischen Daten bestimmt ist. Demgegenüber zeigt ein Beispiel von G.M. Ziegler [Z], daß dies für *reelle* 2-Arrangements nicht mehr der Fall ist.

Es gilt zum einen, jene Klasse von Arrangements einzugrenzen, für die eine Bestimmung der ganzzahligen Kohomologiealgebra durch die kombinatorischen Daten vorliegt. Zum anderen ist in solchen Fällen ein konstruktives Verfahren wünschenswert, dem folgend eine Darstellung der Kohomologiealgebra in Erzeugern und Relationen gewonnen werden kann.

In einer Arbeit von Björner & Ziegler [BZ] wird die Darstellung der Kohomologiealgebra komplexer Hyperebenenarrangements mit rein elementaren Mitteln erreicht – durch Verwendung einer geeigneten Stratifikation des Komplements und explizite Angabe erzeugender (simplizialer) Kozykel. Wir arbeiten diesen Zugang im Hinblick auf komplexe Unterraumarrangements aus und können die ganzzahlige Kohomologiealgebra von Arrangements mit booleschem Schnittverband in diesem expliziten Sinne beschreiben. Desweiteren gelangen wir zu einer Darstellung der Kohomologiealgebra über $\mathbb{Z}_2$ für Unterraumarrangements mit geometrischem Schnittverband. Dieses Ergebnis erzielen wir „bis auf Vorzeichen“, was eine Darstellung der ganzzahligen Kohomologiealgebra in greifbare Nähe rückt. Es bleibt unser Ziel, diese Lücke zu füllen, sowie weitere Klassen von Unterraumarrangements im Hinblick auf eine explizite Beschreibung ihrer ganzzahligen Kohomologiealgebra zu erschließen.

Die Ergebnisse entstanden in Zusammenarbeit mit G.M. Ziegler.

Konfigurationsräume

Sei M kompakte Mannigfaltigkeit. Der Raum aller Konfigurationen von n verschiedenen Punkten auf M

$$F(M,n) := \{(x_1,\ldots,x_n) \in M^n | x_i \neq x_j \text{ für } i \neq j\}$$

heißt *Konfigurationsraum* der Mannigfaltigkeit. Topologische Invarianten solcher Konfigurationsräume sind seit den frühen 60'er Jahren studiert worden [FN, F, CT1, CT2]; dennoch sind bis heute einige interessante Invarianten ungeklärt, etwa die ganzzahligen Kohomologiealgebren der Konfigurationsräume von Sphären. Ihnen gilt vornehmlich unser Interesse.

Für Konfigurationsräume lassen sich kombinatorische Daten nicht in ähnlich naheliegender Weise isolieren, wie dies für Arrangements der Fall ist. Dennoch verweisen verschiedene Zugänge zur Bestimmung topologischer Invarianten an entscheidender Stelle auf kombinatorische Struktur.

Zur Bestimmung ganzzahliger Kohomologie von Konfigurationsräumen der Sphäre verfolgen wir zwei Ansätze: Zum einen studieren wir die Homologie der Diskriminante und schließen durch Poincaré-Dualität auf die Kohomologie des Komplements. Wir begegnen dabei kombinatorischer Struktur, indem wir die Diskriminante als Homotopielimes eines Diagramms von Räumen auffassen und eine Spektralsequenz über die Skelette des zugrundeliegenden Ordnungskomplexes ansetzen [WZŽ]. Zum anderen fassen wir die Konfigurationsräume als Totalräume von Faserbündeln auf und studieren deren Kohomologie mittels der Serre-Spektralsequenz. Wir stoßen hier auf kombinatorische Struktur, indem wir die Fasern als Komplemente linearer Unterraumarrangements interpretieren und – wie oben – um eine Darstellung der Kohomologiealgebra in Erzeugern und Relationen bemüht sind.

Der zweite Zugang erlaubt uns, die Kohomologiealgebren der Konfigurationsräume von Sphären vollständig zu beschreiben. Sie sind Produkte aus der Kohomologie affiner Unterraumarrangements und der Kohomologie drei-punktiger Konfigurationsräume, wobei für Sphären gerader Dimension 2-Torsion auftritt, wärend für Sphären ungerader Dimension die Kohomologie torsionsfrei ist. Für die 2-Sphäre ist es uns überdies gelungen, das Faserbündel zu trivialisieren und damit eine topologische Produktstruktur hinter jener der Invarianten aufzuzeigen.

Mittels ähnlicher Methoden hoffen wir, „signierte“ Konfigurationsräume von Sphären

$$F(S^k, n)^{\pm} := \{(x_1, \ldots, x_n) \in (S^k)^n | x_i \neq \pm x_j \text{ für } i \neq j\}$$

diskutieren zu können. Ebenso verfügen wir über erste Ergebnisse zur Kohomologie des Konfigurationsraumes des Torus: überraschenderweise begegnet uns dort sowohl 2- als auch 4-Torsion.

Die Ergebnisse entstanden in Zusammenarbeit mit G.M. Ziegler.

Aktivitäten

- Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs
- Oberseminar „Kombinatorische Geometrie“, G.M. Ziegler;
  Seminar „Historisches Lesen: Zur Evolution des Symmetriebegriffs“,
  J. Richter-Gebert;

Ausblick

- Teilnahme am Workshop „Geometric Combinatorics“, 10.–14. Februar 1997, MSRI, Berkeley;

Literatur

[Bj] A. Björner: *Subspace Arrangements*; in: *Proc. First European Congress of Mathematics, Paris 1992* (A. Joseph et al., eds.), Birkhäuser, Basel, 1994, 321–370.

[BS] A. Björner, B. Sagan: *Subspace arrangements of type $\mathcal{B}_n$ and $\mathcal{D}_n$*; J. Algebraic Combinatorics 5 (1996), 291–314.

[BW] A. Björner, M. Wachs: *Shellable nonpure complexes and posets I*, Trans. Amer. Math. Soc. 348 (1996), 1299–1327.

[BZ] A. Björner, G.M. Ziegler: *Combinatorial stratification of complex arrangements*; Journal Amer. Math. Soc. 5 (1992), 105–149.

[CT1] F. Cohen, L. Taylor: *Computations of Gelfand-Fuks cohomology, the cohomology of function spaces, and the cohomology of configuration spaces*; in: *Geometric Applications of Homotopy Theory I, Proceedings, Evanston 1977*, Lecture Notes in Mathematics vol. 657, Springer Verlag 1978, 106–143.

[CT2] F. Cohen, L. Taylor: *Configuration spaces: Applications to Gelfand-Fuks cohomology*; Bull. Amer. Math. Soc. 84 (1978), 134–136.

[DP] C. De Concini, C. Procesi: *Wonderful models of subspace arrangements*; Selecta Math., New Series 1 (1995), 459–494.

[F] E. Fadell: *Homotopy groups of configuration spaces and the string problem of Dirac*; Duke Math. J. 29 (1962), 231–242.

[FN] E. Fadell, L. Neuwirth: *Configuration spaces*; Math. Scand. 10 (1962), 111–118.

[FK] E.M. Feichtner, D.N. Kozlov: *On subspace arrangements of type $\mathcal{D}$*; preprint 489/1995, TU Berlin, 21 pages.

[GM] M. Goresky, R. MacPherson: *Stratified Morse Theory*; Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, vol. 14, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1992.

[H] P. Hanlon: *The generalized Dowling lattices*; Trans. Amer. Math. Soc. 325 (1991), 1–37.

[K] D.N. Kozlov: *General lexicographic shellability and orbit arrangements*; Annals of Combinatorics, to appear; preprint 1995.

[OS] P. Orlik, L. Solomon: *Combinatorics and topology of complements of hyperplanes*; Inventiones Math. 56 (1980), 167–189.

[WZŽ] V. Welker, G.M. Ziegler, R. Živaljević: *Comparison lemmas and applications for diagrams of spaces*; preprint 432/1995, TU Berlin, 35 pages.

[Z] G.M. Ziegler: *On the difference between real and complex arrangements*; Math. Zeitschrift 212 (1993), 1–11.

[ZŽ] G.M. Ziegler, R. Živaljević: *Homotopy types of subspace arrangements via diagrams of spaces*; Math. Ann. 295 (1993), 527–548.

Clemens Gröpl

Betreuer:	Prof. Dr. H. J. Prömel
Arbeitsbereich:	Formale Verifikation, boolesche Funktionen
Thema:	Effiziente Algorithmen zur formalen Verifikation von VLSI-Designs
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit 1. 4. 1996

Promotionsthema

Wie schon im letzten Semesterbericht ausführlich dargelegt wurde, hängt der Erfolg von Methoden zur (formalen) Verifikation von VLSI-Designs entscheidend davon ab, daß es gelingt, die dabei als Zustandsmengen auftretenden booleschen Funktionen effizient zu repräsentieren und zu verknüpfen. OBDDs (ordered binary decision diagrams) haben sich seit der grundlegenden Arbeit von Bryant [1] (siehe auch den Übersichtsartikel [2]) als Datenstruktur für boolesche Funktionen bewährt und sind in vielen Bereichen der state of the art. Dem steht die theoretische Einsicht gegenüber, daß es keine Datenstrukturen für beliebige boolesche Funktionen geben kann, die im allgemeinen Fall von subexponentieller Größe sind. Ferner beobachtet man in den Anwendungen, daß die OBDD-Größe stark von der gewählten Variablenordnung abhängt. Dagegen ist die Sensitivität gegenüber Änderungen der Variablenordnung bei fast allen booleschen Funktionen vernachlässigbar (sogar exponentiell klein).

