Freie Universität Berlin, Fachbereich Mathematik und Informatik
Takustr. 9, 14195 Berlin–Dahlem
Tel. (030) 838 75104

Graduiertenkolleg Algorithmische Diskrete Mathematik

Semesterheft

Sommer 1996

Inhaltsverzeichnis

1 Vorstellung

Das Graduiertenkolleg “Algorithmische Diskrete Mathematik” besteht seit Oktober 1991 am Fachbereich Mathematik und Informatik der Freien Universität und wird von den drei Berliner Universitäten – Freie Universität, Technische Universität und Humboldt-Universität – und dem Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik getragen. Es finanziert sich aus Mitteln der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) und bietet ein Stipendium zur Promotion für die Dauer von zwei Jahren.

Es nehmen zur Zeit 11 Stipendiaten und 2 Postdoktoranden daran teil, die sich mit ihren Arbeiten nachfolgend vorstellen. Am Graduiertenkolleg beteiligen sich weiterhin über 40 Doktoranden als assoziierte Studenten. Der Studienbeginn ist jeweils der 1. April oder 1. Oktober. Die nächste Ausschreibung für die Bewerbung zur Neuaufnahme als Promotionsstipendiat erfolgt voraussichtlich im Mai 1996 in der *ZEIT*.

Die Kollegiaten sollen sich ein breites, aktuelles und forschungsorientiertes Wissen innerhalb der algorithmischen diskreten Mathematik, welches über die spezielle Thematik ihrer jeweiligen Dissertation hinausgeht, aneignen. Dies wird durch Förderung der Kommunikation unter den Kollegiaten, durch zahlreiche Seminare im Kolleg sowie rege Kontakte zu international renommierten Wissenschaftlern unterstützt. Zur Verwirklichung finden folgende Veranstaltungen statt:

- Forschungsorientierte Vorlesungen zu Themen aus Kombinatorik, Graphentheorie, Kombinatorischer Optimierung, Codierungstheorie, Numerik, Graphenalgorithmen, Entwurf und Analyse von Algorithmen und ähnlichem;

- Doktorandenseminare zu den Gebieten, welche Vorhaben aller Stipendiaten und assoziierter Mitglieder umfassen;

- Spezialschulen (einmal jährlich) zu aktuellen Themen;

- Kollegsvorlesung und -kolloquium an jedem Montag des Semesters mit Vorlesungen/Vorträgen von Dozenten des Kollegs und Gästen bzw. der Stipendiaten.

Inhaltliche Zielsetzung

Aus den klassischen Gebieten wie Kombinatorik oder Graphentheorie hat sich die Diskrete Mathematik unter Einbeziehung des algorithmischen Standpunktes zu einem Themenkreis entwickelt, der Aspekte der Grundlagen, wie auch der angewandten Wissenschaften vereint. Codierungstheorie und Datensicherheit, algorithmische Zahlentheorie und Computer Algebra, algorithmische und diskrete Geometrie sowie Robotik, Netzwerkplanung, Entwurf von Algorithmen - hier leistet die algorithmische diskrete Mathematik wesentliche Beiträge für Anwendungen. Im Zentrum des Graduiertenkollegs stehen Themen, die in integraler Weise Fragen und Methoden aus Mathematik und Informatik verknüpfen - wie z.B. Bewegungsplanung, Mustererkennung, algorithmische Geometrie. Flankiert werden sie durch Grundlagengebiete wie Kombinatorik, Graphentheorie und Graphenalgorithmen, Geometrie, Gruppentheorie und anwendungsorientierte Themen wie Optimierung und Informatik. Gemeinsame Richtschnur ist das Verstärken der Fähigkeit, diskrete Probleme zu modellieren, zu analysieren und effiziente Algorithmen zu ihrer Lösung zu entwickeln.

Kontakte und Informationen

Auskünfte sind über die Koordinatorin des Graduiertenkollegs montags bis donnerstags 9.00 – 12.00 Uhr erhältlich. Für interessierte Studenten oder Externe besteht die Möglichkeit, sich in den Informations- und Veranstaltungsverteiler aufnehmen zu lassen.

Koordination/Sekretariat: Bettina Felsner
Tel. (030) 838 75104, Fax: 030-838 75 109
E–mail: `bfelsner@inf.fu-berlin.de`

Sprecher des Graduiertenkollegs: Prof. Dr. Helmut Alt
Tel. (030) 838 75160
E–mail: `alt@inf.fu-berlin.de`

Kollegsadresse:
Freie Universität Berlin,
Institut für Informatik,
FB Mathematik und Informatik
Takustraße 9, 14195 Berlin

2 Dozenten des Kollegs und ihre Fachgebiete

Prof. Dr. Helmut Alt
Institut für Informatik
Freie Universität Berlin
Takustr. 9, 14195 Berlin
Tel.: 838-75160, E-mail: `alt@inf.fu-berlin.de`

- Algorithmische Geometrie,
  Geometrische Methoden in der Mustererkennung.

Prof. Dr. Martin Aigner
Institut für Mathematik II
Freie Universität Berlin
Arnimallee 3, 14195 Berlin
Tel.: 838-75443, E-mail: `aigner@math.fu-berlin.de`

- Algorithmische Kombinatorik, Graphentheorie

Prof. Dr. Martin Grötschel
Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik
Heilbronner Str. 10, 10711 Berlin
Tel.: 89604-210, E-mail: `groetschel@zib-berlin.de`

- Kombinatorische Optimierung

Prof. Dr. Heinz-Adolf Jung
Fachbereich Mathematik, MA 8–1
Technische Universität Berlin
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25062, E-mail: `jung@math.tu-berlin.de`

- Graphentheorie

Prof. Dr. Rolf H. Möhring
Fachbereich Mathematik, MA 6–1
Technische Universität Berlin
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-24594, E-mail: `moehring@math.tu-berlin.de`

- Graphenalgorithmen, Kombinatorische Optimierung.

Prof. Dr. Hans-Jürgen Prömel
Institut für Informatik
Humboldt-Universität zu Berlin
Unter den Linden 6, 10099 Berlin
Tel.: 201 81 295, E-mail: proemel@informatik.hu-berlin.de

- Zufällige diskrete Strukturen, Graphenalgorithmen.

Prof. Dr. Ralph-Hardo Schulz
Institut für Mathematik II
Freie Universität Berlin
Arnimallee 3, 14195 Berlin
Tel.: 838-75433, E-mail: schulz@math.fu-berlin.de

- Codierungstheorie, Kombinatorik

Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Fachbereich Mathematik, MA 6–1
Technische Universität Berlin
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25730, E-mail: ziegler@math.tu-berlin.de

- Diskrete Geometrie, Algorithmische Kombinatorik,
  Kombinatorische Optimierung.

3 Die Mitglieder des Kollegs

Stephan Brandt, Dr.
Freie Universität Berlin, FB Mathematik und Informatik
Arnimallee 2-6, Raum 106, 14195 Berlin
Tel.: 838-75343, E-mail: `brandt@math.fu-berlin.de`

Eva Maria Feichtner
Technische Universität Berlin, Fachbereich Mathematik, Sekr. MA 6-1,
Zimmer MA 613, Strasse des 17. Juni 136,
10623 Berlin
Tel.: 314 25735, E-mail: `feichtne@math.tu-berlin.de`

Petra Knieper
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin
(Dienstsitz: Lindenstr. 54a, 10177 Berlin)
Tel.: 20181-297, E-mail: `knieper@informatik.hu-berlin.de`

Matthias Kriesell
Technische Universität Berlin, FB Mathematik
Sekr. MA 8-2, Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin,
E-mail: `kriesell@math.tu-berlin.de`

Ewa Malesińska
Technische Universität Berlin, FB Mathematik
Sekr. MA 6-1, Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25758, E-mail: `malesin@math.tu-berlin.de`

Hans Mielke
Freie Universität Berlin, FB Mathematik und Informatik
Arnimallee 2-6, 14195 Berlin, Zimmer 107
Tel.: 838 75344, E-mail: `mielke@math.fu-berlin.de`

Eva Nuria Müller
Freie Universität Berlin, FB Mathematik und Informatik
Arnimallee 2-6, Raum 107, 14195 Berlin
Tel.: 838-75433, E-mail: `nuria@math.fu-berlin.de`

Till Nierhoff
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin
(Dienstsitz: Lindenstr. 54a, 10177 Berlin)
Tel.: 20181-290, E-mail: nierhoff@informatik.hu-berlin.de

Jörg Rambau
Technische Universität Berlin, FB Mathematik
Sekr. MA 6-1, Zimmer MA 706, Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25758, E-mail: rambau@math.tu-berlin.de

Frank Recker
Freie Universität Berlin, FB Mathematik und Informatik
Arnimallee 2-6, 14195 Berlin, Zimmer 106
Tel.: 838-75343, E-mail: recker@math.fu-berlin.de

Regina Urbaniak
Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin (ZIB)
Heilbronner Str. 10, 10711 Berlin
Tel.: 89604-246, E-mail: urban@zib-berlin.de

Lorenz Wernisch, Dr.
Freie Universität Berlin, FB Mathematik und Informatik
Takustr. 9, 14195 Berlin
Tel.: 838-75153, E-mail: wernisch@inf.fu-berlin.de

Jörg Zuther
Technische Universität Berlin, FB Mathematik
Sekr. MA 8-1, Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-27756, E-mail: zuther@math.tu-berlin.de

4 Kollegsvorlesung und –kolloquium

Von Dozenten und Gästen des Kollegs wird jeden Montag im Semester eine Vorlesung gehalten, die eine Einführung in ein Spezialgebiet aus dem Bereich algorithmische diskrete Mathematik gibt. Anschließend im Kolloquium werden speziellere Themen behandelt. Häufig vertieft der Kolloquiumsvortrag das Thema der Vorlesung. Vorlesungen und Kolloquien werden durch Aushang an den einzelnen Universitäten (Fachbereiche und Arbeitsgruppen der Dozenten, neben dem Sekretariat in der Takustr. 9, Raum 111) angekündigt. Außerdem werden eine Woche im voraus Termin, Ort und Thema der Veranstaltung über E-mail an interessierte Gruppen oder Einzelpersonen bekanntgegeben. (Interessenten können sich über die Koordinatorin des Kollegs, Bettina Felsner, auf einen Verteiler für das Verschicken der Ankündigungen setzen lassen.)

Vorlesungs- und Kolloquiumsplan des Kollegs

Termin	*VL 14–16*	*Koll 16–17*	*Ort*
15.4.	S. Näher, Halle	L. Wernisch, FU	FU
22.4.	E. Triesch, Bonn	F. Recker, FU	FU
29.4.	R. Diestel, Chemnitz	A. Schulz, TU	HU
6.5.	H. Alt, FU	R. Shamir, Tel Aviv	FU
13.5.	V. Rödl	L. Anderson, Texas	HU
20.5.	A. Recski, Budapest	S. Hartmann, TU	TU
3.6.	H.-A. Jung, TU	L. Kettner, Zürich	TU
10.6.	R. Seidel, Saarbrücken	R. Urbaniak, TU	TU
24.6.	Dozent der Sommerschule	K. Truemper, USA	TU
1.7.	T. Jensen, Chemnitz	G. Royle, Australien	FU
8.7.	R.-H. Schulz, FU	E. Müller, FU	FU

Die Veranstaltungen finden montags 14.00 – 16.00 Uhr bzw. 16.00 – 17.00 Uhr an wechselnden Orten statt.

Die Veranstaltungsorte sind:

(FU) Freie Universität Berlin,
Institut für Informatik, Takustr. 9, Raum 005;

(HU) Humboldt–Universität zu Berlin,
Fachbereich Informatik, Lindenstr. 54a, Raum 327

(TU) Technische Universität Berlin,
Fachbereich Mathematik, Str. des 17. Juni 136, Raum MA 301
(bzw. MA 304 am 20.5.96)

Die Kollegsvorlesungen im einzelnen

Montag, 15. April 1996 [FU]
Stefan Näher, Martin–Luther Universität Halle–Wittenberg
Ein eleganter und effizienter Algorithmus zum Planaritätstest von Graphen

Die Vorlesung befaßt sich mit einem grundlegenden Problem aus dem Gebiet der Graphenalgorithmen: Teste, ob ein gegebener Graph *planar* ist, d.h. ohne Überschneidungen von Kanten in die Ebene gezeichnet werden kann. Wir werden dazu ein effizientes und elegantes Verfahren von Booth und Lueker aus dem Jahr 1976 kennenlernen, das eine spezielle Nummerierung der Knoten (die sog. st-Nummerierung) und eine Datenstruktur zur Darstellung von Permutationen (den *PQ-Baum*) verwendet. Der resultierende Algorithmus testet in Linearzeit $O(n+m)$, ob ein Graph mit n Knoten und m Kanten planar ist. Falls der Graph planar ist, liefert der Algorithmus zusätzlich eine planare Einbettung.
Literatur:

- Nisheziki, Chiba Planar Graphs: Theory and Algorithms Annals of Diescrete Mathematics 32, North-Holland, 1988

- Booth, Lueker: Testing for the Consecutive Ones Property, Interval Graphs, and Graph Planarity Testing Using PQ-Tree Algorithms, Journal of Computer and System Sciences 13, 335-379, 1976

Montag, 22. April 1996 [FU]
Eberhard Triesch, Bonn
(Thema wird bekannt gegeben)

Montag, 29. April 1996 [HU]
Reinhard Diestel, TU Chemnitz–Zwickau
Minoren, Baumstrukturen und WQO

Ziel der Vorlesung ist es, einen - notgedrungen oberflächlichen - Eindruck des Robertson–Seymour'schen Minorensatzes zu vermitteln: seiner Aussage, seiner Bedeutung, und seines Beweises.

Ausgehend vom Begriff der Wohlquasiordnung und einem Beweis des Satzes von Kruskal, daß die endlichen Bäume durch die Minorenrelation wohlquasigeordnet sind, gehen wir den folgenden Frage nach:

- Wie läßt sich der Satz von Kruskal auf lediglich "baumähnliche" Graphen verallgemeinern?
- Wie kann eine solche Verallgemeinerung beim Beweis des Minorensatzes helfen, daß die endlichen Graphen insgesamt wohlquasigeordnet sind?

Die Vorlesung wird einerseits in erzählender Weise einen Überblick über den Beweis des Minorensatzes insgesamt geben, andererseits an einer oder zwei Stellen konkrete Teilaussagen relativ genau beweisen, um einen Eindruck von der Art der hier auftretenden Argumente zu vermitteln.

Montag, 6. Mai 1996 [FU]
Helmut Alt, Freie Universität Berlin
Wie schnell kann man rechnen ?