Ein Ziel meiner Promotion ist es daher, ein möglichst einfaches und zugleich realistisches Modell für „typische“ (zufällige) boolesche Funktionen zu finden, in dem das Variablenordnungsproblem theoretisch untersucht werden kann.

Ferner soll geklärt werden, wie gut eine optimale OBDD-Variablenordnung in polynomieller Zeit approximiert werden kann. (Bollig und Wegener [3] konnten zeigen, daß das Entscheidungsproblem „Gegeben ein OBDD für eine boolesche Funktion f und eine obere Schranke s, existiert ein OBDD für f mit höchstens s Knoten?“ NP-vollständig ist.)

Die theoretischen Untersuchungen sollen nicht zuletzt auch zu besseren Algorithmen führen, die in Zusammenarbeit mit den am gleichnamigen DFG-Projekt „Effiziente Algorithmen zur formalen Verifikation von VLSI-Designs“ beteiligten Personen implementiert und erprobt werden.

Ergebnisse

Auf theoretischem Gebiet habe ich (aufbauend auf den Untersuchungen von Liaw und Lin [5] und Wegener [6]) zusammen mit H. J. Prömel und A. Srivastav die Größe von OBDDs für zufällige boolesche Funktionen untersucht. Für die meisten Werte von $n = \#$Variablen stimmt die erwartete OBDD-Größe mit der worst-case Größe von $\Theta(2^n/n)$ bis auf Terme kleinerer Ordnung überein. Wir konnten jedoch zeigen, daß dies überraschenderweise innerhalb von Umgebungen konstanter Breite um die Werte $n = 2^h + h$ *nicht* gilt: Dort fallen Erwartungswert und worst-case auseinander. Die Differenz von erwarteter und worst-case Größe ist überdies großen Schwankungen unterworfen. Sie ist asymptotisch gleich $2^{2^h}/2e$, falls $n = 2^h + h$, aber nur $O(n^2)$, falls $n = 2^h + 2h$. Auf die Spur zu diesen Ergebnissen wurden wir durch die (allerdings weniger eindrucksvolle) Oszillation der worst-case Größe gewiesen. Indem wir „tail inequalities“ verwenden, erhalten wir auch starke Aussagen über die Konzentration der vorkommenden Zufallsvariablen. Die Übertragung auf den Fall beliebiger Variablenordnungen ist ebenfalls möglich. Eine Publikation ist in Vorbereitung.

Der im letzten Semesterbericht vorgeschlagene Ansatz zur Variablenordnung über den Variablen-Abängigkeitsdigraphen wurde zu einer brauchbaren Startheuristik weiterentwickelt. Wir minimieren dabei eine schnell berechenbare Zielfunktion (jedoch nicht das zuerst anvisierte Optimal Linear Arrangement Problem, das sich als ungeeignet erwies) durch ein Simulated Annealing. Ebenfalls implementiert wurde ein Simulated Annealing beim Dynamic Variable Ordering, das in bestimmten Fällen dem Sifting überlegen ist, insbesondere wenn bereits eine gute Anfangsvariablenordnung gegeben ist. Schließlich haben wir ein Simulated Annealing implementiert, das bei Verwendung einer partitionierten Übergangsrelation die Reihenfolge der Partitionen optimiert. Erste Ergebnisse deuten darauf hin, daß das Verfahren anderen Heuristiken [4] überlegen ist. Die praktischen Ergebnisse werden in Kürze ebenfalls als Technical Report veröffentlicht werden.

Ziele

Auf theoretischem Gebiet soll zuerst das oben skizzierte Bild noch weiter abgerundet und vervollständigt werden. Die Frage nach der Existenz von guten (eventuell randomisierten) Algorithmen für das Variablenordnungsproblem ist nach wie vor offen, hier sind am ehesten Nichtapproximierbarkeitsresultate zu erwarten. Eine Brücke zwischen (Struktur-)Theorie und Praxis könnte durch ein Modell zufälliger boolescher Funktionen mit „kleiner" OBDD geschlagen werden, in dem einerseits theoretische Aussagen (z. B. Average-Case Analyse von Algorithmen) möglich sind, andererseits aber auch ein Vergleich mit Beispielen und Methoden, die aus den Anwendungen stammen.

Im praktischen Teil werden wir uns auf konjunktiv partitionierte Übergangsrelationen konzentrieren und insbesondere auch am Problem des Clusterings (der Zusammenfassung von OBDDs für verschiedene Variablen zu einer Partition) arbeiten.

Aktivitäten

- Vortrag: „Heuristiken zur FSM-Traversierung mit OBDDs",
  Workshop im IBM-Forschungslabor Böblingen am 15.10.1996
- Vortrag: „Die OBDD-Größe zufälliger boolescher Funktionen",
  Humboldt-Universität zu Berlin, Forschungsseminar Prof. Prömel am 8.1.1997
- Vortrag: „Die OBDD-Größe zufälliger boolescher Funktionen",
  Humboldt-Universität zu Berlin, Kolloquium des Graduiertenkollegs am 20.1.1997
- Mitarbeit bei der Konzeption und Betreuung von Programmentwicklungen im DFG-Projekt „Effiziente Algorithmen zur formalen Verifikation von VLSI-Designs" am Lehrstuhl

Literatur

[1] Randal E. Bryant: Graph-Based Algorithms for Boolean Function Manipulation; IEEE Transactions on Computers, vol. C-35, no. 8, 1986, 677 – 691.

[2] Randal E. Bryant: Symbolic Boolean Manipulation with Ordered Binary-Decision Diagrams; ACM Computing Surveys, vol. 24, no. 3, 1992, 293 – 318.

[3] Beate Bollig, Ingo Wegener: Improving the variable ordering of OBDDs is NP-complete; IEEE Transactions on Computers, vol. 45, no. 9, 1996, 993 – 1002.

[4] Daniel Geist, Ilan Beer: Efficient Model Checking by Automated Ordering of Transition Relation Partitions; Computer Aided Verification '94, Lecture Notes in Computer Science, vol. 818, Springer, 299 – 310.

[5] Heh-Tyan Liaw, Chen-Shang Lin: On the OBDD-Representation of General Boolean Functions; IEEE Transactions on Computers, vol. 41, no. 6, 1992, 661 – 664.

[6] Ingo Wegener: The Size of Reduced OBDDs and Optimal Read-Once Branching Programs for Almost All Boolean Functions; IEEE Transactions on Computers, vol. 43, no. 11, 1994, 1262 – 1269.

Petra Knieper

Betreuer:	Prof. Dr. Hans Jürgen Prömel
	Priv. Doz. Dr. Anand Srivastav
Arbeitsbereich:	Algorithmische Graphentheorie
Thema:	Optimierungsprobleme für Hypergraphen
Stipendiatin	im Graduiertenkolleg seit Mai 1995

Arbeitsgebiet und Ergebnisse

Beim *Diskrepanzproblem* ist man daran interessiert, für eine endliche Menge Ω und eine Familie $\mathcal{A}$ von Teilmengen von Ω eine 2-Färbung $\chi : \Omega \to \{-1, +1\}$ zu finden, so daß die Diskrepanz von $\mathcal{A} = disc(\mathcal{A}) := \min_\chi \max_{A \in \mathcal{A}} |\chi(A)|$ möglichst klein wird.
Sei nun $\Omega = \{0, \ldots, N-1\}$ und $\mathcal{A}$ sei die Menge aller arithmetischen Progressionen auf Ω. Schon 1964 konnte K.F. Roth [Ro64] zeigen, daß $ROTH(n) := disc(\mathcal{A}) \geq cn^{1/4}, c$ eine absolute Konstante. Erst über 30 Jahre später ist es J. Matoušek und J. Spencer [MS96] gelungen zu zeigen, daß $ROTH(n) \leq Cn^{1/4}$ für eine absolute Konstante C, d.h., daß die untere Schranke von K.F. Roth bis auf eine Konstante bestmöglich ist.

In diesem Semester habe ich mich intensiv mit der Diskrepanz von arithmetischen Progressionen höherer Dimension beschäftigt. Eine arithmetische Progression der Dimension d ist das Kreuzprodukt von d arithmetischen Progressionen auf den ersten N Zahlen. Für arithmetische Progressionen der Dimension 2 konnte ich zeigen, daß die Diskrepanz nach oben durch $O(N^{1/2}\log^{9/4} N)$ beschränkt ist und allgemein durch $O(N^{d/4}\log^{(5d-1)/4} N)$ für Dimension d.
Derzeit arbeite ich an der unteren Schranke für die Diskrepanz von arithmetischen Progressionen der Dimension 2. Danach werde ich die untere Schranke für die Diskrepanz arithmetischer Progressionen höherer Dimensionen untersuchen. Ich hoffe zeigen zu können, daß die Diskrepanz für Dimension d nach unten durch $\Omega(N^{d/4})$ beschränkt ist. Anhand der unteren Schranken könnte man auch Rückschlüsse auf das Verhalten der Diskrepanz für Kreuzprodukte von arithmetischen Progressionen auf den natürlichen Zahlen schließen.
Zudem finden sich frühere Resultate in der Arbeit „Remarks on Complexity and Computation of ϵ-Approximations ", P. Knieper, J. Spencer, A. Srivastav, die wir im Dezember zur Veröffentlichung eingereicht haben.

Aktivitäten

- Teilnahme am Forschungsseminar "Algorithmen und Komplexität" an der HU und Vortrag über "Discrepancy of arithmetic progressions"
- Vortrag auf dem "Kolloquium über Kombinatorik" in Braunschweig am 15./16. November 1996 über "Discrepancy of arithmetic progressions"
- Teilnahme an der Vorlesung und dem Kolloquium des Graduiertenkollegs und Vortrag über "Diskrepanz von arithmetischen Progressionen "
- Teilnahme am Berlin - Poznan Seminar.
- Forschungsaufenthalt bei Joel Spencer am Courant Institut in New York vom 20. November 1996 bis 18. Dezember 1996.
- Teilnahme am Berliner Algorithmen Tag am ZIB am 31. Januar 1997.

Ausblick

- Teilnahme am gemeinsamen Workshop des Graduiertenkollegs "Mathematische Optimierung" der Universität Trier und des Graduiertenkollegs

"Algorithmische Diskrete Mathematik" Berlin am 3. und 4. April 1997 in Berlin.

- Teilnahme an der Sommerschule über "Algorithmische Geometrie " des Graduiertenkollegs vom 15. bis 19. Juni 1997 in Chorin/Schorfheide.
- Fertigstellung der Dissertation
- Teilnahme an der Sommerschule über "Random Algorithms" in Antonin vom 1. bis 5. September 1997.

Literatur

[MS96] J. Matoušek, J. Spencer; *Discrepancy in Arithmetic Progressions.* Journal of the American Mathematical Society, vol.9 (1996), 195-204.

[Ro64] K.F. Roth; *Remark concerning integer sequences.* Acta Arithmetica 9:257-260, 1964.

Ekkehard Köhler

Betreuer:	Prof. Dr. Rolf H. Möhring
Arbeitsbereich:	Algorithmische Graphentheorie
Thema:	Stuktureigenschaften und Algorithmen verschiedener Graphenklassen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1996

Darstellung des Promotionsthemas

Eine Vielzahl von interessanten Graphenproblemen sind NP–vollständig, wenn man sie auf allgemeinen Graphen betrachtet. Möchte man dennoch in vertretbarer Zeit eine Lösung für ein solches Problem finden, gibt es verschiedene Ansätze. Eine Möglichkeit ist, sich auf bestimmte Eingaben zu beschränken, d.h. nur solche Graphen als Eingabe zuzulassen, die gewisse Eigenschaften besitzen. In vielen Fällen ist es möglich für diese speziellen Graphenklassen effiziente, oder sogar optimale Algorithmen zu finden.

Ein Beispiel für eine solche spezielle Graphenklasse ist die Klasse der Graphen ohne asteroidale Tripel (auch AT–freie Graphen genannt). Unter einem asteroidalen Tripel in einem Graphen $G = (V, E)$ versteht man eine Menge von drei paarweise verschiedenen, nicht adjazenten Knoten, so daß es für je zwei dieser Knoten einen Pfad in G gibt, der die Nachbarschaft des dritten Knotens vermeidet. Ein Graph heißt AT–frei, wenn er kein asteroidales Tripel enthält.

Der Begriff des asteroidalen Tripels wurde von Lekkerker und Boland bereits 1962 eingeführt und von Gallai in seiner bekannten Arbeit über transitiv orientierbare Graphen aufgegriffen. Aber erst zu Beginn der 90er Jahre wurden die AT–freien Graphen als Klasse an sich betrachtet (siehe [2, 3, 4, 5]).

Diese Graphenklasse hat eine Reihe interessanter Eigenschaften. So enthält sie die Intervallgraphen, die Permutationsgraphen, die Trapezgraphen und die Cocomparabilitygraphen, ist aber im Gegensatz zu den genannten Graphenklassen selbst nicht in der Klasse der Perfekten Graphen enthalten.

Während meiner Forschungstätigkeit im Graduiertenkolleg möchte ich mich zunächst mit dieser Graphenklasse genauer beschäftigen. Dabei liegt mein Hauptinteresse auf der Untersuchung von speziellen Struktureigenschaften und deren Ausnutzung beim Entwurf effizienter Algorithmen.

Arbeitsgebiet

Momentan beschäftige ich mich mit der algorithmischen Erkennung AT–freier Graphen. Die einzigen bisher in der Literatur bekannten Algorithmen zu diesem Problem (siehe [1, 3]) haben eine Laufzeit von $O(n^3)$ und sind damit im Verhältnis zu Erkennungsalgorithmen für vergleichbare Graphenklassen, wie Permutationsgraphen und Cocomparabilitygraphen, relativ langsam. Wie sich herausstellte, läßt sich mit Hilfe einfacher Mittel bereits eine Laufzeitverbesserung des Algorithmus in [1] erzielen. Außerdem konnten zwei weitere, ebenfalls schnellere Erkennungsalgorithmen entwickelt werden.

Eine besondere Charakteristik AT–freier Graphen ist ihre "lineare Struktur". Dies äußert sich zum Beispiel in folgender Eigenschaft [3]: Jeder AT–freie Graph, dessen Durchmesser größer als drei ist, enthält zwei disjunkte Mengen X und Y, so daß für $x \in X$ und $y \in Y$ jeder Pfad zwischen x und y den Graphen dominiert. Bereits in [1] wurde versucht, diese Eigenschaft für die Erkennung AT–freier Graphen zu verwenden. Ich möchte mich im kommenden Semester mit dieser Problematik genauer beschäftigen und untersuchen, inwieweit diese Eigenschaft algorithmisch genutzt werden kann.

Permutationsgraphen, Trapezgraphen aber auch Cocomparabilitygraphen lassen sich durch ein geometrisches Modell darstellen. Dies ist eine wichtige Eigenschaft, da sich gerade durch die Ausnutzung dieser Modelle viele Probleme algorithmisch sehr einfach und elegant lösen lassen. Für AT–freie Graphen sind keine solchen Modelle bekannt. Auch mit dieser Problematik möchte ich mich im kommenden Semester genauer beschäftigen und untersuchen, ob es möglich ist für AT–freie Graphen, oder zumindest für interessante Teilklassen AT–freier Graphen, ähnliche Modelle zu entwickeln.

Aktivitäten

- Besuch von Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs
- Besuch der Vorlesung *Approximationsalgorithmen in der Kombinatorischen Optimierung* bei Andreas Schulz
- Teilnahme am *Kolloquium über Kombinatorik* in Braunschweig im November 1996 und Vortrag zum Thema *An optimal algorithm for the MC-CDS problem in trapezoid graphs*
- Vorbereitung von Teilen der Diplomarbeit [6] zur Veröffentlichung

Literatur

[1] U. Albrecht, Algorithmen zur Erkennung von Graphen ohne asteroidale Tripel, Diplomarbeit, Fachbereich Mathematik, Technische Universität Berlin, 1996.

[2] H. Balakrishnan, A. Rajaraman and C. Pandu Rangan: Connected domination and Steiner set on asteroidal triple-free graphs. *Proc. Workshop on Algorithms and Data Structures (WADS'93)*, LNCS 709, Springer-Verlag, 131–141.

[3] D.G. Corneil, S. Olariu and L. Stewart: Asteroidal triple-free graphs, Technical Report TR-94-31, Old Dominion University, 1994.

[4] D.G. Corneil, S. Olariu, and L. Stewart: A linear time algorithm to compute a dominating path in an AT-free graph, *Information Processing Letters* 54 (1995), 253–258.

[5] D.G. Corneil, S. Olariu and L. Stewart: A linear time algorithm to compute dominating pairs in asteroidal triple-free graphs, *Proceedings of the 22nd Int. Colloquium on Automata, Languages and Programming*, LNCS 944, Springer-Verlag, 292–302.

[6] E. Köhler: Schnelle Dominierungsalgorithmen für Trapezgraphen, Diplomarbeit, Fakultät für Mathematik und Informatik, Friedrich-Schiller-Universität Jena, 1996.