Algorithmen zum Addieren, Multiplizieren, Dividieren, Wurzelziehen o.ä. gehören zu den ältesten überhaupt. Hier soll die Effizienz solcher Algorithmen untersucht werden, das heißt die Zahl der Elementaroperationen auf einzelnen Ziffern, die nötig sind, um obige Operationen auf n-stelligen Zahlen durchzuführen. Dabei werden, ausgehend von den "klassischen" Methoden, effizientere Algorithmen entwickelt bis hin zum "schnellsten" bekannten Multiplikationsalgorithmus von Schönhage und Strassen. Dann soll auf die Auswertung komplexerer Funktionen wie Division, Quadratwurzel, Exponentialfunktion, Logarithmus usw. sowie auf mögliche Reduktionen zwischen diesen Funktionen eingegangen werden. Es stellt sich heraus, daß eine erstaunlich große Klasse von Funktionen im wesentlichen gleich schwer zu berechnen ist wie die einfache Multiplikation.

Die Berliner und Potsdamer Mathematischen Institute veranstalten im Schloßtheater des Neuen Palais, Potsdam

Freitag, 10. Mai 1996, 14.00 Uhr

Euler–Vorlesung

Lázló Lovász "Graphs and their geometric representations"
(Hauptvortrag)

In der Einführung spricht Dr. H. Pieper über "Die Eulersche Identität – eine Brücke zwischen Analysis, Arithmetik und Kombinatorik". Anschließend findet ein Empfang im Foyer des Auditorium Maximum (Haus 8) der Universität Potsdam statt.

Montag, 13. Mai 1996 [HU]
Vojtech Rödl, Emory University, Atlanta
Extremal Problems on Set Systems
(jointly with P. Frankl)

For a family $\boldsymbol{F}(k) = \{\mathcal{F}_1^{(k)}, \mathcal{F}_2^{(k)}, \ldots, \mathcal{F}_t^{(k)}\}$ of k-uniform hypergraphs let $ex(n, \boldsymbol{F}(k))$ denote the maximum number of k-tuples which a k-uniform hypergraph on n vertices and not containing any member of $\boldsymbol{F}(k)$ may have. Let $r_k(n)$ denote the maximum cardinality of a set of integers $Z \subset [n]$, where Z contains no arithmetic progression of length k.

For any $k \geq 3$ we introduce families $\boldsymbol{F}(k) = \{\mathcal{F}_1^{(k)}, \mathcal{F}_2^{(k)}\}$ and prove that

$$c_k n^{k-1} \geq ex(nk^2, \boldsymbol{F}(k)) \geq (n^{k-2}) r_k(n)$$

holds. We conjecture that $ex(n, \boldsymbol{F}(k)) = o(n^{k-1})$ holds.

If true, this would imply the celebrated result of Szemerédi stating that $r_k(n) = o(n)$. By an earlier result of Ruzsa and Szemerédi, our conjecture is known to be true for $k = 3$. The main objective of this paper is to verify the conjecture for $k = 4$. We also consider some related problems.

Montag, 20. Mai 1996 [TU]
András Recski, Technical University of Budapest
Engineering applications of matroids

Matroids are the common generalizations of graphs, vector spaces, finite geometries etc. Hence matroid theory can effectively apply algebraic and geometric tools in combinatorics. Furthermore, matroids have a lot of practical applications in operations research, in linear and integer programming, and in engineering.

The qualitative theory of linear systems is a natural area for such applications. Various results

- in statics (rigidity of bar-and-joint frameworks),
- in pattern recognition (reconstruction of polyhedra from projected images)
- and in electric network theory (solvability and complexity of electric networks, the n-port interconnection problem, applications to network synthesis)

are presented in the lecture in a unified way, emphasizing the common mathematical tools (and hence the relations among these branches of engineering as well). Throughout, algorithmic aspects (like polynomial time decidability/solvability) will be emphasized.

Montag, 3. Juni 1996 [TU]
Heinz-Adolf Jung, Technische Universität Berlin
Fragmente in Graphen

Im Kontext des Mengerschen Satzes und seiner Verwandten Heiratssatz und Satz von Ford und Fulkerson werden minimale Trennmengen untersucht. Für manche Anwendungen ist eine genauere Übersicht über gewisse Teilgraphen der Restgraphen, sogenannte Fragmente, erforderlich. Es sollen Aspekte und Anwendungen dieses Zugangs für endliche und unendliche Graphen angesprochen werden.

Montag, 10. Juni 1996 [TU]
Raimund Seidel, U.C. Berkeley und Universität des Saarlandes
Wie gut sind konvexe–Hüllen–Algorithmen?

Wie schwierig ist es alle Ecken eines Polyeders P auszurechnen, das durch den Schnitt von m Halbräumen im $\mathbb{R}^d$ gebildet wird? Diese Schranke ist aber für großes d äußerst unbefriedigend, insbesonders wenn E, die tatsächliche Anzahl von Ecken von P, klein ist. Es ist nicht bekannt, ob dieses Eckenaufzählungsproblem in Zeit polynomiell in m, E und d lösbar ist.

In dem Vortrag wird gezeigt, wie alle wesentlichen bekannten Algorithmen für das Eckenaufzählungsproblem dazu gebracht werden können, Zeit superpolynomiell in m, E und d zu brauchen. Die dafür entwickelten Polytopklassen sind vielleicht auch in anderem Zusammenhang von Interesse.

Sommerschule

des Graduiertenkollegs "Algorithmische Diskrete Mathematik"

17. bis 20. Juni 1996, Nakenstorf

Thema: Approximation Algorithms and Combinatorial Optimization

Die Entwicklung von Approximationsalgorithmen für NP–schwere Optimierungsprobleme hat in den letzten Jahren aufsehenerregende Fortschritte gemacht. Es sind neue Techniken entwickelt worden, die lineare oder semi–definite Optimierung und Randomisierung verbinden und für eine Reihe wichtiger kombinatorischer Optimierungsprobleme zu z. T. dramatisch verbesserten Approximationsalgorithmen führen. Zudem sind generische Approximationsalgorithmen entstanden, die sowohl bekannte Algorithmen in einen gemeinsamen Kontext stellen als auch erlauben, in einfacher Weise neue Algorithmen für eine Reihe spezieller Probleme zu erhalten.
Ziel der Sommerschule ist, diese neuen Ideen und Resultate vorzustellen und deren Verständnis mittels Übungsaufgaben zu fördern. Das Programm wird von Michel X. Goemans, Jan Karel Lenstra, Rolf H. Möhring, David B. Shmoys sowie Éva Tardos getragen.

Bewerbungen mit *kurzem* Lebenslauf (Darstellung der Vorkenntnisse) und einem *kurzen* Empfehlungsschreiben eines Hochschullehrers sind bis zum 26. April 1996 zu richten an:

Prof. Dr. Rolf H. Möhring
Sommerschule '96
FB Mathematik, MA 6–1
Technische Universität Berlin
Straße des 17. Juni 136
10623 Berlin

Montag, 24. Juni 1996 [TU]

Dozent der Sommerschule Approximation Algorithms and Combinatorial Optimization

Recent Progress in Approximation Algorithms

Montag, 1. Juli 1996 [FU]

Tommy Jensen, Technische Universität Chemnitz-Zwickau

Critical Graphs

We call a graph G of chromatic number $k > 0$ *critical* if every proper subgraph of G can be properly coloured with fewer than k colours, and *vertex-critical* if the same is true at least for every proper vertex-deleted subgraph of G. For $k < 4$ it is easy to list these graphs; they are the two complete graphs K_1 and K_2 for $k = 1, 2$, and the odd cycles for $k = 3$. The critical graphs are simply the same as the vertex-critical graphs for each $k < 4$. For $k \geq 4$ we know next to nothing about the behaviour of the two kinds of graphs, except that it is rather unpredictable. It is indeed a favourite pastime of graph colour theorists to think up new classes of (vertex-)critical k-chromatic graphs with strange and unsuspected combinations of properties. This phenomenon seems to occur in full scale already starting with $k = 4$. We consider some of the classical problems on critical graphs, almost exclusively due to Paul Erdős and Gabriel Dirac, and some of the classical and new complete and partial answers, when they exist. Typical such questions would ask how dense a k-chromatic critical, respectively vertex-critical, graph might possibly grow, in a global and/or local sense. The intended punch-line of the presentation is a suggestion that perhaps there is an unforeseen peculiar qualitative difference between criticality for $k = 4$ and for $k > 4$.

Montag, 8. Juli 1996 [FU]

Ralph–Hardo Schulz, FU Berlin

Prüfzeichensysteme – Altes und Neues

Prüfzeichensysteme sind systematische Blockcodes mit einem oder zwei Prüfzeichen. Sie werden verwandt, um bei der Übertragung über einen Kanal Einzelfehler und Nachbartranspositionen, also Fehler des Types

$$a_1 \dots a_i a_j \dots a_N \;\to\; a_1 \dots a_j a_i \dots a_N$$

erkennen zu können. Bekannteste Beispiele sind der EAN-Code (Europäische Artikel-Nummern), der nicht alle Nachbartranspositionen erkennt, der ISBN-Code (Internationaler Standard-Buchnummern) sowie der Code der Deutschen

Banknoten-Numerierung. Wir behandeln in der Vorlesung neben diesen Systemen Verallgemeinerungen auf Quasigruppen und auf abelsche Gruppen. Vollständige Abbildungen, Orthomorphismen und fixpunktfreie Automorphismen werden als Hilfsmittel verwandt. Erstaunlich ist, daß gewisse Prüfzeichensysteme mit 2 Prüfziffern (also Hamming-Abstand 3), nicht nur die erwähnten Fehler erkennen und Einzelfehler korrigieren, sondern auch eine Korrektur von Nachbartranspositionen vornehmen können.

Am 11. Mai 1996 findet im Hörsaal des Instituts für Informatik der Freien Universität Berlin anläßlich des 80. Geburtstages von

Prof. Dr. Dr. h.c. Hanfried Lenz

ein

Festkolloquium

statt. Das Programm beginnt um 10.00 Uhr mit einer Begrüßung und beinhaltet am Vormittag je einen Vortrag von Prof. Dr. A. Pott (Augsburg) und Prof. Dr. P. J. Cameron (London). Nach einem gemeinsamen Mittagessen finden zwei weitere Vorträge von Prof. Dr. E. Knobloch (Berlin) und Prof. Dr. J. H. van Lint (Eindhoven) statt. Um 19.00 Uhr ist ein Empfang im Clubhaus der Universität (Goethestr. 49) geplant.

Die Kolloquiumsvorträge im einzelnen

Montag, 15. April 1996 [FU]
Lorenz Wernisch, Freie Universität Berlin
Zufällige lineare Ausdehnungen von partiellen Ordnungen

Die gleichverteilte zufällige Erzeugung kombinatorischer Strukturen hat in letzter Zeit einiges Interesse gefunden. Die Verwendung von Markovketten ist eine Möglichkeit solche Strukturen zu erzeugen. Mittlerweile gibt es ein großes Repertoire an Methoden um die Konvergenzgeschwindigkeit solcher Markovprozesse abzuschätzen. Wir zeigen, wie man etwa das Konzept des Couplings dazu verwenden kann, schnelle Konvergenz für die Erzeugung zufälliger totaler Anordnungen von Elementen einer zweidimensionalen partiellen Ordnung zu finden.

Montag, 22. April 1996 [FU]

Frank Recker, Freie Universität Berlin

Kombinatorische Suche in Bäumen

Gegeben sei ein Wurzelbaum, bei dem einige Blätter als defekt markiert sind. Nach Auswahl eines Teilbaums erhält der Fragende als Antwort, ob dieser Teilbaum kontaminiert ist, also mindestens ein defektes Blatt beinhaltet. Die Suchkomplexität läßt sich nun mit Hilfe der Spieltheorie als Länge einer optimalen Suchstrategie definieren. Der Antwortende darf dabei nur solche Antworten geben, die mit den bisher Gegebenen konsistent sind.

Wir untersuchen nun die Suchkomplexität bei verschiedenen Einschränkungen an die betrachteten Bäumen und möglichen Mengen an defekten Blättern.
Bei den betrachteten Bäumen untersuchen wir die Fälle

- alle Bäume mit n Blättern,
- alle binären Bäume mit n Blättern und
- alle vollständigen binären Bäume mit $n = 2^m$ Blättern.

Als defekte Blätter wählen wir

- nur ein Blatt,
- beliebig viele Blätter und
- kompetitive Suche.

Unter beliebig vielen Blättern verstehen wir dabei den Fall, daß der Fragende weiß, wie viele Blätter defekt sind. Bei der kompetitiven Suche weiß er dies nicht. Seine Suchstrategie muß jedoch auch in diesem Fall den Status aller Blätter (defekt oder nicht defekt) ermitteln.

Montag, 29. April 1996 [HU]

Andreas Schulz, Technische Universität Berlin

Scheduling to Minimize Average Completion Time: Off–Line and On–Line Approximation Algorithms

Recently there has been significant progress in giving approximation algorithms to minimize average weighted completion time for a variety of NP–hard scheduling problems. This work has led to the development of a number of techniques that yield constant worst–case bounds in a number of settings. The progress on these problems follows from two basic approaches. In the first approach a linear programming relaxation of the scheduling problem is solved, and then a schedule is constructed simply by list scheduling in a natural order dictated by the linear program solution. The second approach is a general on–line framework, in which one attempts to pack the most profitable jobs into successive intervals of geometrically increasing size. These two approaches have also been combined, by using the LP relaxation to assign jobs to intervals.

In this talk, we discuss these techniques.

First, we present quite simple polynomial–time approximation algorithms that are based on linear programming formulations with completion time variables and give the best known performance guarantees for minimizing the total weighted completion time in several scheduling environments. This amplifies the importance of (appropriate) polyhedral formulations in the design of approximation algorithms with good worst–case performance guarantees. The proofs of these results also imply guarantees for the lower bounds obtained by solving the proposed linear programming relaxations. This emphasizes the strength of linear programming formulations using completion time variables.

Next, we give the best on–line algorithms for many realistic scheduling models. In several of these cases, we give the first constant performance guarantee achieved on–line. By *on–line*, we mean that the algorithm constructs the schedule in time, and that the existence of a job is known only at its release date.

Finally, one of the consequences of our work is the surprising structural property that there are schedules that simultaneously approximate the optimal makespan and the optimal weighted average completion time to within small constants. Not only do such schedules exist, but we can find them with an on–line algorithm.

Montag, 6. Mai 1996 [FU]

Ron Shamir, Tel Aviv University

Graph sandwich and completion problems with applications to the Human Genome Project

Many computational problems which arise in the Human Genome Project can be formulated as graph theoretical problems. We shall concentrate in this talk mainly on problems arising in DNA Physical Mapping, which is one of the primary goals of the Project. The abstract, errorless mapping problem can be efficiently solved by well known interval graph recognition algorithms. In the presence of errors or incomplete data, the problem can be formulated as a completion or sandwich problem for interval (or unit interval) graphs. We shall introduce these problems, study their complexity and demonstrate how realistic biological restrictions can transform these NP-hard problem into tractable ones.

(joint work, in parts, with Martin C. Golumbic, Haim Kaplan, Izik Pe'er and Robert E. Tarjan)

Montag, 13. Mai 1996 [HU]
Laura Anderson, University of Indiana, Bloomington
(Thema wird bekanntgegeben)

Montag, 20. Mai 1996 [TU]
Stephan Hartmann, Technische Universität Berlin
An Optimal Solution for the 3–Terminal Unimodal Channel Routing Problem

The design of integrated circuits has achieved a great deal of attention in the last decade. In the routing phase, the channel routing problem is a challenging open problem from both, the theoretical and the practical point of view. Up to now, channel routing has been known to be solvable in polynomial time when there are only 2–terminal nets, and to be NP–complete in case there exists nets containing at least four terminals. We present a new algorithm for the unimodal CRP in the knock–knee mode that produces layouts which are optimal in respect to the number of tracks used for the routing. The running time is bounded by $\mathcal{O}(dn)$ where d is the density and n is the length of the channel. The new algorithm is based on a known graph–theoretic concept which is called the vertical constraint graph.

Montag, 3. Juni 1996 [TU]
Lutz Kettner, ETH Zürich
CEBAP: Contour-**E**dge-**Ba**sed-**P**olyhedron-Visualization

In dem Vortrag möchte ich einen Überblick über mein laufendes Dissertationsvorhaben geben. Das Projekt CEBAP verfolgt einen neuen Ansatz für das *hidden surface removal* Problem für polyedrische Komplexe im $\mathbb{R}^3$. Das Verfahren arbeitet im Objektraum. Die Objekte werden unabhängig von einer konkreten Blickrichtung vorverarbeitet, um anschließend für verschiedene Richtungen schnell dargestellt werden zu können.

Ein Schwerpunkt der Arbeit liegt in der Analyse charakteristischer Eigenschaften von gegebenen Objekten, u.a. die erwartete Anzahl Konturkanten bei gleichverteilten Blickrichtungen, die Aufschluß über die Qualität der Vorverarbeitung geben. Ein zweiter Schwerpunkt liegt auf dem Algorithmenentwurf. Kombinatorische Algorithmen, wie dieser, sind empfindlich gegenüber Rundungsfehlern. Es wird der Ansatz gezeigt, der das vorgestellte Verfahren in exakter Arithmetik mit fester Bitlänge berechnen kann.

Montag, 10. Juni 1996 [TU]
Regina Urbaniak, Technische Universität Berlin
Komposition und Dekomposition von Testmengen

Für ein gegebenes ganzzahliges Problem wird eine Testmenge als eine Menge von Vektoren definiert, so daß jeder nicht optimale, zulässige Punkt dieses Problems durch Addition eines Elements aus der Testmenge verbessert werden kann. Die bis jetzt bekannten Algorithmen zur Berechnung einer Testmenge sind jedoch in seiner Form zur Lösung von großen Problemen nicht geeignet. Deswegen ist das Konzept der Zerlegung des Ausgangsproblems in mehrere Teilprobleme hinsichtlich der effizienten Berechnung einer Testmenge besonders wichtig. In diesem Vortrag wird untersucht, wie sich Operationen auf Spalten und Zeilen des entsprechenden Programms auf die Testmenge auswirken.

Montag, 24. Juni 1996 [TU]
Klaus Truemper, University of Texas at Dallas Richardson
The Leibniz System: A Program Generator for Logic Programming

We describe the main mathematical concepts underlying the Leibniz System. That system accepts a logic formulation as input, and produces an executable solution algorithm that handles all theorem proving questions where the statement in question is a CNF clause. The system supplies for each solution algorithm a performance guarantee that holds uniformly for all theorem proving questions of the stated kind.

The analysis carried out by the Leibniz System is based on an extension of propositional logic. The operators are an extension of the "if and only if", the inclusive "or", and a certain inverse of the "or".

The results reported here will be published in book form ("Effective Logic Computation") in late 1996

Montag, 1. Juli 1996 [FU]
Gordon Royle, University of Western Australia
On Hedetniemi's conjecture

In 1969 Hedetniemi proposed the innocuous sounding conjecture that the chromatic number of the product of two graphs was equal to the smaller of the two chromatic numbers. However this has only been proved for graphs with chromatic number less than or equal to four.

In this talk I will describe various approaches to the conjecture, and some related conjectures, although all seem equally difficult to solve.

Montag, 8. Juli 1996 [FU]
Eva Nuria Müller, Freie Universität Berlin
Kreuzkorrelation linearer Schieberegister

Herbstschule

des Graduiertenkollegs "Algorithmische Diskrete Mathematik"
gemeinsam mit dem
Graduiertenkolleg "Signalketten in lebenden Systemen"

22. bis 26. September 1996, Buckow

Thema: Bioinformatik

Das große Interesse an der Bioinformatik ist wohl auch auf die wechselseitige Einsicht von Biologen und Computerwissenschaftlern zurückzuführen, daß die jeweils andere Disziplin viele reizvolle Anregungen und Lösungen zu den eigenen Problemen bieten kann. Die Herbstschule will die Möglichkeiten der Zusammenarbeit zwischen Biologen, Informatikern und Mathematikern erkunden.
Den Hintergrund bilden drei tägliche Vortragsreihen: - Ein Überblick über die biochemischen Grundlagen zur Funktion, Struktur und Faltung von Proteinen. - Eine Einführung in die algorithmischen Aspekte der Molekülgeometrie, der Moleküldynamik sowie des Vergleichs von Proteinstrukturen. - Eine Einführung in Probleme der theoretischen Neurobiologie, einer Theorie der Membranpotentiale, künstlicher neuronaler Netze und der Modellierung biologischer Neuronen.
Ergänzt werden diese Vortragsreihen durch Abendvorträge eingeladener Gäste. Es wird sich dennoch genug Zeit finden, mit den anderen Teilnehmern gemeinsame Interessen zu finden und zu besprechen.

Die Ausschreibung erfolgt im April 1996. Informationen bei der Koordinatorin des Kollegs.

5 Lehrveranstaltungen im Sommer 1996

5.1 Freie Universität Berlin

Ausgewählte Kapitel der Kombinatorik [Vorlesung]

Dozent: Aigner; Vorlesungszeit: Mi, Fr 12-14 Uhr, 3-stündig; Veranstaltungsort: Arnimallee 2–6, SR 025/026.

Inhalt: Wie betrachten vier Interpretationen von Graphen und die dabei entstehenden allgemeinen Strukturen:

1. Hypergraphen (Kombinatorik)
2. Matroide (algebraisch)
3. Polyeder (geometrisch)
4. Ordnungen (ordnungstheoretisch)

Literatur: Als einleitende Literatur: Berge, Graphs and Hypergraphs, weitere Literatur in der Vorlesung

Graphentheorie [Vorlesung]

Dozent: Brandt; Vorlesungszeit: Mo, Mi 10-12 Uhr, 3-stündig; Übungen: Brandt, Thiele, n.V., 2-stündig; Veranstaltungsort: Arnimalle 2-6, SR 026.

Inhalt: Graphentheorie ist neben der "Einführung in die Diskrete Mathematik" die zweite Grundvorlesung im Bereich Diskrete Mathematik. Die Graphentheorie ist eine recht junge mathematische Disziplin (ca. 60 Jahre alt), die, ausgehend von Ursprüngen in der Topologie, eine eigenständige Entwicklung genommen hat und heute der Kombinatorik und der theoretischen Informatik näher steht.

In der Vorlesung sollen die fundamentalen Konzepte, wie Zusammenhang, Flüsse, Matchings, Touren, Planarität, Färbungen, etc., und grundlegende Graphenalgorithmen vorgestellt und untersucht werden. Darüberhinaus sollen einige wichtige aktuelle Entwicklungen (z.B. Listenfärbungen) angesprochen werden, die sich im Rahmen einer Grundvorlesung angemessen darstellen lassen.

Literatur: Bondy/Murty, Graph Theory and Applications

Algorithmische Geometrie [Vorlesung]

Dozent: Gärtner; Vorlesungszeit: Di 9-10, Fr 10-12 Uhr, 3-stündig; Übungen: Gärtner, Andrzejak, n.V., 2-stündig; Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 053.

Inhalt: Typische Aufgaben der algorithmischen Geometrie sind die effiziente Berechnung der konvexen Hülle einer Punktemenge S oder die Erstellung einer Datenstruktur für schnelle Bereichsanfragen (wieviele Punkte aus D liegen im Rechteck R?). Die algorithmische Geometrie als junges und lebendiges Gebiet bezieht ihre Attraktivität aus der Vielzahl der Anwendungen und der Schönheit der zugrundeliegenden Geometrie und Kombinatorik. In der Vorlesung werden grundlegende (oft sehr neue) Methoden anhand wichtiger Basisprobleme vorgestellt.

Literatur: Preparata, F.P./Shamos, M.I.: Computational Geometry: An Introduction, Springer, 1985. Edelsbrunner, H.: Algorithms in Combinatorial Geometry, Springer, 1987. Mulmuley, K.: Computational Geometry: An Introduction through Randomized Algorithms, Prentice-Hall, 1994.

On-line Bewegungsplanung [Vorlesung]

Dozent: Hoffmann; Vorlesungszeit: Fr 14-16 Uhr, 2-stündig; Übungen: Hoffmann, Godau, n.V., 2-stündig; Veranstaltungsort: Arnimalle 2-6, SR 026.

Inhalt: Ziel der Vorlesung ist es, einen Überblick über den Entwurf und die Analyse von Algorithmen (Suchen, Durchmustern, Lokalisieren ...) aus der online Bewegungsplanung zu geben. On-line bedeutet in diesem Zusammenhang, daß die zu erkundende Umgebung (ein Polygon) dem Roboter nicht bekannt ist, er zum Beispiel nur das kennt, was er zuvor gesehen hat. Erstaunlicherweise gelingt es bei einigen Fragen dennoch, on-line Algorithmen zu entwickeln, die kompetitiv sind. Das heißt, es gibt eine Konstante c, so daß der von der on-line Strategie entworfene Weg nur c-mal länger ist als die beste off-line Lösung, und zwar unabhängig (!) von der zu erkundenden Umgebung.

Seminar zur Geometrie und Codierungstheorie

Dozent: Aigner, Lenz, Schulz; Veranstaltungszeit: Di 16-18 Uhr; Veranstaltungsort: Arnimallee 3, SR 119. Beginn: 16.4.96

Inhalt: Vergeben werden Vorträge zur Geometrie (im Anschluß an die Vorlesung von Prof. Lenz) und zur Codierungstheorie (im Anschluß an die Vorlesung von Prof. Aigner). Themenvergabe schon ab WS 95/96.

Diplomanden- und Doktorandenseminar: Theoretische Informatik

Dozent: Alt; Veranstaltungszeit: Di, Do, Fr 12-13 Uhr; Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 039.

Inhalt: Vorträge über eigene Forschung und Originalarbeiten aus der theoretischen Informatik, insbesondere Algorithmen. Die Ankündigungen werden jeweils gesondert in der Takustr. 9, gegenüber Raum 111, ausgehängt.

Seminar über Optimierung

Dozent: Alt, Felsner, Godau; Veranstaltungszeit: n.V., 2-stündig;

Inhalt: In diesem Seminar über Optimierung sollen schwerpunktmäßig Arbeiten aus dem Bereich "schnelle Graphenalgorithmen" besprochen werden. Als Grundlage wird neben Originalarbeiten das Buch "Network Flows" von Ahuja, Magnanti und Orlin dienen. Das Seminar ist als Ergänzung zu den Vorlesungen Optimierung und Graphenalgorithmen aus dem vorigen Semester geeignet, kann aber auch auf der Basis von Entwurf und Analyse von Algorithmen besucht werden.

Proseminar: Effiziente Algorithmen

Dozent: Wagner, N.N.; Veranstaltungszeit: n.V., 2-stündig;

Literatur: Cormen, T.H./Leiserson, C.E./Rivest, R.L.: Introduction to Algorithms, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1990

Seminar über k-Mengen und j-Facetten

Dozent: Welzl, Andrzejak; Veranstaltungszeit: n.V., 2-stündig; Die Vorbesprechung findet am 11.4.1996, 16 Uhr c.t., Takustr. 9, SR 037 statt. (Der Termin kann sich eventuell ändern, bitte die Ankündigung am Brett gegenüber Raum 111 beachten)

Inhalt: Eines der neuen Probleme in der kombinatorischen Geometrie ist die Bestimmung der Maximalzahlen der k-Mengen und der j-Facetten bei gegebenen d, n und k. (Sind n Punkte im Raum der Dimension d gegeben und werden genau k viele von ihnen durch eine Hyperebene von den restlichen abgetrennt, so heißt eine solche Teilmenge k-Menge; der Begriff einer j-Facette ist eng verwandt). Diese Maximalzahlen werden in der algorithmischen Geometrie benutzt, um die Laufzeit von geometrischen Algorithmen abzuschätzen. Im Seminar werden wir die wichtigen, länger bekannten Ergebnisse herleiten sowie ganz neue Resultate besprechen. Zum Schluß gehen wir auch auf die

Anwendungen der Maximalzahlen ein.

LITERATUR: Edelsbrunner H.: Algorithms in Combinatorial Geometry, Springer-Verlag 1987

Praktikum Graphenalgorithmen: Monte Carlo Simulation

Dozent: Felsner, Wernisch; Veranstaltungszeit: Mi 14-18 Uhr, 4-stündig; Veranstaltungsort: Takustr. 9, SR 037

INHALT: Wie faltet sich ein Molekül? Wie versickert eine Flüssigkeit im Sand? Wie sieht eine zufällige Färbung eines Graphen aus? Auf diese und viele ähnliche Fragen bekommt man gute Antworten, indem man eine Simulation ansetzt, die durch den Zufall gesteuert wird. Im Praktikum soll zum einen die Theorie solcher Simulationen (Markov-Ketten) besprochen werden. Zum anderen soll in Gruppenarbeit je nach Interessenlage eine konkrete Simulation implementiert werden. Interessant wäre auch die Erstellung einer Bibliothek von Basisroutinen für derartige Simulationen.

5.2 Humboldt–Universität zu Berlin

Kombinatorische Optimierung [Vorlesung]

Dozent: Hougardy, Srivastav; Vorlesungszeit: Mi 14-16 Uhr, Do 16-18 Uhr; Veranstaltungsort: Lindenstraße 54a, Raum 426 bzw. 015.

INHALT: Kombinatorische Optimierung, d.h. diskrete Optimierungsprobleme haben sowohl große praktische als auch theoretische Bedeutung. Wir werden allgemeine Lösungsansätze bzw. Algorithmen, wie sie z.B. die Lineare Programmierung liefert, für diese Probleme vorstellen.

Strategien des Sicherheitsmanagements [Vorlesung]

Dozent: Giessmann; Vorlesungszeit: ; Mo 12-14 Uhr,Mi 10-12 Uhr Veranstaltungsort: Lindenstraße 54a, Raum 016.

INHALT: Die Vorlesung behandelt verschiedene Konzepte der Datensicherung und Computersicherheit. Dazu gehören Anwendungen der Chiffriersysteme aus der Kryptologie- Vorlesung, Kartensysteme, Passwortverfahren, Zugriffsrechte und Schlüsselverwaltung. Der Besuch der Kryptologie-Vorlesung des Wintersemesters wird vorausgesetzt.

Design Theory in Computer Science [Vorlesung]

Dozent: Grable; Vorlesungszeit: ; Mo 10-12 Uhr Veranstaltungsort: Lindenstraße 54a, Raum 015.