Matthias Kriesell

Betreuer:	Prof. Dr. H.-A. Jung
Arbeitsbereich:	Graphentheorie
Thema:	Eckenzusammenhang in endlichen Graphen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit April 1996

Arbeitsgebiet

Thomassen hat vermutet, daß jeder $(s+t+1)$-fach eckenzusammenhängende Graph einen s-eckenzusammenhängenden und einen t-eckenzusammenhängenden Teilgraphen ohne gemeinsame Ecken enthält. Im Falle $\min\{s,t\} \geq 3$ ist diese Vermutung nicht entschieden, in allen anderen Fällen ist sie bewiesen und in verschiedene Richtungen verschärft worden, etwa durch zusätzliche Forderungen an die Eckenzahl oder die Struktur der gesuchten Teilgraphen. Insbesondere kann die klassische Frage nach der Existenz einer k-kontrahierbaren Kante in einem k-eckenzusammenhängenden Graphen als ein solches Zerlegungsproblem aufgefaßt werden.

Hier die Einzelergebnisse, die im vergangenen halben Jahr von mir bewiesen wurden.

Kontrahierbare Nicht-Kanten

Nach einem Resultat von Thomassen enthält jeder dreiecksfreie Graph ein Paar *benachbarter* Ecken, die identifiziert werden können, ohne daß die Zusammenhangszahl des Graphen dabei sinkt. Fragt man nach einem Paar *nicht benachbarter* Ecken mit derselben Eigenschaft, so zeigt es sich, daß viele dreiecksfreie Graphen ("Ausnahmen") kein derartiges besitzen. Diese Ausnahmen können eingegrenzt werden:

> Sei $k \geq 1$ gegeben. Ein dreiecksfreier, k-zusammenhängender Graph auf mehr als $1+k^2$ Ecken besitzt ein Paar nicht benachbarter Ecken, deren Identifikation einen k-zusammenhängenden Graphen liefert, es sei denn, k ist gerade und der Graph ist das lexikographische Produkt eines Kreises mit dem kantenlosen Graphen auf $\frac{k}{2}$ Ecken.

Daraus folgt, daß es bei gegebener Zusammenhangszahl neben den genannten Produkten nur endlich viele "Ausnahmen"gibt. Die MOORE-Graphen des Durchmessers 2 zeigen, daß die Schranke $1 + k^2$ bestmöglich ist.

Folgender Satz liefert eine Reduktionsmethode für bipartite Graphen gegebenen Zusammenhangs.

> Sei $k \geq 2$ gegeben. Ein bipartiter, k-zusammenhängender Graph auf mehr als $2k^2-2k+2$ Ecken besitzt ein Paar nicht benachbarter Ecken, deren Identifikation einen bipartiten, k-zusammenhängenden Graphen liefert, es sei denn, k ist gerade und der Graph ist das lexikographische Produkt eines Kreises gerader Länge mit dem kantenlosen Graphen auf $\frac{k}{2}$ Ecken.

Zum Beispiel gibt es nur neun bipartite, 3-zusammenhängende Graphen, die die dargestellte Reduktion auf einen bipartiten, 3-zusammenhängenden Graphen nicht erlauben. Die Inzidenzgraphen projektiver Geometrien der Ordnung $k - 1$ zeigen, daß die Schranke $2k^2 - 2k + 2$ für unendlich viele k bestmöglich ist.

Fragt man nach einem Paar nicht benachbarter Ecken in einem k-zusammenhängenden, nicht notwendig dreiecksfreien Graphen, deren Identifikation abermals einen k-zusammenhängenden Graphen liefert, so läßt sich folgendes zeigen.

> Ein 3-zusammenhängender Graph besitzt
>
> 1. ein Paar nicht benachbarter Ecken, deren Identifikation einen 3-zusammenhängenden Graphen liefert, oder er besitzt

2. ein Dreieck, dessen Kantennachbarschaft aus drei unabhängigen Kanten besteht, oder
3. er ist ein Rad oder einer von sieben Ausnahmegraphen.

Die Kontraktion eines Dreiecks wie unter 2. auf eine Ecke vom Grad 3 liefert einen 3-zusammenhängenden Graphen.

Graphen von extremaler Kritizität

Ein (n,k)-*Graph* ist ein unvollständiger, n-zusammenhängender Graph derart, daß für jedes $X \subseteq V(G)$ mit $|X| \leq k$ der Graph $G - X$ nicht $(n - |X| + 1)$-zusammenhängend ist. Ein Resultat von SU besagt, daß $n \geq 2k$ ist für jeden (n,k)-Graphen. Von Interesse ist die Frage nach (n,k)-Graphen mit $n = 2k$, also nach $(2k,k)$-Graphen. Eine Vermutung von MADER besagt, daß für $k \geq 3$ der Graph $K_{2k+2} - (1 - Faktor)$ der einzige $(2k,k)$-Graph ist.

Ich konnte dies für $k = 3$ und $k = 4$ beweisen, außerdem für stark reguläre Graphen und für kantensymmetrische Graphen.

Weiters steht zu hoffen, daß MADERs Vermutung auch für den eckensymmetrischen Fall richtig ist.

Tagungen und Vorträge

- Workshop Cycles and Colorings 1996, 8. bis 13. September, Vortrag: "On cycle critical connected graphs"
- Kolloquium über Kombinatorik, Braunschweig, 15. und 16. November, Vortrag: "Contractible non-edges in triangle-free graphs"
- Seminar über Graphentheorie, FU Berlin, 4. Dezember, Vortrag: "Kontrahierbare Nichtkanten in dreiecksfreien Graphen"
- Seminar über Graphentheorie, TU Chemnitz, 5. Dezember, Vortrag: "Kontrahierbare Nichtkanten in dreiecksfreien Graphen"
- HEESCH-Kolloquium, Hannover, 17. Dezember, ohne Vortrag

Frank Hagen Lutz

Betreuer:	Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Arbeitsbereich:	Kombinatorische Geometrie
Thema:	Nichtfreie Gruppenwirkungen zu diskreten Strukturen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1996

Darstellung des Promotionsthemas

Themenkomplexe:

- Partitionsprobleme/Borsuk-Ulam-artige Fixpunktsätze
- Die chromatische Zahl von Klassen verallgemeinerter Knesergraphen
- Evasiveness.

Für die Lösung einiger bedeutender Probleme der diskreten Mathematik hat sich der Einsatz von Fixpunktsätzen der algebraischen Topologie als ein unverzichtbares Hilfsmittel erwiesen. Als erster und bahnbrechender Erfolg sind dabei die Beweise der Kneser-Vermutung [Kn] durch Lovász [Lo] und Bárány [B] zu werten. Das entscheidende Hilfsmittel zur Bestimmung der unteren Schranke für die chromatische Zahl $\chi(G_{n,k}) = n - 2k + 2$ von Kneser-Graphen $G_{n,k}$ ist hierbei der Fixpunktsatz von Borsuk-Ulam für freie $\mathbf{Z}_2$-Gruppenwirkungen auf Sphären. Das Vorgehen von Lovász und Bárány, einer graphentheoretischen Fragestellung einen topologischen “Konfigurationsraum” mit einer *freien* Gruppenwirkung zuzuordnen, um dann Werkzeuge der algebraischen Topologie anzuwenden, hat sich als “Standard-Ansatz” bei der Klärung einer Vielzahl weiterer Probleme etabliert.

Der jedoch wohl größte “Schwachpunkt” Borsuk-Ulam-artiger Sätze im Hinblick auf die Untersuchung diskreter Strukturen ist, daß sie sich nur in solchen Situationen anwenden lassen, in denen die durch das diskrete Problem induzierte Gruppenwirkung frei ist. Beispiele, bei denen nichtfreie Gruppenwirkungen auftreten, sind u.a. bestimmte Partitionsprobleme, bzw. zugehörige topologische Verallgemeinerungen dieser ([BShSz], [VrZiv]).

Von großem Interesse ist es daher zu klären, ob und auf welche Weise sich die zur Zeit zur Verfügung stehenden topologischen Hilfsmittel erweitern lassen, um auch nichtfreie Gruppenwirkungen zu diskreten Strukturen in den Griff zu bekommen.

Nach dem Beweis der ursprünglichen Kneser-Vermutung durch Bárány und Lovász, konnten Alon, Frankl und Lovász [AFrLo], ebenfalls mit Hilfe topologischer Methoden, 1986 die chromatische Zahl von verallgemeinerten Knesergraphen bestimmen. Der sich zwangsläufig stellenden Frage, ob auch für weitere Klassen von Graphen die chromatische Zahl auf diese Weise ermittelt werden kann oder inwiefern geeignete approximative Algorithmen gewonnen werden können, soll nachgegangen werden.

Fixpunktsätze von anderer Art sollen im Zentrum eines weiteren Vorhabens stehen: Sei E eine endliche Menge mit $|E| = m$ und $\mathcal{F} \subseteq 2^E$ ein Mengensystem. Für eine Teilmenge $A \subseteq E$ soll entschieden werden, ob A in $\mathcal{F}$ liegt oder nicht, indem Fragen “Ist $e \in A$?” gestellt werden, die ein “Orakel” mit “Ja” oder “Nein” beantwortet. Unter der Komplexität $c(\mathcal{F})$ von $\mathcal{F}$ versteht man dann die Anzahl von Fragen, die für unbekanntes A bei optimaler Fragestrategie im ungünstigsten Fall gestellt werden müssen. Es gilt $0 \leq c(\mathcal{F}) \leq m$, und $\mathcal{F}$ heißt *trivial*, falls $c(\mathcal{F}) = 0$, und *evasive*, falls $c(\mathcal{F}) = m$.

Seien nun $G = (V, A)$ Graphen zu einer gegebenen Eckenmenge $V = [n]$, und sei E die Menge “aller möglichen Kanten” auf der Eckenmenge $[n]$. Für eine Grapheneigenschaft $\mathcal{P}$ ist damit die Menge aller Graphen $G = ([n], A)$ mit dieser Eigenschaft gegeben durch das Mengensystem

$$\mathcal{F}(\mathcal{P}) := \{A \subseteq E\ :\ ([n], A) \text{ hat die Eigenschaft } \mathcal{P}\} \subseteq 2^E.$$

Eine Grapheneigenschaft $\mathcal{P}$ heißt *evasive*, falls das assoziierte Mengensystem $\mathcal{F}(\mathcal{P})$ *evasive* ist, ansonsten *non-evasive*.

Für eine große Klasse von Grapheneigenschaften stellte Richard Karp in den frühen siebziger Jahren die folgende Vermutung auf:

Evasiveness Conjecture *Jede nichttriviale monotone Grapheneigenschaft ist evasive.*

Diese i. allg. immer noch offene Vermutung findet eine natürliche topologische Verallgemeinerung (*Evasiveness Conjecture für Simplizialkomplexe*): “Jeder Simplizialkomplex mit eckentransitiver Gruppenwirkung ist evasive oder ein Simplex.”

Eine weitere Verallgemeinerung auf Mengensysteme führt zur

Generalized Aanderaa-Rosenberg Conjecture ([RV]) *Sei $\mathcal{F} \subseteq 2^E$ ein Mengensystem mit induzierter Symmetriegruppe $G \subseteq \mathcal{S}_E$ und E endlich. Ist $\emptyset \in \mathcal{F}$, aber $E \notin \mathcal{F}$, dann ist $\mathcal{F}$ evasive.*

Im Falle der letzten beiden Vermutungen konnten Rivest und Vuillemin deren Gültigkeit jeweils für Eckenmengen mit Primzahlkardinalität zeigen [RV]. Hingegen fand Illies [Ill] ein (das bislang einzig bekannte) Gegenbeispiel zur Generalized Aanderaa-Rosenberg Conjecture für $n = 12$. Unter Verwendung eines Fixpunktsatzes von Oliver [Ol], der im Zusammenhang mit dem Lefschetz-Hopfschen Fixpunktsatz steht, bewiesen Kahn, Saks und Sturtevant 1984 die Evasiveness Conjecture für Graphen zu Eckenmengen mit wiederum Primzahlkardinalität [KSS].

Ergebnisse

In [Lu] zeigen wir, daß für 2- und 3-dimensionale Simplizialkomplexe die Evasiveness Conjecture für Simplizialkomplexe gültig ist; bzw. in einer schärferen Form: es existiert kein 2- oder 3-dimensionaler $\mathbf{Z}$-azyklischer Simplizialkomplex mit eckentransitiver Gruppenwirkung, der kein Simplex ist. Diese Aussage gilt zudem für Simplizialkomplexe auf 6 oder 10 Ecken. Andererseits zeigen wir, daß sich die Idee des Beweises von Kahn, Saks und Sturtevant für Graphen auf 6, 10, 12, 14 oder 15 Ecken nicht durchführen läßt (in gewissem Sinne mag dies ein Indiz sein, daß die Evasiveness Conjecture für Graphen im allgemeinen Fall möglicherweise falsch sein könnte). Für die letzte Vermutung stellen wir zu $|E| = u(u+1)$ und $u \geq 3$ ungerade eine *unendliche* Klasse von Gegenbeispielen auf, mit Illies' Gegenbeispiel als dem kleinsten Vertreter dieser Klasse.

Aktivitäten

- Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs
- Oberseminar "Kombinatorische Geometrie" bei G.M. Ziegler
- Seminar "Historisches Lesen: Zur Evolution des Symmetriebegriffs" bei J. Richter-Gebert

Literatur

[AFrLo] N. Alon, P. Frankl, L. Lovász. The chromatic number of Kneser hypergraphs. *Trans. Amer. Math. Soc.* **298**, 359-370 (1986).

[B] I. Bárány. A short proof of Kneser's conjecture. *J. Combinatorial Theory* Ser. A **25**, 325-326 (1978).

[BShSz] I. Bárány, S.B. Shlosman, A. Szücs. On a topological generalization of a theorem of Tverberg. *J. London Math. Soc.* **23**, 158-164 (1981).

[Ill] N. Illies. A counterexample to the generalized Aanderaa-Rosenberg conjecture. *Inform. Processing Letters* **7**, 154-155 (1978).

[KSS] J. Kahn, M. Saks, D. Sturtevant. A topological approach to evasiveness. *Combinatorica* **4**, 297-306 (1984).

[Kn] M. Kneser. Aufgabe 360. *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **58**, 3 (1955).

[Lo] L. Lovász. Kneser's conjecture, chromatic number, and homotopy. *J. Combinatorial Theory* Ser. A **25**, 319-324 (1978).

[Lu] F.H. Lutz. Some Results Related to the Evasiveness Conjecture. (Preprint in Vorbereitung.)

[Ol] R. Oliver. Fixed-point sets of group actions on finite acyclic complexes. *Comment. Math. Helvetici* **50**, 155-177 (1975).

[RV] R.L. Rivest, J. Vuillemin. On recognizing graph properties from adjacency matrices. *Theor. Comput. Sci.* **3**, 371-384 (1976).

[VrZiv] S.T. Vrećica, R.T. Živaljević. New cases of the colored Tverberg theorem. *Contemp. Math.* **178**, 325-334 (1994).

Hans Mielke

Betreuer:	Prof. Dr. Martin Aigner
Arbeitsbereich:	Graphentheorie
Thema:	Das Penrose Polynom
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit April 1996

Darstellung des Promotionsthemas

Einführung

In einer Arbeit von 1971 definiert Penrose [P71] ein interessantes neues Polynom $P_G(x)$ auf ebenen Graphen: Für jede Teilmenge $A \subseteq E$ der Kanten wird ein ebener Graph G auf eine vorgeschriebene Art in Zyklen zerlegt; in das Polynom geht dann die Anzahl $c(A)$ der so entstandenen Zyklen ein, und die Größe der Kantenteilmenge bestimmt das Vorzeichen:

$$P_G(x) = \sum_{A \subseteq E(G)} (-1)^{|A|} x^{c(A)}$$

Die Regel zum Zerlegen des Graphen in Zyklen nimmt auf die Länder Rücksicht, betrachtet also den Graphen und den dualen Graphen zugleich. Wesentlich für die Definition ist, daß an jedem Knoten die inzidenten Kanten zyklisch geordnet sind, so daß man das Penrose Polynom auch für nichtebene Graphen betrachten kann. Doch nur bei ebenen Graphen ist das Penrose Polynom von der Einbettung unabhängig, also eine Invariante bezüglich Graphen–Isomorphie.

Soweit die Definition; warum lohnt es sich aber, das Penrose Polynom zu untersuchen? Einige Koeffizienten und Funktionswerte haben interessante kombinatorische Interpretationen, speziell für 3-reguläre Graphen. Z.B. zählt $P_G(3)$ bei 3-regulären Graphen die Kanten–3–Färbungen, $P_G(-2)$ hängt mit der Anzahl der Länder–4–Färbungen zusammen, und wenn die Koeffizienten stets alternieren, dann folgt der Vierfarbensatz. Eine gute Übersicht gibt Aigner [A96].

Umfeld

Das Penrose Polynom läßt sich durch Übergang zum Medial Graphen als Polynom auf ebenen 4-regulären Graphen auffassen. Es ist dann – wie z.B. auch das Tutte Polynom – eine Spezialisierung des „Übergangspolynoms“. Für Zusammenhänge siehe Jaeger [J90].

Es ist möglich, das Penrose Polynom eines ebenen Graphen nur über die mit jedem Graphen assoziierten Vektorräume Zyklenraum und Kozyklenraum zu bestimmen. Diese Definition eignet sich für beliebige binäre Matroide: das ist eine andere Möglichkeit der Verallgemeinerung auf nichtebene Graphen.

A.Bouchet hat eine Struktur „Isotropes System“ eingeführt, die 4-reguläre Graphen und binäre Matroide vereinheitlicht [B87]. Das Penrose Polynom läßt sich auch auf Isotrope Systeme übertragen.