INHALT: Design theory is the study of a class of "balanced" discrete structures. Like graph theory, it has many connections with computer science. In this series of lectures, we will study these connections. We will review the discrete mathematical underpinnings of design theory, explore its algorithmic aspects, and discuss a variety of applications.

Randomisierte Algorithmen [Seminar]

Dozent: Prömel; Veranstaltungszeit: Mi 14-16 Uhr; Veranstaltungsort: Lindenstraße 54a, Raum 016.

INHALT: Die Verwendung von Algorithmen, die wesentlich den Zufall ausnutzen, hat in den letzten Jahren mehr und mehr an Bedeutung gewonnen. Für viele Anwendungen sind randomisierte Algorithmen die einfachsten oder schnellsten bekannten Verfahren, oder gar beides. In diesem Seminar werden einige interessante randomisierte Algorithmen vorgestellt sowie ihre Leistungsfähigkeit aber auch ihre Grenzen erörtert.

Discrete Mathematics [Seminar]

Dozent: Prömel/Karonski; Veranstaltungszeit: Fr; Veranstaltungsort: Lindenstraße 54a, Raum 015.

INHALT: Dies ist ein gemeinsames Seminar (in englischer Sprache) mit M. Karonski von der Adam Mickiewicz Universität Poznan, Polen. Es werden ausgewählte Themen der algorithmischen diskreten Mathematik behandelt. Das Seminar findet als Blockseminar etwa alle vier Wochen freitags wechselweise in Berlin und in Poznan statt.

Forschungsseminar

Dozent: Prömel; Veranstaltungszeit: Fr 16-18 Uhr; Veranstaltungsort: Lindenstraße 54a, Raum 016.

INHALT: Vorträge über eigene Forschung und Originalarbeiten aus der theoretischen Informatik und der Diskreten Mathematik gemäß gesonderter Ankündigung.

5.3 Technische Universität Berlin

Konvexgeometrie [Vorlesung]

Dozent: Henk; Vorlesungszeit: Do 16-18 Uhr; Veranstaltungsort: TU Mathematikgebäude, MA 644.

INHALT: Diese Vorlesung bietet eine Einführung in die Geometrie konvexer Körper.

Ein erstes systematisches Studium von konvexen Mengen geht auf Brunn zurück (1862–1939). Diese Untersuchungen sind von Minkowski (1864-1909) vertieft worden, und von ihm sind auch so grundlegende Begriffe wie Stützfunktion, gemischtes Volumen usw. eingeführt worden.

Nach einer ausführlichen Erörterung der benötigten geometrischen Grundlagen (Stützfunktion, Distanzfunktion, Trennungssatz, usw.) werden zunächst die Sätze von Carathéodory, Helly und Radon bewiesen, die gewisse kombinatorische Eigenschaften von konvexen Mengen ausdrücken.

Anschließend werden verschiedene Funktionale (Inkugelradius, Dicke, gemischte Volumina, usw.) auf dem Raum der konvexen Körper eingeführt und Beziehungen zwischen diesen Funktionalen hergeleitet. Unter anderem wird der Satz von Brunn-Minkowski über das Verhalten des Volumens einer positiven Linearkombination von zwei konvexen Körpern und die isoperimetrische Ungleichung bewiesen, die besagt, daß die Kugel der Körper mit kleinster Oberfläche bei gegebenem Volumen ist. Um solche Aussagen zu beweisen, werden verschiedene „Konstruktionen“ (Steiner-Symmetrisierung, Schwarzsche-Abrundung) betrachtet, die einen konvexen Körper in einen „symmetrischeren“ überführen.

Algebraische Graphentheorie [Vorlesung]

Dozent: Jung; Vorlesungszeit: n.V.; 2-stündig; Veranstaltungsort: TU Mathematikgebäude.

INHALT: Graphen und Matrizen, distanz-regulaere Graphen, Cayleygraphen, Wachstum von Graphen

Orientierte Matroide [Vorlesung]

Dozent: Richter–Gebert; Vorlesungszeit: Mi 14-16 Uhr, 2-stündig; Veranstaltungsort: TU Mathematikgebäude, MA 305.

INHALT: Wohl kaum eine mathematische Struktur wurde unabhängig in so vielen verschiedenen Zusammenhängen “erfunden” wie die der *orientierten*

Matroide. Sie stellen eine gleichzeitige kombinatorische Verallgemeinerung fundamentaler Konzepte der Graphentheorie, Punkt- und Hyperebenenkonfigurationen, Topologie, Linearer Optimierung, Quasikristalle u. v. m. dar.

Ziel der Vorlesung ist es, anhand zahlreicher Beispiele in die Theorie orientierter Matroide einzuführen und dabei die (oft überraschenden) Zusammenhänge zwischen den genannten Gebieten darzustellen. Die Spannweite reicht hierbei von elementaren Überlegungen aus der Graphentheorie, über Anwendungen in der "Computational Geometry" (wie schreibt man ein PostScript Programm, das Penrose-Tilings malt) und Linearen Programmierung (von Programmen, die endlos zykeln) bis hin zur Invariantentheorie (Computer beweisen geometrische Sätze) und Topologie (wie gerade kann eine Pseudogerade werden).

Lineare Optimierung [Vorlesung]

Dozent: Möhring; Vorlesungszeit: Di, Mi 16-18 Uhr, 4-stündig; Veranstaltungsort: TU Mathematikgebäude, MA 144/MA 043. Übungen: Möhring, N.N.; Di 12-14 Uhr, 2-stündig;

INHALT: Algorithmen der linearen Optimierung (Simplexverfahren, Innere-Punkte-Methoden), Polyedertheorie, Dualitätstheorie, primal-duale Algorithmen mit Anwendungen bei Graphen und Netzwerken, ganzzahlige lineare Optimierung.

Numerische Aspekte bei der Lösung ganzzahliger Programme [Vorlesung]

Dozent: R. Weismantel, A. Martin, C. Helmberg; Vorlesungszeit: Mo 8-10 Uhr, Di 16-18 Uhr; Veranstaltungsort: TU Mathematikgebäude, MA 367.

INHALT: Wir beschreiben praktische Lösungstechniken für ganzzahlige Programme mittels Polyedertheorie und Schnittebenenverfahren, sowie Preprocessing-Techniken für die entstehenden linearen/ganzzahligen Programme. Zusätzlich stellen wir neuere Ansätze, wie primale Verfahren und nichtlineare Relaxationen basierend auf semidefiniter Programmierung, vor. Auf numerische Aspekte bei der Implementierung solcher Verfahren wird speziell eingegangen. Theorien zur Lösung spezieller ganzzahliger Programme werden exemplarisch behandelt.

Unterraum-Arrangements [Vorlesung]

Dozent: Ziegler; Vorlesungszeit: Mi 16-18 Uhr, 2-stündig; Veranstaltungsort: TU Mathematikgebäude, MA 143.

INHALT: Arrangements von (linearen) Unterräumen in (reellen) Vektorräumen sind elementare geometrische Gebilde, die man von vielen verschiedenen mathematischen Gesichtspunkten her verstehen will und muß. Insbesondere interessiert man sich für die Komplexität von Arrangements — im Falle von reellen Hyperebenen-Arrangements kann man diese durch die Anzahl der Regionen oder „Kammern“ des Arrangements messen, im allgemeinen fragt man nach der Kohomologie des Komplements. Mit Hilfe von Fortschritten der letzten fünf Jahre läßt sich diese mit völlig *elementaren, kombinatorischen* Methoden bestimmen und abschätzen.

Mein Ehrgeiz ist es dabei nachzuweisen, daß man mit kombinatorischen Methoden einfachere, explizitere und weitreichendere Beweise erhält, als bisher in der Literatur vorliegen. Dabei werde ich „ganz nebenbei“ eine Einführung in wichtige Teile der topologischen Kombinatorik (Verbände, Schälbarkeit, Möbiusfunktion) sowie in Hilfsmittel der algebraischen Topologie (Kohomologie, Homotopielimiten) geben.

Nur eine Anwendung sei hier genannt: wir werden das “k-equal problem“ lösen, das fragt, wie viele Zahlenpaare man vergleichen muß, um zu entscheiden, ob sich unter n Zahlen k gleiche finden. Dafür untersucht man (nach Björner, Lovász & Yao 1992) das Arrangement aller Punkte im $\mathbb{R}^n$ mit k gleichen Koordinaten, ein Arrangement von $\binom{n}{k}$ Unterräumen im $\mathbb{R}^n$.

Kombinatorische Optimierung II [Vorlesung]

Dozent: Ziegler; Vorlesungszeit: Do, Fr 10-12 Uhr, 4-stündig; Übungen: Mi 10-12 Uhr; Veranstaltungsort: TU Mathematikgebäude, MA 314.

INHALT: In dieser Vorlesung geht es um Verfahren zur optimalen (!) Lösung von NP-vollständigen Problemen. Dabei wollen wir grundlegende Theorie der ganzzahligen Optimierung besprechen, und uns dann auf das Travelling-Salesman Problem konzentrieren, und an diesem exemplarisch die besten derzeit bekannten Methoden zur exakten Lösung schwerer kombinatorischer Optimierungsprobleme entwickeln (polyedrischer Ansatz, Schnittebenenverfahren, Branch&Cut, etc.)

Diplomanden- und Doktorandenseminar

Dozent: Möhring; Veranstaltungszeit: Do 10-12 Uhr; Veranstaltungsort: Mathematikgebäude, MA 645

Inhalt: Vorträge von Doktoranden, Diplomanden und Mitarbeitern zu aktuellen Forschungsthemen in der kombinatorischen Optimierung und algorithmischen Graphentheorie

6 Semesterberichte der Stipendiaten

Stephan Brandt

Name:	Dr. Stephan Brandt
Betreuer:	Prof. Dr. Martin Aigner
Arbeitsbereich:	Graphentheorie
Thema:	Extremale Graphentheorie
Postdoktorand	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1994

Arbeitsgebiet

In der extremalen Graphentheorie sucht man nach Bedingungen an Graphen, die die Existenz gewisser Teilgraphen gewährleisten. Der Schwerpunkt meines derzeitigen Interesses liegt bei Eigenschaften dichter dreiecksfreier Graphen, sowie Grapheneigenschaften unter Expansionsbedingungen. Auf letzterem Gebiet arbeitet auch eine Diplomandin.

Ergebnisse

Im Schnittpunkt der beiden angegebenen Schwerpunkte liegt die Untersuchung der lokalen Dichte von Graphen. Nachdem ich – wie im letzten Semesterbericht eingehend dargestellt – eine Vermutung von Erdős, Faudree, Rousseau und Schelp [7] teilweise widerlegen konnte [2], bleibt der folgende Spezialfall offen, der vor etwa 30 Jahren von Erdős vermutet wurde (vgl. [6]).

Vermutung 1 (Erdős)
Jeder dreiecksfreie Graph der Ordnung n besitzt eine Teilmenge von $\lfloor n/2 \rfloor$ Ecken, die höchstens $n^2/50$ Kanten aufspannen.

Zusätzliches Gewicht hat diese Vermutung dadurch erhalten, daß Erdős als Reaktion auf meine oben angegebene Widerlegung der allgemeineren Vermutung einen Preis von 100 DM auf die Widerlegung der hier zitierten Vermutung ausgesetzt hat (wobei es sicher einfachere Wege gibt, 100 DM zu verdienen).

Mit Computerhilfe testete ich die vollständige Liste von Cayleygraphen bis Ordnung 31 (erzeugt von Gordon Royle, Univ. of Western Australia), sowie alle dreiecksfreien Graphen mit Durchmesser 2 bis Ordnung 17, die von Gunnar Brinkmann und Thomas Harmuth (Bielefeld) zu diesem Zwecke erzeugt wurden. Leider ergaben sich daraus bisher keine Verbesserungen der in [2] entwickelten Schranken.

Aus Gutachtertätigkeit ergab sich eine gemeinsame Arbeit mit Denise Amar (Bordeaux), Oscar Ordaz (Caracas, Venezuela) und Daniel Brito (Cumana, Venezuela) [1], deren Ergebnisse wie folgt zusammengefaßt werden können:

> Jeder balancierte bipartite Graph der Ordnung $2n$ mit Minimalgrad $\delta(G) \geq 3$ bei dem für jede unabhängige Menge S mit je 2 Ecken von jeder Seite einer Bipartition die Kardinalität der Vereinigung der Nachbarschaften $|N(S)| > n$ ist, enthält
>
> (a) einen hamiltonschen Weg,
>
> (b) einen Kreis der Länge mindestens $2n - 2$,
>
> (c) einen 2-Faktor (außer einem Graphen der Ordnung 14).

Gilt zudem die stärkere Bedingung $|N(S)| > n + 2$, so ist der Graph hamiltonsch. Die angegebene Bedingung scheint die natürliche Formulierung des 'Neighborhood union' Konzeptes für bipartite Graphen zu sein.

Gemeinsam mit Henk Jan Veldman (Enschede, NL) wurde eine Arbeit fertiggestellt, die im letzten Jahr während meines Aufenthaltes in Enschede begonnen wurde [5]. Ein klassisches Ergebnis von Ore besagt, daß jeder Graph der Ordnung ≥ 3, in dem je zwei unabhängige Ecken die Gradsumme mindestens n haben, hamiltonsch ist. Wir untersuchten Graphen in denen diese Gradsummenbedingung für je zwei adjazente Ecken gilt. Da diese Bedingung selbst für den (kreisfreien) Stern $K_{1,n-1}$ zutrifft ist nicht zu hoffen, daß die untersuchten Graphen im allgemeinen hamiltonsch sind oder auch nur lange Kreise haben. Es läßt sich jedoch zeigen, daß für solche Graphen die Länge eines längsten Kreises in polynomieller Zeit bestimmt werden kann. Darüber hinaus enthält jeder solche Graph Kreise aller Längen von 3 bis zu der eines längsten Kreises, sofern er nicht vollständig bipartit ist, und er ist hamiltonsch, wenn er zusätzlich 1-tough ist (eine etwas schwächere Anforderung genügt sogar).

Schließlich entstand eine weitere Arbeit über Kreislängen in Graphen [3]. Es wurde gezeigt, daß nicht bipartite Graphen mit n Ecken und mehr als $(n-1)^2/4+1$ Kanten Kreise aller Längen von 3 bis zur Länge eines längsten Kreises besitzen, was zuvor nur für hamiltonsche Graphen bekannt war [9]. Eine weitere Arbeit zu diesem Themenbereich (gemeinsam mit Ralph Faudree, Memphis, und Wayne Goddard, Durban) steht kurz vor der Fertigstellung [4].

Im Berichtszeitraum (August bis Dezember 95) wurden [1, 3, 5] zur Veröffentlichung eingereicht. Es erschien [8].

Im kommenden Semester wird der Schwerpunkt meiner Forschungen bei dichten dreiecksfreien Graphen liegen, ein Thema, das sich möglicherweise auch für eine Habilitationsschrift eignen könnte. Darüber hinaus werde ich eine Vorlesung über Graphentheorie halten, deren Vorbereitung einige Zeit in Anspruch nehmen wird.

Aktivitäten

Gastaufenthalt

- Umeå Universitet (Schweden) auf Einladung von Prof. Häggkvist (2. – 9. Dezember). Vortrag: The local density of triangle-free graphs.

Tagungen

- Kolloquium über Kombinatorik (17. – 18. November, TU Braunschweig). Vortrag: The local density of triangle-free graphs.
- EIDMA-Workshop on hamiltonicity of 2-tough graphs (19. – 24. November, Universiteit Twente, NL).

Sonstige Vorträge

- Schwach panzyklische Graphen, Kolloquium des Graduiertenkollegs.

Gutachten

- Artikel für Journal of Combinatorial Theory B, Journal of Graph Theory, Discrete Mathematics

Literatur

[1] D. Amar, S. Brandt, D. Brito und O. Ordaz, Neighborhood conditions for balanced independent sets in bipartite graphs, Preprintreihe Mathematik, FU Berlin, Nr. A 95–27, 1995.

[2] S. Brandt, The local density of triangle-free graphs, Preprintreihe Mathematik, FU Berlin, Nr. A 95–14, 1995.

[3] S. Brandt, A sufficient condition for all short cycles, Preprintreihe Mathematik, FU Berlin, Nr. A 95–24, 1995.

[4] S. Brandt, R. J. Faudree und W. Goddard, Weakly pancyclic graphs, in Vorbereitung.

[5] S. Brandt und H. J. Veldman, Degree sums for edges and cycle lengths in graphs, Memorandum No. 1293, Universiteit Twente, 1995.

[6] P. Erdős, Problems and results in graph theory and combinatorial analysis, in: Proceedings 5th Brit. Comb. Conf. (Aberdeen, 1975), Utilitas Math., Winnipeg, pp. 169–192.

[7] P. Erdős, R. J. Faudree, C. C. Rousseau and R. H. Schelp, A local density condition for triangles, *Discr. Math.* **127** (1994), 153–161.

[8] G. R. T. Hendry und S. Brandt, An extremal problem for cycles in hamiltonian graphs, *Graphs & Combinatorics* **11** (1995), 255–262.

[9] R. Häggkvist, R. J. Faudree and R. H. Schelp, Pancyclic graphs – connected Ramsey number, *Ars Combin.* **11** (1981), 37–49.

[10] M. Krivelevich, On the edge distribution in triangle-free graphs, *J. Comb. Theory Ser. B* **63** (1995), 245–260.

Eva Maria Feichtner

Name:	Eva Maria Feichtner
Betreuer:	Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Arbeitsbereich:	Kombinatorische Geometrie
Thema:	Topologische Ansätze zur Klassifikation geometrischer Konfigurationen
assoziiertes Mitglied	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1995
	Promotionsstipendium der Studienstiftung des deutschen Volkes

Darstellung des Promotionsthemas

Die kombinatorische Geometrie hat sich als Schnittstelle von Kombinatorik und algebraischer Topologie erwiesen. Kombinatorische Strukturen mit Methoden der algebraischen Topologie zu studieren ist die eine Richtung des wechselseitigen Einflusses. In zunehmendem Maße gelingt es andererseits, in rein topologischen Zusammenhängen kombinatorische Struktur freizulegen, welche die Topologie weitgehend, wenn nicht gar vollständig bestimmt. Beide Aspekte sind Leitfäden meines Dissertationsvorhabens.

Dem erstgenannten folgend geht es insbesondere um das Abzählen von Isotopieklassen geometrischer Konfigurationen. Motiviert durch Arbeiten von V.A. Vassiliev in der Knotentheorie [V] steht das Studium von Konfigurationsräumen und ihrer (ko)homologischen Struktur im Zentrum der Untersuchungen.

Den engeren Rahmen für den genannten zweiten Aspekt bildet die Theorie reeller bzw. komplexer Unterraumarrangemets [Bj]. Fundamentale Resultate der letzten Jahre zeigen, daß eine Vielzahl topologischer Invarianten vollständig durch die kombinatorischen Daten eines Arrangements bestimmt werden [OS, GM, ZŽ, DP]. Es ist dabei zum einen von Interesse, im konkreten Fall geeignete Methoden zur Bestimmung dieser Invarianten bereitzustellen. Zum anderen sind die grundlegenden Resultate mit zum Teil großem theoretischen Aufwand erzielt worden (vgl. [DP]), so daß eine Verifikation mit elementaren, weitgehend kombinatorischen Mitteln wünschenswert ist.

Projekte und Ergebnisse

Geradenarrangements in der projektiven Ebene

Ein Arrangement orientierter Geraden in der reell-projektiven Ebene heißt *einfach*, falls sich je höchstens zwei Geraden in einem Punkt schneiden. Die Anzahl der Isotopieklassen einfacher Arrangements auf n Geraden entspricht der Anzahl der Wegzusammenhangskomponenten im zugehörigen Konfigurationsraum. Solcher ergibt sich als Teilraum des n-fachen kartesischen Produktes der 2-Sphäre, wobei das Komplement, die sogenannte *Diskriminante* $\mathcal{D}$, gerade den Arrangements entspricht, welche die angegebene Schnittbedingung nicht erfüllen. Die Anzahl der Wegzusammenhangskomponenten im Konfigurationsraum einfacher Arrangements $(S^2)^n \setminus \mathcal{D}$, also der Rang der 0-ten

Kohomologiegruppe, ist mittels eines Dualitätsargumentes in $(S^2)^n$ über den Rang der Homologie von $\mathcal{D}$ in Dimension $2n-1$ zu bestimmen.

Erste Untersuchungen zur Homologieberechnung der Diskriminante $\mathcal{D}$ führten auf den folgenden, in $\mathcal{D}$ enthaltenen Konfigurationsraum :

$$\mathcal{D}' = \{(x_1,\ldots,x_n)\,|\,x_i = \pm x_j \text{ für mindestens ein Paar } i \neq j\} \subseteq (S^2)^n\,.$$

Dieser Teilraum kann als Vereinigung über ein Arrangement von Produkten von 2-Sphären interpretiert werden. Im Hinblick auf eine Anwendung der Diagrammtechnik zur Homologieberechnung [WZŽ, Prop. 6.5] [ZŽ, Prop. 3.5] konnte die Kombinatorik und Topologie des zugehörigen Schnittverbandes vollständig geklärt werden.

Der Schnittverband von Unterraumarrangements des Typs $\mathcal{D}_{n,k}$

Ein Unterraumarrangement vom Typ $\mathcal{D}_{n,k}$ ist gegeben durch alle linearen Unterräume im $\mathbb{R}^n$ bestimmt durch die Gleichungen

$$\epsilon_1 x_{i_1} = \epsilon_2 x_{i_2} = \ldots = \epsilon_k x_{i_k}\,,$$

wobei $1 \leq i_1 < \ldots < i_k \leq n$ und $(\epsilon_1,\ldots,\epsilon_k) \in \{+1,-1\}^k$. Solche Arrangements sind Verallgemeinerungen der Hyperebenenarrangements zu Coxetergruppen vom Typ D_n und werden ebenso studiert wie entsprechende Verallgemeinerungen $\mathcal{A}_{n,k}$ und $\mathcal{B}_{n,k,h}$ der Hyperebenearrangements zu Gruppen des Typs A_{n-1} und B_n [BL, BW, BS]. Die oben bereits erwähnten Resultate von Goresky & MacPherson [GM] und Ziegler & Živaljević [ZŽ] weisen Homotopietyp bzw. Homologie des Schnittverbandes als Bausteine zur Bestimmung topologischer Invarianten eines Arrangements aus. Während die Topologie der Schnittverbände für Arrangements vom Typ $\mathcal{A}_{n,k}$ und $\mathcal{B}_{n,k,h}$ bestimmt werden konnte [BW, BS], erwiesen sich die Schnittverbände $\Pi^{\pm}_{n,k}$ für Arrangements vom Typ $\mathcal{D}_{n,k}$ als schwierige und daher interessante Fälle.

Mittels verallgemeinerter lexikographischer Schälbarkeit [K] konnten wir die Schälbarkeit des reinen Teilverbandes Pure$(\Pi^{\pm}_{n,k})$ zeigen und damit Homologie und Homotopietyp für $\Pi^{\pm}_{n,k}$ im Falle $k > n/2$ bestimmen. Durch Anwendung einer Spektralsequenzmethode, wie sie erstmals durch Hanlon [H] für die Homologieberechnung verallgemeinerter Dowlingverbände verwendet wurde, konnten wir im allgemeinen Fall zeigen, daß nichttriviale Homologie nur in Dimensionen zweier $(k-2)$-periodischer Serien auftreten kann. Durch eine

Ausarbeitung der Hanlonschen Spektralsequenz konnten wir ferner die Homologie für $\Pi^{\pm}_{2k,k}$, damit im ersten durch das Schälbarkeitsargument ungeklärten Fall, vollständig bestimmen.

Diese Ergebnisse wurden in Zusammenarbeit mit Dmitrij Kozlov, KTH Stockholm, erzielt [FK].

Kohomologiealgebren der Komplemente komplexer Unterraumarrangements

Mit Mitteln der algebraischen Geometrie zeigen De Concini & Procesi [DP], daß die Kohomologiealgebra eines komplexen Unterraumarrangements über rationalem Koeffizientenring vollständig durch die kombinatorischen Daten des Arrangements bestimmt ist. Sie verallgemeinern damit ein Resultat von Orlik & Solomon [OS] für komplexe Hyperebenenarrangements. (Im Falle reeller Unterraumarrangements, sogar reeller 2-Arrangements ist eine vergleichbare Aussage widerlegt worden [Z].) In Björner & Ziegler [BZ] wird eine explizite Darstellung der Kohomologiealgebra des Komplements komplexer Hyperebenen- und reeller k-Arrangements in Erzeugern und Relationen bis auf die Vorzeichenstruktur der Relationen mit rein kombinatorischen Mitteln abgeleitet. Zur vollständigen Verifikation des Orlik-Solomon-Resultats ist allerdings ein Rückgriff auf de Rham Theorie notwendig. Es ist uns gelungen, dies zu umgehen und die Orlik-Solomon-Relationen durch rein kombinatorische Argumentation zu gewinnen. Diese ließ sich ausdehnen auf komplexe k-Arrangements, so daß nun auch für solche eine explizite Darstellung der Kohomologiealgebra in Erzeugern und Relationen vorliegt. Es ist unser Ziel, solche Darstellungen für weitere Klassen komplexer Unterraumarrangements zu gewinnen, wenn nicht gar das Resultat von De Concini und Procesi vollständig mit kombinatorischen Mitteln und durch expliziten Zugang zu verifizieren.

Die Ergebnisse entstammen der Zusammenarbeit mit Günter M. Ziegler.

Aktivitäten

- Aufenthalt an der Kungliga Tekniska Högskolan, Stockholm,
  4. September - 6. Oktober 1995,
  Vortrag im Doktorandenseminar von Prof. A. Björner zum Thema
  Enumerative problems in combinatorial geometry – an approach using algebraic topology

- Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs
- Vorlesung „Diskrete Strukturen und ihre Topologie“ bei Prof. G.M. Ziegler

Literatur

[Bj] A. Björner: *Subspace Arrangements*; in: *Proc. First European Congress of Mathematics, Paris 1992* (A. Joseph et al, eds.), Birkhäuser, Basel, 1994, pp. 321–370.

[BL] A. Björner, L. Lovász: *Linear decision trees, subspace arrangements and Möbius functions*; Journal Amer. Math. Soc. 7 (1994), 677–706.

[BS] A. Björner, B. Sagan: *Subspace arrangements of type* $\mathcal{B}_n$ *and* $\mathcal{D}_n$; J. Algebraic Combinatorics, to appear; preprint, 1995.

[BW] A. Björner, V. Welker: *The homology of "k-equal" manifolds and related partition lattices*; Advances in Math. 110 (1995), 277–313.

[BZ] A. Björner, G.M. Ziegler: *Combinatorial stratification of complex arrangements*; Journal Amer. Math. Soc. 5 (1992), 105–149.

[DP] C. De Concini, C. Procesi: *Wonderful models of subspace arrangements*; preprint, 1995.

[FK] E.M. Feichtner, D.N. Kozlov: *On the intersection lattice of* $\mathcal{D}_{n,k}$*-arrangements – an application of spectral sequences and EC-shellability*; preprint 489/1995, TU Berlin, 21 pages.

[GM] M. Goresky, R. MacPherson: *Stratified Morse Theory*; Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, vol. 14, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1992.

[H] P. Hanlon: *The generalized Dowling lattices*; Trans. Amer. Math. Soc. 325 (1991), 1–37.

[K] D.N. Kozlov: *On generalized lexicographic shellability and orbit arrangements*; preprint, 1995.

[OS] P. Orlik, L. Solomon: *Combinatorics and topology of complements of hyperplanes*; Inventiones Math. 56 (1980), 167–189.

[V] V.A. Vassiliev: *Cohomology of knot spaces*; Adv. in Soviet Math. 1 (1990), 23–69.

[WZŽ] V. Welker, G.M. Ziegler, R. Živaljević: *Comparison lemmas and applications for diagrams of spaces*; preprint 432/1995, TU Berlin, 35 pages.

[Z] G.M. Ziegler: *On the difference between real and complex arrangements*; Math. Zeitschrift 212 (1993), 1–11.

[ZŽ] G.M. Ziegler, R. Živaljević: *Homotopy types of subspace arrangements via diagrams of spaces*; Math. Ann. 295 (1993), 527–548.

Lutz Kettner

Name:	Lutz Kettner
Betreuer:	Prof. Dr. Emo Welzl
Arbeitsbereich:	Algorithmische Geometrie
Thema:	CEBAP: **C**ontour-**E**dge-**Ba**sed-**P**olyhedron-Visualization
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1994

Darstellung des Promotionsthemas

Mit dem Projekt CEBAP verfolgen wir einen neuen Ansatz für das *hidden surface removal* Problem, der sich auf die Definition von Konturkanten stützt, daß sind Kanten eines Polyeders, die zwischen einer dem Betrachter zugewandten und einer abgewandten Facette liegen. Werden alle Kanten in die Bildebene projeziert, kann man beobachten, daß die Sichtbarkeit eines Objektes sich nur an Konturkanten ändern kann. Folgende Programmskizze erläutert das Verfahren:

- *Preprocessing:* Eine von der Blickrichtung unabhängige Vorverarbeitung ermöglicht später die schnelle Extraktion von Konturkanten zu einer gegebenen Blickrichtung.
- *Rendering loop:* Führe für gegebene Betrachterrichtung d aus:

- Extrahiere Konturkanten.
- Projeziere in die Bildebene (im Moment eine Parallelprojektion).
- Runde die Endpunkte der Konturkanten in der Bildebene auf das Raster des Ausgabemediums (1k×1k für Bildschirm).
- Berechne sichtbare Flächen mit Line-Sweep-Algorithmus.