Ziele

Die interessantesten Probleme beim Penrose Polynom auf Graphen sind vielleicht, eine kombinatorische Interpretation der Funktionswerte $P_G(-n)$ oder der Koeffizienten des Polynoms zu finden. Ist die Koeffizientenfolge unimodal? Erfüllt das Penrose Polynom eine Rekursion? Für welche Werte ist die Berechnung des Penrose Polynoms in polynomieller Zeit möglich?

Und: Welche weitergehenden Aussagen oder partiellen Lösungen der oben genannten Probleme sind in kleineren Graphenklassen möglich?

Zum Penrose Polynom auf binären Matroiden ist die Hauptfrage: Welche Sätze gelten noch in der allgemeineren Struktur, welche nicht mehr? Wo ist die Grenze: Bei graphischen, bei regulären Matroiden?

Außerdem warten noch weitere Verallgemeinerungen auf ihre Untersuchung: Isotrope Systeme, in andere Flächen eingebettete Graphen sowie ein „Penrose-Fluß-Polynom“.

Ansätze

Ich kann Penrose Polynome mit Hilfe eines C++ Programmes ausrechnen. Die Obergrenze für die Anzahl der Kanten bzw. die Größe des Matroids liegt etwa bei 30; ich sehe zur Zeit keine Möglichkeit, den Rechenaufwand zu senken, und ein polynomialer Algorithmus ist ohnehin nicht zu erwarten.

Ich habe mich mit serienparallelen Graphen und mit den Rädern befaßt. Für die Räder kann ich das Penrose Polynom explizit angeben, für serienparallele Graphen kenne ich eine Rekursion.

Ich habe einige Sätze, die für ebene Graphen bekannt waren, auf binäre Matroide übertragen. Dabei bin ich gerade an einen Punkt gekommen, an dem isotrope Systeme eine Rolle zu spielen scheinen.

Aktivitäten

- Herbstschule über Bioinformatik im September
- Kolloquium über Kombinatorik in Braunschweig im November
- Vorstellung meiner Arbeit im Kollegskolloquium im Januar
- Vorlesung Graphentheorie II bei Stephan Brandt

Ausblick

- Berlin–Trier–Workshop im April
- Sommerschule über Algorithmische Geometrie im Juni

Literatur

[A96] M. Aigner (1996) The Penrose Polynomial of a Plane Graph, Preprintreihe Mathematik, FU Berlin, Nr. A/12/96.

[B87] A. Bouchet (1987) Isotropic Systems, *Europ. J. Combinatorics* **8**, 231–244.

[BO92] T. Brylawski, J. Oxley (1992) The Tutte Polynomial and Its Applications, *Matroid Applications* (N.White ed.), Kap.VI, Cambridge University Press.

[J90] F. Jaeger (1990) On Transition Polynomials of 4-regular Graphs, *Cycles and Rays* (G.Hahn et al., eds.), 123–150, Kluwer.

[P71] R. Penrose (1971) Applications of Negative Dimensional Tensors, *Combinatorial Mathematics and Its Applications* (D.J.A.Welsh, ed.), 221–244, Academic Press.

[RR78] R.C. Read, P. Rosenstiehl (1978) On the Principal Edge Tripartition of a Graph, *Annals Discrete Math.* **8**, 195–226.

[W93] D.J.A. WELSH (1993) *Complexity: Knots, Colourings and Counting,* Cambridge University Press.

Eva Nuria Müller

Betreuer:	Prof. Dr. Ralph-Hardo Schulz
Arbeitsbereich:	Codierungstheorie
Thema:	Kreuzkorrelation linearer Schieberegisterfolgen
Stipendiatin	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1995

Darstellung des Promotionsthemas

Analog zu Schieberegisterfolgen über $GF(2)$ lassen sich maximale lineare Schieberegisterfolgen über Körpern ungerader Charakteristik betrachten. Die charakteristischen Eigenschaften ändern sich hierbei nicht. Für eine ausführlichere Darstellung verweise ich auf [2] und die letzten beiden Semesterhefte des Graduiertenkollegs.

Ist $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine maximale Schieberegisterfolge über $GF(p)$, die einer linearen Rekursion der Länge n genügt, α ein primitives Element von $GF(p^n)^*$ und Tr die *trace*-Funktion von $GF(p^n)$ nach $GF(p)$, so können die Folgenglieder von $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mittels $a_i = Tr(\alpha^i)$ dargestellt werden. Zu jeder weiteren maximalen Schieberegisterfolge $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ existiert ein d, so daß $b_n = a_{dn}$ gilt. Die Kreuzkorrelation $C_d(t)$ der Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist durch

$$C_d(t) = \sum_{i=0}^{p^n-2} \zeta^{a_{i+t}-b_i} = \sum_{i=0}^{p^n-2} \zeta^{Tr(\alpha^{i+t}-\alpha^{di})}$$

gegeben, wobei ζ eine primitive komplexe p-te Einheitswurzel ist.

Von besonderem Interesse sind solche Paare von Folgen, für die $C_d(t)$ möglichst wenige (und möglichst geringe) Werte annimmt. Die wichtigsten bisher erzielten Resultate sind:

- $C_d(t)$ ist auf den zyklotomischen Nebenklassen $mod\ p^n - 1$ konstant, [6]
- $C_d(t)$ ist eine reelle Zahl, [6]
- $C_d(t)$ ist genau dann eine ganze Zahl, falls $d \equiv 1\ (mod\ p-1)$ ist, [3]

- Ist $n/ggt(n,k)$ ungerade, $d = \frac{1}{2}(p^{2k}+1)$ oder $d = p^{2k} - p^k + 1$ und d keine p-Potenz $mod\, p^n - 1$, so nimmt $C_d(t)$ drei Werte an. [3]

Die weiteren Untersuchungen sollen mittels eines von mir erstellten Magma-Programms, das $C_d(t)$ auch für grössere Werte von p und n berechnen kann, zunächst in drei Richtungen gehen:

- Bestimmung von Werten von d, für die $C_d(t)$ ganzzahlig ist, auch wenn der Wertebereich dadurch unter Umständen nicht minimal ist,
- Angabe von Folgenpaaren, für die die Anzahl der Werte von $C_d(t)$ minimal ist.
- Außerdem soll das Verhalten von $C_d(t)$ auch für den Fall untersucht werden, daß $(b_n)_{n\in I\!N}$ nicht maximale Periodenlänge hat.

Im binären Fall gibt es einen Zusammenhang zwischen den Werten von $C_d(t)$ und dem Hamming-Gewichtsverteilungspolynom eines geeigneten $[2^n - 1, 2n, 2^{n-1}]$-Simplexcodes. Für den Fall, daß p ungerade ist, ist zu überprüfen, ob ein Zusammenhang zwischen den Werten von $C_d(t)$ und dem vollständigen Lee-Gewichtsverteilungspolynom eines Codes besteht, der Summe von zwei äquidistanten Codes ist.

Außerdem soll untersucht werden, inwieweit die neuesten Ergebnisse über binäre Schieberegisterfolgen auf den Fall ungerader Charakteristik übertragen werden können. [1]

Aktivitäten

- Besuch des Seminars zur *Codierungstheorie* bei Hanfried Lenz und Ralph–Hardo Schulz mit Vortrag
- Besuch des Kolloquiums für Examenskandidaten und Doktoranden bei Prof. R.-H. Schulz
- Besuch des Kolloquiums über Kombinatorik in Braunschweig im November 1996
- Besuch von Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs

Ausblick

Im Sommersemester 1997 plane ich einen Forschungsaufenthalt an der Universität Bergen (Norwegen).

Literatur

[1] T. W. Cusick, H. Dobbertin: *Some New Three-Valued Crosscorrelation Functions for Binary m-Sequences.* IEEE Transactions on Information Theory **42**,4 (1996), 1238-1240

[2] S. W. Golomb: *Shift register sequences.* Laguna Hills 1982

[3] T. Helleseth: *Some results about the crosscorrelation between two maximal linear sequences.* Discrete Mathematics **16** (1976), 209-232

[4] R. Lidl, H. Niederreiter: *Introduction to finite fields and their applications.* rev. edition, Cambridge 1994

[5] Y. Niho: *Multi-valued cross-correlation functions beween two maximal recursive sequences.* PhD-Dissertation, Department of Electrical Engineering, University of Southern California, Los Angeles, California, 1972

[6] H. M. Trachtenberg: *On the cross-correlation functions of maximal linear recurring sequences.* Dissertation, Faculty of the Graduate School, University of Southern California, Los Angeles, California, 1970

Till Nierhoff

Betreuer:	Prof. Dr. H. J. Prömel
Arbeitsbereich:	Graphenalgorithmen
Thema:	Average Case Analyse der Qualität von Graphenalgorithmen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit April 1996

Darstellung des Promotionsthemas

Um die Qualität von Algorithmen zu bestimmen, unterzieht man sie meist einer Worst Case Analyse. Eine andere Möglichkeit dazu ist die Average Case Analyse, die den Vorteil hat, daß sie den Einfluß von vereinzelten pathologischen Fällen ausmittelt. Hier werden sozusagen auch die Schokoladenseiten des Algorithmus berücksichtigt.