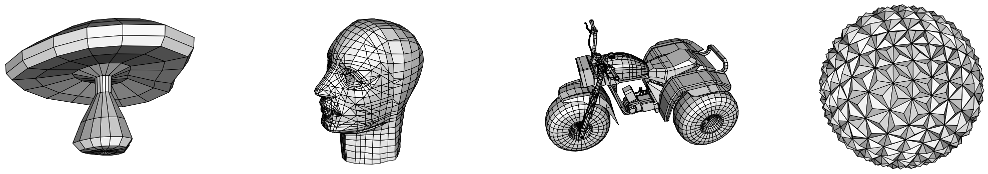
Die Vorläufer [1, 2] berechnen die Sichtbarkeit mit Hilfe von einem Line-Sweep-Algorithmus über den projezierten Kanten, nutzen aber noch nicht die Aufwandsreduktion durch die geringere Anzahl von Konturkanten.

Eignung des Verfahrens

Ein gegebenes Objekt kann in der Preprocessing-Phase auf seine Eignung für dieses Verfahren hin untersucht werden. Weist es zum Beispiel ausschließlich Konturkanten auf, würde man auf den ursprünglichen Line-Sweep zurückgreifen.

Eine bestimmende Größe für die Laufzeit ist die Anzahl der Konturkanten. Nimmt man die Betrachterrichtung als zufällig und gleichförmig verteilt an, kann man die erwartete Anzahl Konturkanten E_c einfach berechnen. Eine zweite interessante Größe stellt die erwartete Anzahl Schnitte Int von Kanten in der Projektion dar. Sie bestimmen als Eventpoints maßgeblich die Laufzeit des Line-Sweep-Algorithmus, wenn er trivial über alle projezierten Kanten läuft. Sie sind mit der erwarteten Anzahl Schnitte Int_c von Konturkanten in der Projektion zu vergleichen. Will man mit den früheren Arbeiten vergleichen, muß man noch berücksichtigen, daß bei geschlossenen Objekten *backface culling* möglich wird, also alle Kanten zwischen abgewandten Facetten auch gar nicht mehr bei der Zählung von Int auftauchen. Für diese Variante wird die erwartete Anzahl verbleibender Schnitte Int_{fc} von *front-* und Konturkanten berechnet.

Ich habe eine größere Auswahl von Objekten gesammelt und zeige hier die exemplarische Auswertung vierer Beispiele. $|\partial E|$ bezeichnet die Anzahl Randkanten für nicht geschlossene Objekte. Sie müssen ebenfalls im Line-Sweep behandelt werden, zählen also zu den E_c hinzu.



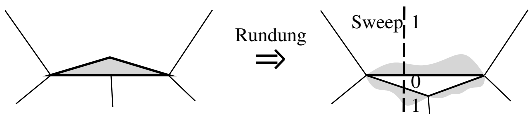
Name	$\lvert E\rvert$	$\lvert\partial E\rvert$	E_c	Int	Int_{fc}	Int_c
mushroom	464	0	54	450	62	4
head	3106	58	203	2950	456	64
honda	13877	578	2424	37013	11988	2148
epcot	2304	0	928	5459	2600	1590

Bis hin zum Vergleich zwischen Int und Int_{fc} sind die Werte erfreulich gut. Eines der wenigen ungünstigen Beispiele stellt die Konstruktion der Kuppel des *Epcot*-Centers dar.

Probleme mit Rundungsfehlern

Als Teilziel der praktischen Implementierung berechnen wir die Silhouette eines Objektes. Der Sweep-Line-Status enthält alle Konturkanten, die die Sweep-Line gerade schneiden. So kann die Zahl übereinanderliegender Flächen und ihrer Grenze zum Hintergrund einfach berechnet werden.

Die erste Implementierung verwendete ausdrücklich Fließkommaarithmetik, so daß frühzeitig die zu erwartenden numerischen Probleme auftraten. Bei fast allen Objekten zeigten sich immer wieder unerlaubte Löcher in der Silhouette. Bei 5 Grad Rotationswinkeln erscheinen diese Fehler beim Beispiel *epcot* sogar regelmäßig jedes zweite bis dritte Bild regelmäßig. Diese *Rundungsfehler* sind also keine Ausnahme, sondern müssen als ein Regelfall beachtet werden. Sie entstehen unter anderem durch Dreiecke von Konturkanten, deren Orientierung sich beim Runden ändert. Wie in der Zeichnung zu sehen ist, gerät dadurch die Ordnung auf der Sweep-Line durcheinander und es entstehen die Löcher.



Es können auch komplexere Beispiele auftreten, die eine einfache Charakterisierung dieser Fälle erschweren. Auch die Frage, wie diese Fehler nach erfolgreicher Charakterisierung zu beheben sind, ist nicht klar.

Zweites Verfahren

Die Probleme mit den Rundungsfehlern lassen sich darauf zurückführen, daß der Rundungsschritt zwischen der Konturkantenextraktion und dem Line-Sweep liegt. Die gefundenen Konturkanten sind nicht mehr konsistent mit der Geometrie nach der Rundung. Als neuer Ansatz wird die Rundung in die Vorverarbeitung integriert und die Konturkantenextraktion und der Line-Sweep daraufhin exakt und konsistent berechnet.

Die Rundung reduziert jetzt die Eingabedaten auf eine feste Anzahl Bit pro Koordinate, damit die Rechnungen mit fester Bitlänge exakt ausgeführt werden können. Es wird angenommen, daß die Projektion das gesamte Objekt im Fenster darstellt. Zoom und Clipping werden noch nicht unterstützt.

Sowohl das Objekt als auch die Blickrichtung werden gerundet. Für beide gilt, daß die Rundung Punkte des Objekts nicht mehr als ein Pixel in der letztendlichen Ausgabe verschieben darf. Unterstützt das Ausgabemedium b Bit, reichen $b+1$ Bit (vorzeichenlos) zur Repräsentation des Objekts und $b+2$ Bit (vorzeichenbehaftet) für die Blickrichtung. Setzt man 10 Bit für b an, kommt die Extraktion der Konturkanten mit 53 Bit für alle Rechnungen aus (Mantisse in **double**'s), die Darstellung der projezierten Punkte paßt in 32 Bit Integers, nur die Schnittpunktberechnung zweier projezierter Kanten überschreitet 53 Bit. Hier kann man noch die Beobachtung einfließen lassen, daß die meisten Kanten des Objekts gewöhnlich kurz sind, und die wenigen langen unterteilt werden können, so daß der Richtungsvektor einer Kante mit e Bit Koordinaten darstellbar ist. Setzt man hier 5 Bit an, paßt die Schnittberechnung immerhin noch in 64 Bit, was durch den Datentyp **long long** von den Compilern unterstützt wird.

CGAL Kernel

Der CGAL Kernel ist in einer ersten internen Version fertiggestellt, die zweidimensionale, lineare Objekte in cartesischer Repräsentation unterstützt. Ein Beitrag von meiner Seite ist der TeX-Style, der es im Reference-Manual ermöglicht, vollständige C++-Deklarationen zu schreiben, die einerseits durch ein Tool automatisch gegen die Implementierung im Code auf Konsistenz geprüft werden können, und andererseits ähnlich dem LEDA Manual in einer lesbareren Form dem Anwender präsentiert werden. So kann klarer zwichen Spezifikation und Implementierung getrennt werden.

Ausblick

Die Auswertung der Objekte für das Verfahren wird fortgesetzt. Die Objekte werden im Moment nach Sachgebieten gesammelt und ausgewertet, so daß man beispielsweise für *Medical Imaging* das Verfahren klar empfehlen kann, während es für Architektur nicht ganz so gut geeignet sein mag. Neben den Erwartungswerten für die Laufzeit sind auch Maximalwerte für die *worst-case* Abschätzung aber auch für die Speicherplatzreservierung interessant.

Die Berechnung der sichtbaren Regionen fehlt noch. Hierzu muß die Konturkantenextraktion ganze Konturpfade statt einzelner Kanten liefern.

Das Einlesen verschiedener Objektformate und Vorverarbeiten der Objekte inklusive Runden wirft ebenfalls interessante Fragen auf. Weitere Entwicklungsmöglichkeiten liegen in der adaptiven Vergröberung der Regionen innerhalb der Konturkanten. Möglichkeiten sehe ich auch in der Ausnutzung zeitlicher Kohärenz für die Konturkantenextraktion und die Sichtbarkeitsberechnung, sowie die Ausnutzung der Datenstruktur für schnelle Selektionsanfragen.

Aktivitäten im Wintersemester 1995/96

- Organisation und Teilnahme am CGAL Kernel Meeting, FU Berlin, 28.–30. August 1995.

- Teilnahme an der Herbstschule *über Zufällige Strukturen und Algorithmen* des Graduiertenkollegs, Buckow, 9.–11. Oktober 1995.

- CGAL Arbeitsaufenthalt bei INRIA, Sophia-Antipolis, Frankreich, 14.–21. Oktober 1995.

- Teilnahme am internationalen Workshop *Modeling, Virtual Worlds, Distributed Graphics.* Bad Honnef, 27.–28. November 1995.

- Besuch der Vorlesung: *Diskrete Strukturen und ihre Topologie.* G. M. Ziegler.

- Besuch der Vorlesung und des Kolloquiums des Graduiertenkollegs.

Vorträge

- *CEBaP - Contour Edge Based Polyhedron Visualization.* im Mitarbeiterseminar INRIA, Sophia-Antipolis, Frankreich. 17. Oktober 1995.
- *CGAL - Computational Geometry Algorithms Library.* im Mitarbeiterseminar Prof. D. Fellner, Universität Bonn, 29. November 1995.
- *3D Interaktionstechniken mit der Maus.* im Mitarbeiterseminar Prof. G. Domik, Universität Paderborn, 12. Dezember 1995.

Veröffentlichung

- Andreas Fabri, Geert-Jan Gieseman, Lutz Kettner, Stefan Schirra, Sven Schönherr. *The CGAL Kernel: A Basis for Geometric Computation.* submitted to *ACM Workshop on Applied Computational Geometry* in Philadelphia, Pennsylvania, 27.–28. Mai 1996.

Literatur

[1] Jr. Griffith Hamlin and C. William Gear. Raster-scan hidden surface algorithm techniques. In *Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH '77)*, volume 11, pages 206–213, 1977.

[2] Carlo H. Séquin and Paul R. Wensley. Visible feature return at object resolution. *IEEE Computer Graphics and Application*, volume 5, pages 37–50, 1985.

Petra Knieper

Name:	Petra Knieper
Betreuer:	Prof. Dr. Hans Jürgen Prömel
Arbeitsbereich:	Algorithmische Graphentheorie
Thema:	Optimierungsprobleme für Hypergraphen
Stipendiatin	im Graduiertenkolleg seit Mai 1995

Arbeitsgebiet

Set Cover ist der Prototyp von ganzzahligen linearen Programmen des Überdeckungstyps: Gegeben sei ein Hypergraph $\mathcal{H} = (V, E)$ mit $|V| = n$, dann ist Set Cover das Problem des Findens einer Knotenmenge $S \subseteq V$ minimaler Kardinalität, so daß alle Hyperkanten mit S einen nicht-leeren Schnitt haben. Mit dem Greedy-Algorithmus läßt sich die Größe eines optimalen Set Covers bis auf einen $O(\log n)$-Faktor approximieren, aber schon eine Approximation besser als $\frac{1}{4}\log n$ ist nicht möglich, es sei denn $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$ ([LY93]).
Bessere Approximationsfaktoren erhält man, wenn die *VC-Dimension* des Hypergraphen beschränkt ist, das ist die Kardinalität einer maximalen Menge $T \subseteq V$, so daß $\{T \cap e, e \in E\} = 2^T$.
Ein zufälliger Greedy-Algorithmus ([Lo94]) liefert dann ein Set Cover der Größe $16dS_R \log(dS_R)$, wobei S_R das Optimum des relaxierten linearen Programms ist. Dieses Ergebnis ist nach ([KPW92]) bestmöglich. Ich arbeite nun an der Derandomisierung dieses Resultats.

Eine weitere interessante Fragestellung, die sich aus dem Ergebnis ([Lo94]) ergibt, ist die Frage nach der Größe eines minimalen Set Covers in fast allen Hypergraphen (bzw. k-uniformen Hypergraphen, wobei ein Hypergraph *k-uniform* ist, wenn jede Hyperkante k Knoten enthält).
Für Graphen (2-uniforme Hypergraphen) ist bekannt, daß sie fast immer eine maximale Clique der Größe $O(\log n)$ haben ([Bol85]), woraus folgt, daß sie fast immer eine unabhängige Menge der Größe $O(\log n)$ besitzen und damit fast immer ein minimales Set Cover (oder Vertex Cover) der Größe $\Theta(n - \log n)$.
Für k-uniforme Hypergraphen ($k \geq 3$) gibt es zwei Arten eine unabhängige Menge zu definieren:

1. $U \subseteq V$ ist *unabhängig*, wenn es keine Hyperkante $e \in E$ gibt: $e \subseteq U$.
2. $U \subseteq V$ ist *γ-unabhängig*, wenn es keine Hyperkante gibt, die aus U mehr als γ Knoten enthält (für γ = k-1 erhält man die erste Definition).

Von Interesse ist besonders die Größe einer starken (γ=1) unabhängigen Menge.
Im Fall der 1. Definition einer unabhängigen Menge im k-uniformen Hypergraphen kann die Argumentation wie bei Graphen übernommen werden, d.h. über die Kardinalität einer maximalen Clique in fast allen Hypergraphen erhalten wir die Größe eines minimalen Set Covers in fast allen Hypergraphen.

Für $1 \leq \gamma < k-1$ stimmt diese Argumentation, wenn man die 2. Definition einer unabhängigen Menge verwendet, aber nicht mehr.
Für sehr großes k ($k = n-1, n-2, \ldots, n-c, c$ konstant) erhält man direkt ein Set Cover der Größe $2, 3, \ldots, c+1$. Für kleines k ($k = 2$) hat man dagegen fast immer die minimale Set Cover - Größe $\Theta(n - \log n)$. Interessant ist nun die Frage nach der Größe des minimalen Set Covers bei „mittleren "Werten von k.

Zudem bereite ich gerade ein Ergebnis aus meiner Diplomarbeit unter dem Titel „Sequential and Parallel Computation of ϵ-approximations " zusammen mit A. Srivastav zur Veröffentlichung vor.

Aktivitäten

- Teilnahme an der Herbstschule „Zufällige Strukturen und Algorithmen " des Graduiertenkollegs vom 9. bis 11. Oktober 1995 in Buckow.
- Teilnahme im Forschungsseminar „Algorithmen und Komplexität " an der HU und Vortrag über „Approximationen von Hitting-Sets ".
- Vortrag auf dem „Kolloquium über Kombinatorik " in Braunschweig am 17./18. November 1995 über „Parallele Konstruktion von ϵ-Approximationen in der Algorithmischen Geometrie ".
- Betreuung von 3 Vortragenden im Seminar „Parallele Algorithmen " an der HU.
- Teilnahme an der Vorlesung und dem Kolloquium des Graduiertenkollegs.
- Teilnahme am Berlin - Poznan Seminar.
- Teilnahme am Berliner Algorithmen Tag an der TU am 2. Februar 1996.

Ausblick

- Teilnahme am gemeinsamen Workshop des Graduiertenkollegs „Mathematische Optimierung " der Universität Trier und des Graduiertenkollegs „Algorithmische Diskrete Mathematik "aus Berlin am 1. und 2. April 1996 in Trier.

- Teilnahme an der Frühjahrsschule über „Kombinatorische Optimierung “ des Graduiertenkollegs vom 16. bis 20. Juni 1996 in Nakenstorf.

Literatur

[Bol85] B. Bollobás; *Random Graphs.* Academic Press, 1985.

[KPW92] J. Komlós, J. Pach and G. Woeginger; *Almost tight bounds on epsilon-nets.* Discete and Computational Geometry 7, 163 - 173, (1992).

[Lo94] L. Lovász; *Randomized Algorithms in Combinatorial Optimization.* Preprint, July 1994.

[LY93] C. Lund, M. Yannakakis; *On the hardness of approximating minimization problems.* Proc. 25th ACM Annual Symp. Theory Comput., 286 - 293, 1993.

Ewa Malesińska

Name:	Ewa Malesińska
Betreuer:	Prof. Dr. Rolf H. Möhring
Arbeitsbereich:	Algorithmische Graphentheorie
Thema:	Graphentheoretische Modelle bei Funknetzplanung
Stipendiatin:	im Graduiertenkolleg seit Mai 1994

Darstellung des Promotionsthemas

Zu den wichtigsten kombinatorischen Problemen bei der Mobilfunknetzplanung gehört das Frequenzzuweisungsproblem: die verfügbaren Frequenzen sind den Sendern so zuzuweisen, daß möglichst viele Gespräche unterstützt werden und gleichzeitig Störungen im Netz auf einem akzeptablen Niveau bleiben. Dieses Problem wird häufig als eine Verallgemeinerung der Graphenfärbung betrachtet (s. [Pl'94]). Interessanterweise hat man in der Praxis beobachtet, daß obwohl die Graphen, mit denen das Netz modelliert wird, nicht perfekt sind, deren chromatische Zahl entweder gleich oder annähernd gleich der maximalen Kardinalität einer Clique ist. Diese Graphen entsprechen ungefähr Schnittgraphen von Kreisen oder anderen konvexen Figuren auf der Ebene.

Dies motiviert das erste Ziel meiner Promotion, nämlich eine Untersuchung der strukturellen und algorithmischen Eigenschaften von einigen Schnittgraphen. Von besonderem Interesse sind hier *Unit Disk Graphen*, deren Verallgemeinerung *Double Disk Graphen* [GSW'94], sowie Schnittgraphen von konvexen Polygonen. Für diese Graphenklassen wird die Existenz und die Größenordnung der *chromatic-binding function* f_χ, die den Zusammenhang zwischen der Cliquenzahl und der chromatischen Zahl beschreibt (s. [Gy'87]), untersucht. Wichtig ist auch die Frage nach den Möglichkeiten der approximativen Färbung von Schnittgraphen sowie eine Analyse der Komplexität der Cliquenzahlberechnung ([CCJ'90]).

Ein anderer Schwerpunkt meiner Arbeit sind effiziente Frequenzzuweisungsverfahren. Mein Interesse gilt insbesondere Mobilfunknetzen, in denen einige Sender Frequenzen dynamisch wählen können, während den anderen die Frequenzen fest zugewiesen sind. In diesem Fall werden Kriterien untersucht, mit deren Hilfe ein Frequenzplan für den festen Netzteil so gewählt werden kann, daß später verschiedene temporäre Anforderungen in dem dynamischen Netzteil erfüllt werden können.

Ergebnisse

Im letzten Semester habe ich mich weiter mit den Mobilfunknetzen beschäftigt, die sowohl statische als auch dynamische Sender haben. In solchen Netzen ist für die statischen Sender ihre konstante Frequenzanforderung bekannt. Für die dynamischen Stationen sind nur Schranken für die minimalen und maximalen Anforderungen gegeben. Durch die Frequenzzuweisung im festen Netzteil werden die Listen der zulässigen Funkkanäle im Rest des Netzes reduziert. Die Auswertung der verbleibenden zulässigen Frequenzen kann sich nach der maximalen Anzahl von gleichzeitig erfüllbaren Kanalanforderungen im dynamischen Teil richten. Dieses Kriterium verallgemeinert die k-te Stabilitätszahl (s. [B'89]).

Im vorherigen Semester wurde ein Algorithmus zur Berechnung des obigen Optimalitätskriteriums sowie eines alternativen Kriteriums für Graphen mit beschränkter Baumweite entwickelt ([M'95]). Für vollständige und fast vollständige Graphen ist es entscheidend, ob die sogenannte „co-site constraints" berücksichtigt werden müssen, d.h. ob jeder einzelnen Station keine direkt nacheinanderfolgende Frequenzen zugewiesen werden dürfen. Wenn von „co-site constraints" abgesehen werden kann, dann läßt sich das erste Kriterium in polynomieller Zeit berechnen. Werden allerdings alle in der Praxis auftretende Einschränkungen beachtet, dann ist das Problem NP-schwer ([M'95]). Die optimalen Werte lassen sich für vollständigen Graphen gut approximieren. Wenn nämlich die minimalen Frequenzanforderungen, die immer erfüllt werden müssen, nicht höher als eins sind, dann kann das Kriterium bis auf den Faktor 2 in polynomieller Zeit approximiert werden. Leider ist aber das Problem MAX SNP-schwer und deswegen läßt sich der obige Faktor nicht beliebig verkleinern vorausgesetzt, daß $P \neq NP$. Darüber hinaus ist die Frage sehr interessant, unter welchen Voraussetzungen die „co-site constraints" keinen Einfluß auf den Wert des Kriterium haben. In einigen speziellen Fällen kann sich der Wert des Kriterium mit und ohne „co-site constraints" tatsächlich um den Faktor 2 unterscheiden. Es wurden aber auch realistische Fälle gezeigt in denen diese Einschränkungen keinen Einfluß auf die Lösung haben. Die obigen Ergebnisse über die Approximation des Kriteriums für vollständige Graphen können in [MP'95] gefunden werden.

Basierend auf den Ergebnissen für vollständige Graphen hoffe ich, gute, heuristische Verfahren für allgemeine Graphen zu entwickeln. Um gute untere Schranken zu bekommen ist es ausreichend einen Algorithmus zur Frequenzzuweisung zu modifizieren. Obere Schranken können mit Hilfe einer Aufteilung in disjunkte Cliquen berechnet werden.

Vorhaben

Die Algorithmen für die Auswertung der Frequenzpläne für feste Sendern in gemischten Netzen wurden schon zum großen Teil implementiert und mit zufällig erzeugten Beispielen getestet. Jetzt versuche ich die Verfahren so zu verfeinern, daß die Unterschiede zwischen den oberen und den unteren Schranken reduziert werden.

Vor dem Beginn des Sommersemesters möchte ich noch meine bisherigen Ergebnisse über die *Unit Disk Graphen* vervollständigen. Beispielsweise möchte ich untersuchen, ob die Algorithmen aus [H'95] für *k-claw free* Graphen sich für die *Unit Disk Graphen* verbessern lassen.

Im Sommersemester werde ich mich hauptsächlich dem Ausarbeiten meiner Dissertation widmen.

Aktivitäten

- Teilnahme am „Workshop of the HC&M Project on Models, Algorithms and Systems for Decision Support", Brüssel, 5.10 - 6.10.1995.
- Teilnahme an der Herbstschule über „Zufällige Strukturen und Algorithmen", Buckow, 9.10-11.10.95.
- Teilnahme an der „ACM Int. Conf. on Mobile Computing and Networking", Berkeley, CA, 13.11.-15.11.95; Vortrag über „An optimization method for the channel assignment in mixed environments ".
- Teilnahme an dem „Siemens Workshop Angewandte Diskrete Optimierung", Pommersfelden, 20.11-21.11.95; Vortag über „Optimierungskriterien für ein Frequenzzuweisungsproblem in Mobilfunknetzen".
- Teilnahme an dem CALMA Symposium, Scheveningen, 24.11.95.
- Besuch der Vorlesung und des Seminars des Graduiertenkollegs; Vortrag über „Optimierungskriterien für ein Frequenzzuweisungsproblem".
- Besuch der Vorlesung von Prof. M. Grötschel „Anwendungen der ganzzahligen Optimierung".
- Gutachten für *ZOR*, *Discrete Applied Mathematics* und *Algorithmica.*

Literatur

[B'89] C. Berge. Minimax Relations for the partial q-colorings of a graph. *Discrete Math. 74* (1989), 3-14.

[CCJ'90] B. Clark, Ch. Colbourn, D. Johnson. Unit disk graphs. *Discrete Math. 86* (1990), 165-177.

[GSW'94] A. Gräf, M. Stumpf, G. Weißenfels. On coloring unit disk graphs. Johannes Gutenberg-Universität Mainz (1994).

[Gy'87] A. Gyárfás. Problems from the world surrounding perfect graphs. *Zastosowania Matematyki XIX* (1987), 413-441.

[H'95] M. Halldórsson. Approximating discrete collections via local improvements. *Proc. 6th ACM-SIAM Symp. on Discrete Algorithms* (1995), 160-169.

[M'95] E. Malesińska. An optimization method for the channel assignment in mixed environments. *Proc. 1st ACM Int. Conf. on Mobile Computing and Networking* (1995), 210-217.

[MP'95] E. Malesińska, A. Panconesi. On the channel stability number of complete graphs. Manuscript.

[Pl'94] J. Plehn. Applied frequency assignment. *IEEE 44th Vehicular Technology Conference* (1994), 853-857.

Hans Mielke

Name:	Hans Mielke
Betreuer:	Prof. Dr. Martin Aigner
Arbeitsbereich:	Graphentheorie
Thema:	Das Penrose Polynom und Grapheninvarianten
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit April 1996

Darstellung des Promotionsthemas

Einführung

Unter einer Graphen–Invariante versteht man eine Funktion, die auf einer Menge von Graphen definiert ist und die für isomorphe Graphen den gleichen Funktionswert annimmt. Etwas allgemeiner kann man auch Invarianz bezüglich anderer Äquivalenzrelationen fordern.

Triviale Invarianten sind die Anzahl der Kanten oder Komponenten; das Tutte Polynom ist die allgemeine Invariante, die die Kontraktions–/Reduktions–Rekursion erfüllt. In neuerer Zeit sind — motiviert durch die kombinatorische Untersuchung von Knoten — einige Polynome dazugekommen.

In einer Arbeit von 1971 definiert Penrose [P71, man beachte den verrückten Titel!] ein interessantes neues Polynom $P_G(x)$ auf ebenen Graphen: Für jede Teilmenge $A \subseteq E$ der Kanten wird ein ebener Graph G auf eine vorgeschriebene Art in Zyklen zerlegt; in das Polynom geht dann die Anzahl $c(A)$ der so entstandenen Zyklen ein, und die Größe der Kantenteilmenge bestimmt das Vorzeichen:

$$P_G(x) = \sum_{A \subseteq E(G)} (-1)^{|A|} x^{c(A)}$$

Die Regel zum Zerlegen des Graphen in Zyklen nimmt auf die Länder Rücksicht, betrachtet also den Graphen und den dualen Graphen zugleich. Wesentlich für die Definition ist auch, daß an jedem Knoten die inzidenten Kanten zyklisch geordnet sind. Dennoch ist das Penrose Polynom von der Einbettung unabhängig, ist also eine Invariante bezüglich Graphen–Isomorphie.

Soweit die Definition; warum lohnt es sich aber, das Penrose Polynom zu untersuchen? Einige Koeffizienten und Funktionswerte haben interessante kombinatorische Interpretationen, speziell für 3-reguläre Graphen. Z.B. zählt $P_G(3)$ bei 3-regulären Graphen die Kanten–3–Färbungen, $P_G(-2)$ hängt mit der Anzahl der Länder–4–Färbungen zusammen, und daß die Koeffizienten alternieren, ist äquivalent zum Vierfarbensatz. Eine gute Übersicht gibt Aigner [A95].

Die Berechnung des Penrose Polynoms ist #P–schwer; das folgt aus einem Resultat von Vertigan [V91], siehe auch Welsh [W93].

Das Penrose Polynom läßt sich durch Übergang zum Medial Graphen G' als Polynom auf ebenen 4–regulären Graphen auffassen. Es ist dann eine Spezialisierung des Übergangspolynoms $Q_{G'}(W, x)$, das die Eulerschen Partitionen auf G' zählt, mit Gewichten abhängig von den Durchgängen an den Knoten. Auch das Tutte Polynom und die Martin Polynome sind Spezialisierungen des Übergangspolynoms. Über Zusammenhänge findet sich einiges bei Jaeger [J90]. Interessant ist auch das „spezielle Penrose Polynom“, bei dem nur über die Kozyklen summiert wird.

Probleme

Durch den Zugang über den Medialgraphen scheint das Penrose Polynom dem Tutte Polynom sehr ähnlich. Das Tutte Polynom hat vielfältige kombinatorische Interpretationen, man weiß einiges über Funktionswerte und Koeffizienten und über seine Komplexität [BO92, W93]. Es sollte möglich sein, noch einiges über das Penrose Polynom herauszufinden, z.B.:

Was bedeuten die Funktionswerte des Penrose Polynoms? Für $n \in \mathbb{N}$ zählt das Penrose Polynom zulässige n–Bewertungen, d.h. Kanten–n–Färbungen, die eine gewisse Zusatzbedingung erfüllen. An der Stelle -2 zählt das Penrose Polynom (bis auf einen Vorfaktor) die Länder–4–Färbungen des Graphen. Beim chromatischen Polynom hängt $\chi_G(-n)$ mit den azyklischen Orientierungen von G zusammen.

Was bedeuten die Koeffizienten des Penrose Polynoms? Ist die Koeffizientenfolge unimodal?

Für welche Werte ist die Berechnung des Penrose Polynoms in polynomieller Zeit möglich? $P_G(0) = P_G(1) = 0$, doch die Berechnung von

$$P_G(-2) = \pm 2^{|V(G)|-2} \cdot (\textit{Anzahl der Länder–4–Färbungen von } G)$$

ist schwer [V91].

Was für eine Rekursion erfüllt das Penrose Polynom? Der Ansatz der „natürlichen“ Rekursion führt sofort aus der Klasse der 4–regulären ebenen Graphen heraus. Besonders schön wäre, gleich eine Rekursion für das Übergangspolynom aufzustellen.

Wie verallgemeinert man das Penrose Polynom auf Matroide? A.Bouchet eine Struktur „Isotropes System“ eingeführt, die 4-reguläre Graphen und binäre Matroide vereinheitlicht [B87, B91]. Das Übergangspolynom und das Penrose Polynom lassen sich formal auf Isotrope Systeme und Matroide übertragen.