Man kann darüber streiten, ob die betrachteten Modelle realistisch sind, denn schließlich sind Eingaben in Anwendungen deterministisch. Allerdings sind die Eingaben, die in NP-Vollständigkeitsbeweisen konstruiert werden, meist auch nicht realistischer — außerdem spiegeln Zufallsmodelle Situationen wider, die für das empirische Testen von Algorithmen typisch sind.

Wesentlich für die Average Case Analyse ist neben dem Algorithmus daher auch das Modell für die Eingabe; für Graphenalgorithmen also ein Modell für zufällige Graphen. Neben den geläufigen Modellen $G_{n,p}$ (der Graph hat n Knoten und jede Kante tritt mit Wahrscheinlichkeit $p = p(n)$ unabhängig von den anderen auf) und $G_{n,m}$ (der Graph hat n Knoten und eine gleichverteilt zufällige Auswahl von m Kanten) tauchen in diesem Zusammenhang auch solche wie $G_{n,r}$ (Gleichverteilung auf den r-regulären Graphen mit n Knoten) auf.

Die Theorie zufälliger Graphen, die durch Veröffentlichungen von Erdős und Rényi ihren Anfang nahm (siehe hierzu [1]), hat bereits viele Strukturaussagen zu diesen Modellen geliefert, insbesondere auch zu Werten von Graphinvarianten. Wenn man also die durchschnittliche Leistung eines Algorithmus analysiert hat, kann man diese als Vergleich heranziehen. Diese — neuere — algorithmische Theorie zufälliger Graphen wird in einem Übersichtsartikel von Frieze und McDiarmid [2] zusammengefaßt.

Arbeitsgebiet

Im letzten Semester habe ich mich mit der Greedy-Heuristik (Greedy) für r-stabile Mengen befaßt. Eine r-stabile Menge ist eine Knotenteilmenge eines Graphen, wo je zwei Knoten Abstand mindestens $r+1$ haben. Eine gewöhnliche stabile Menge ist also 1-stabil.

Das Problem $\alpha_r(G) := \max\{|W| : W \subset V(G) \text{ ist } r\text{-stabil}\}$ zu bestimmen ist NP-vollständig und auch genauso gut bzw. schlecht approximierbar wie das Problem, die maximale Größe einer stabilen Menge zu berechnen.

Das probabilistische Verhalten von Greedy für das letztere Problem im $G_{n,p}$-Modell wurde von Grimmett und McDiarmid analysiert [3, 4]. Bernd Kreuter und ich haben diese Ergebnisse für gewisse vernünftige Bandbreiten von p auf den Fall $r > 1$ verallgemeinert: Wenn $g_r(G)$ die Größe einer von Greedy gelieferten r-stabilen Menge bezeichnet, dann gilt mit hoher Wahrscheinlichkeit

$$g_r \approx \frac{r \log np}{(np)^{r-1}p} \quad \text{und} \quad \alpha_r(G) \leq \frac{2r \log np}{(np)^{r-1}p}.$$

Das heißt also, daß Greedy für r-stabile Mengen im Durchschnitt 1/2-approximativ ist.

Mögliche Konsequenzen dieser Verallgemeinerung betreffen das Verhalten von Greedy für r-dominierende Mengen, die eine analoge Verallgemeinerung gewöhnlicher dominierender Mengen sind. Das entsprechende Optimierungsproblem ist in diesem Fall das Dual des k-center-Problems mit Anwendungen in der Ressourcenallokation in verteilten Systemen.

Aktivitäten

- Graduiertenkollegsvorlesung und -kolloquium mit Vortrag „Stabile Mengen - durchschnittliches approximatives Verhalten der Greedy-Heuristik“
- Berlin-Poznan-Seminar „Discrete Mathematics“ mit Vortrag „A tight bound on the irregularity strength of graphs“
- Sommerschule „Randomized Algorithms“ des Berlin-Poznan-Seminars mit Vortrag „Randomized Greedy Matching“
- Vorlesung „Topics in Distributed Computing“ bei Dr. A. Panconesi
- Mitbetreuung Seminar „Approximationsalgorithmen“

Literatur

[1] B. Bollobás. *Random Graphs.* Academic Press, 1985.

[2] A. Frieze and C. McDiarmid. Algorithmic theory of random graphs. manuscript, 1996.

[3] Grimmet and C. McDiarmid. On couloring random graphs. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 77:313–324, 1975.

[4] C. McDiarmid. Colouring random graphs. *Annals of Operations Research*, 1:183–200, 1984.

Frank Recker

Betreuer:	Prof. Dr. Martin Aigner
Arbeitsbereich:	Kombinatorik
Thema:	Kombinatorische Suche in Bäumen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1994

Darstellung des Promotionsthemas

Gegeben sei ein gerichteter Baum, also ein Baum, mit einer eindeutigen Wurzel. In diesem Baum seien einige Blätter ausgezeichnet. Im weiteren nennen wir diese Blätter defekt. Der Grund dafür ist historischer Natur. Er wird z.B. in [2] vorgestellt. Weiterhin gebe es ein Orakel, das zu jedem Teilbaum ermittelt, ob dieser ein defektes Blatt besitzt. In der kombinatorischen Suche werden solche Teilbäume als kontaminiert bezeichnet.

Wir untersuchen nun die Anzahl der notwendigen Fragen an das Orakel, mit denen sich alle defekten Blätter ermitteln lassen. Für eine formale Einführung dieser Suchkomplexität verweise ich auf [1, 2] und auf meine früheren Semesterberichte.

Arbeitsgebiet

Wir haben die Suchkomplexität bei verschiedenen Ausgangssituationen betrachtet. Zunächst untersuchten wir den Fall, daß lediglich ein Blatt defekt ist. Dies ist als Verallgemeinerung von [3] anzusehen.

Danach haben wir viele aus der allgemeinen Theorie bekannten Modifikationen dieses Modells betrachtet. Diese waren

- mehrere Blätter sind defekt,
- die Anzahl der defekten Blätter ist unbekannt (kompetitive Suche),
- das Orakel darf einmal lügen und
- die Fragen werden teilweise parallel gestellt.

Ergebnisse

Wir konnten in diesem Semester eine geschlossene Formel für den Fall angeben, daß das Orakel einmal lügen darf. Ist T ein vollständiger binärer Baum mit 2^m Blättern, $m = \{1, 2, \ldots\}$, so ist die Suchkomplexität

$$C(m) = m + \left\lceil \sqrt{2m + \frac{1}{4}} + \frac{1}{2} \right\rceil .$$

Weiterhin haben wir die Suchkomplexität ermittelt, wenn die Frage teilweise parallel gestellt werden müssen. Die Vorgabe war, daß alle Frage in $r \geq 1$ Runden zu stellen sind. Alle Fragen einer Runde werden parallel beantwortet. Wir konnten zeigen, daß im Fall $r = 1$ bei einem Baum mit n Blättern immer $n - 1$ Fragen notwendig sind. Im allgemeinen sind bei einem q-regulären Baum mit q^m Blättern, $m \in \{0, 1, \ldots\}$ und r Runden genau

$$C_r(q, m) = (r + (q-1)\,(m \bmod r))\, q^{\lfloor \frac{m}{r} \rfloor} - r$$

Fragen notwendig.

Aktivitäten

Tagungen

- "Colloquium on Combinatorics" in Braunschweig

Vorlesungen und Seminare

- Vorlesung Graphentheorie bei Stephan Brandt
- Vorlesung und Seminar des Graduiertenkollegs
- Vortrag im Diplomanden- und Doktorandenseminar bei Aigner

Ausblick

Ich werde im März 1997 meine Dissertation abgeben. Damit endet auch mein Stipendium im Graduiertenkolleg.

Literatur

[1] Martin Aigner, *Combinatorical Search*, Teubner-Wiley, Leibzig/New York, 1988.

[2] Ding-Zhu Du and Frank K. Hwang, *Combinatorical Group Testing*, Series on applied mathematics **3** 1993.

[3] Ronald L. Rivest, *The Game of "N" Questions on a Tree*, Discret Mathematics **17** (1977) 181–186.

Regina Urbaniak

Betreuer:	Priv. Doz. Dr. Weismantel / Prof. Dr. M.Grötschel
Arbeitsbereich:	Kombinatorische Optimierung
Thema:	Testmengen in der Ganzzahligen Optimierung
Stipendiatin	im Graduiertenkolleg seit April 1995

Darstellung des Promotionsthemas und Ergebnisse

Eine Testmenge eines ganzzahligen Programms ist eine endliche Menge von Vektoren, so daß jeder nicht optimale, zulässige Punkt des Programms durch Addition eines Elements aus der Testmenge verbessert werden kann. Testmengen für ganzzahlige Programme definieren Erzeugendensysteme für die ganzzahligen Punkte in gewissen Kegeln. Diese Erzeugendensysteme spielen eine wichtige Rolle in verschiedenen Gebieten der Algebra, der Zahlentheorie, der Kombinatorik und der Geometrie. Beispielsweise besteht ein Zusammenhang zwischen kurzen Vektoren in Gittern, zwischen dem gruppentheoretischen Ansatz in der ganzzahligen Optimierung und dem Studium von Testmengen (siehe zum Beispiel [4], [6] und [5]).

Die bisher bekannten Algorithmen zur Berechnung einer Testmenge bzw. eines Erzeugendensystems, sind zur Behandlung von großen Problemen nicht geeignet. Ein Ansatz, um in dieser Richtung Fortschritte zu erzielen, besteht in der Verwendung von Dekompositionstechniken für ganzzahlige Programme.

Um eine universelle Testmenge für das Optimierungsproblem $max\{c^T x : Ax \leq b,\ l \leq x \leq u, x\ ganzz.\}$ zu bestimmen, wurde ein Zeilenkompositionsalgorithmus entwickelt und implementiert, der es ermöglicht, mit der Berechnung einer Testmenge für ein "einfacheres" Problem zu beginnen und diese Menge anschließend zur Konstruktion der gesuchten Testmenge zu verwenden. In groben Zügen kann das Verfahren wie folgt beschrieben werden. Sei A_i die Teilmatrix von A, die aus den Zeilen $1, \ldots, i$ besteht. Berechne die Testmenge T^i für das Optimierunsproblem $max\{c^T x : A_i x \leq b,\ l \leq x \leq u, x\ ganzz.\}$ und verwende sie, um T^{i+1} zu bestimmen. Der Beweis der Korrektheit dieses Verfahrens folgt aus dem sogenannten Dekompositionslemma (siehe [1]) das besagt, daß jedes Element in T^{i+1} als spezielle ganzzahlige Kombination der Elemente in T^i geschrieben werden kann. Die numerischen Resultate (siehe [1]) zeigen, daß mit dem Zeilenkompositionsalgorithmus die universelle Testmenge wesentlich schneller berechnet werden kann, als mit dem bis jetzt verwendeten Algorithmus, der auf der ganzen Matrix A arbeitet.

Das hier beschriebene Verfahren kann allgemein zur Berechnung von ganzzahligen Erzeugendensystemen (beispielsweise Hilbert Basen von Kegeln) verwendet werden. Ferner ermöglicht es, nur den Teil der Testmenge zu bestimmen, der Augmentierungsvektoren für einen gegebenen nicht optimalen, zulässigen Punkt enthält. Dies ist besonders wichtig wenn man nicht an der universellen Testmenge, sondern an der Lösung eines Problems mit fester Zielfunktion und festen Schranken u und b interessiert ist.

Angewendet wurde der obige Algorithmus auf das *Frobenius Problem*: Gegeben seien n natürliche Zahlen $a_1, \ldots, a_n$ mit $ggT(a_1, \ldots, a_n) = 1$, finde die größte natürliche Zahl $fr(a_1, \ldots, a_n)$, die sich nicht darstellen läßt als ganzzahlige konische Kombination von $a_1, \ldots, a_n$. Da $fr(a_1, \ldots, a_n)$ durch $b := a_1 a_n - a_1 - a_n$ beschränkt werden kann (siehe [3]), läßt sich die Frobenius Zahl $fr(a_1, \ldots, a_n)$ durch das Lösen einer Reihe von Subset Sum Problemen bestimmen. Mit dem Testmengen–Ansatz kann die Aufgabe dadurch gelöst werden, daß man zunächst die Testmenge für $max\{a^T x : a^T x \leq b, x \geq 0, x\ ganzz.\}$ bestimmt (sie hängt nicht von der rechten Seite b ab !), um dann für alle $b_0 \leq b$ das Optimum zu berechnen und zu überprüfen, ob es die gefordete Bedingung erfüllt. Wird die Berechnung der Testmenge für ein Optimierungsproblem von der Form (1) $max\{c^T x : a^T x \leq b, l \leq x \leq u, x\ ganzz.\}$ zu aufwendig, so kann man das Problem durch Skalierung und Dekomposition der Eingabedaten vereinfachen und (1) durch eine Familie von anderen Problemen, die wesentlich einfacher zu lösen sind, ersetzen. Eine genaue Erklärung der obigen Methode (die auch für beliebige Programme anwendbar ist), sowie die numerischen Resultate für das Frobenius Problem, finden sich in [1].

Fügt man zu einem Optimierungsproblem, dessen Testmenge als bekannt vorausgesetzt wird, eine neue Variable hinzu, so kann man im allgemeinen keine Aussagen über die Testmenge des erweiterten Problems machen. Zu diesem Thema wurde ein Spezialfall untersucht, nämlich die Berechnung einer universellen Testmenge für die Familie von Rucksackproblemen von der Form $\max\{c^T x : x_1 + 2x_2 + \ldots + nx_n = b,\ 0 \leq x_i \leq u_i, x_i \text{ ganzz. }\}$ die man durch das Variieren der Vektoren c, u und der rechten Seite b erhält. In [2] wurde bewiesen, daß diese Testmenge der Menge aller irreduziblen ganzzahligen Lösungen (so genannten *primitive partition identities*) der Gleichung $x_1 + 2x_2 + \ldots + nx_n = 0$ entspricht. Um diese Lösungen für ein festes n zu berechnen, wurde ein Verfahren entwickelt, bewiesen und implementiert, das auf folgender Idee basiert. Man nimmt an, daß alle *primitive partition identities* $P(n-1)$ für $n-1$ bekannt sind und verwendet diese, um zunächst alle irreduziblen Lösungen x der obigen Gleichung mit $x_n \in \{1, -1\}$ zu berechnen. Die restlichen Lösungen werden aus der zuletzt berechneten Menge konstruiert. Fordert man zusätzlich, daß $x_1 + \ldots + x_n = 0$ erfüllt ist, so spricht man von sogenannten *homogeneous partition identities*. Diese spielen eine wichtige Rolle in der Angewandten Statistik (siehe z.B. [2]). Sie lassen sich mit dem bereits erwähnten Zeilenkompositionsalgorithmus berechnen, indem man mit $P(n)$ startet und die Zeile $(1, 1, \ldots, 1)$ (die der Gleichung $x_1 + \ldots + x_n = 0$ entspricht) hinzufügt.

Ausblick

Gegenwärtig arbeite ich an der Rekonstruktion einer Testmenge aus einer bereits bekannten, und an der praktischen Umsetzung der theoretischen Resultate. Ferner habe ich vor, die Dissertation fertigzustellen.

Aktivitäten

- Vorträge an folgenden Tagungen:
  - *International Colloquium on Combinatorics and Graph Theory*, Balatonlelle, Ungarn, 15.07.96 – 19.07.96,
  - *Symposium on Operations Research*, Braunschweig, 04.09.96 – 06.09.96,
  - *Workshop on Test Sets in Integer Programming*, ZIB Berlin, 20 – 22.10.1996,
  - *INFORMS*, Atlanta, USA, 03.11.96 – 06.11.96,
- Forschungsaufenthalt am CORE, Louvain-la-Neuve, Belgien (20.11.96 – 29.11.96) mit Vortrag
- Mithilfe bei der Organisation des *Worhshops on Test Sets in Integer Programming* am Konrad–Zuse–Zentrum für Informationstechnik, Berlin, (20.10.96 – 22.10.96)

Literatur

[1] G. Cornuejols, R. Urbaniak, R. Weismantel & L. Wolsey: *A primal approach for multidimensional knapsack problems*, in Vorbereitung.

[2] P. Diaconis, R. L. Graham & B. Sturmfels: *Primitive partition identieties*, *Paul Erdös is 80*, Vol II, Janos Bolyai Society, Budapest, pp. 1–20 (1995).

[3] A. Schrijver: *Theory of linear and integer programming,* Wiley–Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization, New York, 1986.

[4] B. Sturmfels, R. Weismantel & G. M. Ziegler: *Gröbner bases of lattices, corner polyhedra and integer programming*, *Beiträge zur Geometrie und Algebra*, 36:281–298, 1995.

[5] R. Thomas & R. Weismantel: *Test sets and inequalities*, in W. H. Cunningham, S. T. McCormick und M. Queyranne, Editoren, *Integer Programming and Combinatorial Optimization*, Volume 1084 der *Lecture Notes in Computer Science*, Seiten 16–30. Springer Verlag, 1996.

[6] R. Urbaniak, R. Weismantel & G. M. Ziegler: *A variant of the Buchberger algorithm for integer programming*, Preprint SC 94-29, Konrad–Zuse–Zentrum für Informationstechnik Berlin, 1994. Erscheint in SIAM Journal on Discrete Mathematics.