Alle diese Fragen sind auch interessant für das spezielle Penrose Polynom. Über die Untersuchung der vorhandenen Polynome hinausgehend könnten auch neue Definitionen fruchtbar sein, z.B. das „spezielle Tutte Polynom“ oder das „spezielle Martin Polynom“, wo über die Kozyklen summiert wird.

Aktivitäten

- Herbstschule über zufällige Strukturen und Algorithmen, Oktober 95 in Buckow,
- Kolloquium über Kombinatorik, November 95 in Braunschweig,
- Vorlesung „Topologie diskreter Strukturen“ bei Günter Ziegler
- und natürlich Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs.

Ausblick

- Berlin–Trier–Workshop 1996
- und die Vorlesung über „Highlights" der Kombinatorik bei Martin Aigner.

Literatur

[A95] M. Aigner (1995) Das Penrose Polynom (noch nicht erschienen).

[B87] A. Bouchet (1987) Isotropic Systems, *Europ.J.Combinatorics* **8**, 231–244.

[B91] A. Bouchet (1991) Tutte–Martin Polynomials and Orienting Vectors of Isotropic Systems, *Graphs and Combinatorics* **7**, 235–252.

[BO92] T. Brylawski, J. Oxley (1992) The Tutte Polynomial and Its Applications, *Matroid Applications* (N.White ed.), Kap.VI, Cambridge University Press.

[J90] F. Jaeger (1990) On Transition Polynomials of 4-regular Graphs, *Cycles and Rays* (G.Hahn et al., eds.), 123–150, Kluwer.

[P71] R. Penrose (1971) Applications of Negative Dimensional Tensors, *Combinatorial Mathematics and Its Applications* (D.J.A.Welsh, ed.), 221–244, Academic Press.

[V91] D.L. Vertigan (1991) The Computational Complexity of Tutte Invariants for Planar Graphs, *SIAM J. Comput.* (eingereicht)

[W93] D.J.A. Welsh (1993) *Complexity: Knots, Colourings and Counting,* Cambridge University Press.

Eva Nuria Müller

Name:	Eva Nuria Müller
Betreuer:	Prof. Dr. Ralph–Hardo Schulz
Arbeitsbereich:	Codierungstheorie
Thema:	Kreuzkorrelation von Schieberegisterfolgen
Stipendiatin	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1995

Darstellung des Promotionsthemas

Wir nennen eine Folge $(a_k)_{k \in I\!N}$, deren Folgenglieder einer linearen Rekursion

$$a_{n+i} = c_1 a_{n+i-1} + c_2 a_{n+i-2} + \ldots + c_n a_i \qquad i = 0, 1, 2, \ldots$$

genügen, eine lineare Schieberegisterfolge. Es läßt sich leicht zeigen, daß jede solche Folge periodisch ist, wenn der zugrunde liegende Körper endlich ist. Ist etwa $K = GF(p)$, so ist die Periodenlänge einer Folge, die einer Rekursion der Länge n genügt, stets ein Teiler von $p^n - 1$. Das periodische Verhalten ist im allgemeinen auch von den Anfangswerten $a_0, \ldots, a_{n-1}$ abhängig. Wir interessieren uns jedoch in erster Linie für Folgen maximaler Periodenlänge (sog. maximale Folgen), in diesem Fall können alle Aussagen unabhängig von den Startwerten getroffen werden.

Sind zwei maximale Folgen (a_k) und (b_k) über $GF(2)$ gegeben, so berechnet sich die Kreuzkorrelation $C_{ab}(t)$ dieser beiden Folgen mittels $C_{ab}(t) = \sum_{i=0}^{2^n-2} a_{i+t} b_i$. Geht (b_k) durch zyklisches Verschieben aus (a_k) hervor, so wird aus der gegenseitigen Korrelation $C_{ab}(t)$ ein Wert der Autokorrelationsfunktion $C_{aa}(t)$ von (a_k). Diese Funktion ist bereits untersucht worden, sie nimmt nur zwei Werte an: Ist $t \equiv 0 \ (mod\ 2^n - 1)$, so ist $C_{aa}(t) = 2^n - 1$, anderenfalls ist $C_{aa}(t) = -1$.

Die Kreuzkorrelation zweier maximaler linearer Schieberegisterfolgen (a_k) und (b_k), die nicht durch zyklisches Verschieben auseinander hervorgehen, nimmt fast immer mindestens drei Werte an ([1, 2, 3, 8]). Die Anzahl der Werte der Kreuzkorrelationsfunktion ist jedoch nach oben durch die Anzahl der verschiedenen zyklotomischen Nebenklassen $mod\ 2^n - 1$ beschränkt ([1]). Besonders interessant ist es hierbei festzustellen, in welchen Fällen $C_{ab}(t)$ dreiwertig ist.

Bei der Berechnung des Wertebereiches von $C_{ab}(t)$ können mehrere mathematische Verfahren angewandt werden: Die Folgenglieder einer linearen

Schieberegisterfolge können explizit mittels der *trace*–Abbildung dargestellt werden. Da diese Abbildung ein Charakter der additiven Gruppe von $GF(2^n)$ ist, läßt sich die Bestimmung der Werte von $C_{ab}(t)$ auf die Auswertung einer Charaktersumme mit polynomialem Argument zurückführen ([6, 7]).

Des weiteren gibt es einen Zusammenhang zwischen linearen Schieberegisterfolgen und Gewichtsverteilungspolynomen von binären zyklischen Codes: Die Bestimmung von $C_{ab}(t)$ ist hier gleichwertig damit, das Gewichtsverteilungspolynom eines zyklischen $(2^n - 1, 2n)$–Linearcodes zu ermitteln ([4], [5], [8]).

Im Rahmen meiner Bemühungen möchte ich mich besonders mit folgender Vermutung befassen: Zu zwei maximalen Schieberegisterfolgen (a_k) und (b_k) lassen sich stets natürliche Zahlen q und s finden, so daß $b_k = a_{qk+s}$ für alle $k \in \mathbb{N}$ gilt (Die Indizes sind hierbei $mod\ 2^n - 1$ zu lesen). Ist n ungerade und $q = 2^{\frac{n-1}{2}} + 3$, so ist $C_{ab}(t)$ für alle $n \leq 17$ dreiwertig; es wird vermutet, daß dies für alle ungeraden $n \in \mathbb{N}$ gilt ([1]).

Aktivitäten

- Besuch von Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs,
- Besuch der Vorlesung *Codierungstheorie* bei Martin Aigner,
- Besuch des Colloquiums für Examenskandidaten und Doktoranden bei Prof. R.-H. Schulz,
- Teilnahme am Kolloquium über Kombinatorik in Braunschweig im November 1995.

Ausblick

- Nach Sichtung und Studium der Literatur kann nun damit begonnen werden, mit Hilfe der verschiedenen Lösungsansätze konkrete Berechnungen durchzuführen und Vermutungen aufzustellen.
- Besuch des Berlin-Trier-Workshops im April 1996

Literatur

[1] S. W. Golomb: *Shift register sequences.* Laguna Hills 1982

[2] T. Helleseth: *Some results about the crosscorrelation between two maximal linear sequences.* Discrete Mathematics **16** (1967), p.209-232

[3] T. Helleseth: *A note on the cross-correlation function between two binary maximal length sequences.* Discrete Mathematics **23** (1978), p.301-307

[4] T. Kasami: *Weight enumerators for several classes of subcodes of second order binary Reed–Muller codes.* Information and Control **18** (1971), p.369–394

[5] A. J. Menezes (Hg.): *Applications of finite fields.* Boston etc. 1993

[6] R. Lidl, H. Niederreiter: *Finite Fields.* Encyclopedia of mathematics and its applications **20**, Reading 1980

[7] H. Niederreiter: *Weights of cyclic codes.* Information and Control **34** (1977), p. 130–140

[8] Y. Niho: *Multi-valued cross-correlation functions beween two maximal recursive sequences.* PhD-Dissertation, Department of Electrical Engineering, University of Southern California, Los Angeles, California, 1972

Peter Niemeyer

Name:	Peter Niemeyer
Betreuer:	Prof. Dr. H. A. Jung
Arbeitsbereich:	Graphentheorie
Thema:	Unendliche Wege in Graphen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1993

Darstellung des Promotionsthemas

Viele Eigenschaften unendlicher Graphen lassen sich über die Endenstruktur des Graphen beschreiben. *Enden* sind Äquivalenzklassen von einseitig unendlichen Wegen, wobei zwei solche Wege äquivalent sind, wenn der Graph unendlich viele endliche, disjunkte Verbindungswege zwischen ihnen enthält. Unendliche, transitive Graphen haben ein, zwei oder aber überabzählbar viele Enden. Während über die Struktur der zwei-endigen Graphen im wesentlichen alles und über die der Graphen mit unendlich vielen Enden schon sehr viel bekannt ist, versteht man die Struktur ein-endiger, transitiver Graphen noch kaum. Die Enden-Relation erweist sich in diesem Falle als zu 'grob'.

Vor diesem Hintergrund habe ich gemeinsam mit Prof. Jung Verfeinerungen der Enden-Relation untersucht [3]. Als sehr fruchtbar erwies sich hierbei der folgende Ansatz: Zwei einseitig unendliche Wege heißen *d-äquivalent*, falls ihr Hausdorff-Abstand endlich ist. Die Klassen dieser Äquivalenzrelation heißen *d-Fasern*. In lokalfiniten Graphen (Graphen, in denen jede Ecke von endlichem Grad ist) zerfällt jedes Ende, das keine d-Faser ist, in überabzählbar viele d-Fasern.

Mein Ziel ist es nun, verschiedene Eigenschaften ein-endiger Graphen über deren d-Faser-Struktur zu beschreiben.

Ergebnisse

In meiner Dissertation beweise ich u.a. folgende Resultate:

- In jedem lokalfiniten, transitiven Graphen bilden die beschränkten Automorphismen den Kern der natürlichen Operation der Automorphismengruppe auf der Menge der d-Fasern [5]. (Dieses Ergebnis ist eine Verallgemeinerung eines bekannten Satzes von Möller [4].)

- Die beschränkten Nicht-Translationen eines lokalfiniten Graphen bilden einen Normalteiler in der Gruppe der beschränkten Automorphismen. Die entsprechende Faktorgruppe ist torsionsfrei und abelsch [6]. (Dieses Ergebnis verallgemeinert Resultate aus [10] und [2].)

- Jede Translation von metrischem Typ fixiert unedliche Wege, die geodätischen Wegen *beliebig nahe* kommen [3]. (Dieses Resultat war von N. Polat und M.E. Watkins vermutet worden [9].)

- In einem lokalfiniten, 3-zusammenhängenden, planaren, ein-endigen Graphen ohne Ecken und Länder von kleinem Grad liegt jede Kante auf einem zweiseitig unendlichen, geodätischen Weg [7]. (Dieses Ergebnis löst den Hauptfall einer Vermutung von C.P. Bonnington, W. Imrich und N. Seifter [1].)

- Ist X ein planarer Graph auf dem eine endlich erzeugte, abelsche Gruppe fast-transitiv operiert, so enthält X überabzählbar viele geodätische unendliche Wege, die paarweise nicht d-äquivalent sind [8].

Aktivitäten

- Teilnahme am Graphentheorie-Seminar bei Prof H.A. Jung (mit Vortrag).
- Teilnahme am *Kolloquium über Kombinatorik* am 17/18.11.95 in Braunschweig (mit Vortrag).
- Vortrag im Rahmen des Kolloquiums des Graduiertenkolleg zum Thema *Geodätische, unendliche Wege in lokalfiniten Graphen* (4.12.95).
- Vortrag im Graphentheorie-Seminar der Universität Chemnitz (25.1.95).

Literatur

[1] C.P. Bonnington, W. Imrich, N. Seifter, Geodesics in transitive graphs, *J. Combin.Therory, Ser. B, to appear*

[2] C.D. Godsil, W. Imrich, N. Seifter, M.E. Watkins and W. Woess, A Note on Bounded Automorphisms of Infinite Graphs, *Graphs and Combin.* **5** *(1989), 333–338*

[3] H.A. Jung and P. Niemeyer, Decomposing Ends of Locally Finite Graphs, *Math. Nachr.* **174** *(1995) 185–202*

[4] R.G. Möller, Ends of graphs, *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.* **111** *(1992) 255–266*

[5] P. Niemeyer, On bounded automorphisms of locally finite transitive graphs, *J. Graph Theory, to appear*

[6] P. Niemeyer, On translations of infinite graphs, Technical Report 427/1995, Technische Universität Berlin, (1995)

[7] P. Niemeyer and M.E. Watkins, Geodetic rays and fibers in one-ended planar graphs, submitted

[8] P. Niemeyer and M.E. Watkins, Geodetic rays and fibers in one-ended transitive graphs, in preparation

[9] N. Polat and M.E. Watkins, On translations of double rays in graphs, *Periodica Math. Hung.*__30__ *(1995) 145-154*

[10] W. Woess, Topological groups and infinite graphs, *Discrete Math.* **95** *(1991) 373–384*

Andreas Parra

Name:	Andreas Parra
Betreuer:	Prof. Dr. Rolf H. Möhring
Arbeitsbereich:	Algorithmische Graphentheorie und Ordnungstheorie
Thema:	Bestimmung von Graphenparametern
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1993

Darstellung des Promotionsthemas

Im Dezember '95 habe ich meine Dissertation unter dem Titel *"Structural and Algorithmic Aspects of Chordal Graph Embeddings"* eingereicht. Die Arbeit befaßt sich mit Einbettungen von Graphen in die Klasse der chordalen Graphen (sogenannte *Triangulierungen*), mit deren Hilfe auf größeren Graphenklassen strukturelle Ergebnisse erzielt und effiziente Algorithmen zur Bestimmung verschiedener Graphenparameter entwickelt werden.

Dabei werden Parameter wie die Baumweite, Pfadweite, Bandweite, Minimum Fill-In Zahl oder der Rang von Graphen betrachtet, die trotz ihrer unterschiedlichen Definitionen und Herkünfte einige Gemeinsamkeiten haben: Erstens, sie besitzen eine Vielzahl von Anwendungen in unterschiedlichen Bereichen, z.B. im VLSI-Design (Minimierung der Anzahl von Tracks eines zulässigen Layouts), bei Routing-Verfahren (Finden disjunkter Wege), bei Scheduling-Problemen (sukzessive Herstellung von Produkten aus verschiedenen Komponenten), bei komplexen Berechnungen mit dünnen Matrizen oder bei der Rekonstruktion der Anordnung von DNA-Molekülen. Zweitens ist das Problem ihrer algorithmischen Bestimmbarkeit $\mathcal{NP}$-hart. Und drittens lassen sich die entsprechenden Optimierungsprobleme äquivalent auffassen als spezielle Triangulierungsprobleme in Teilklassen von chordalen Graphen. Als Quelle für Literaturangaben seien [1, 4, 5, 3, 6] genannt.

Die zuletzt erwähnte Gemeinsamkeit ist für meine Arbeit von zentraler Bedeutung: Sie dient als Ausgangspunkt, um, eingeschränkt auf verschiedene Graphenklassen, $\mathcal{NP}$-Vollständigkeits- und Äquivalenzresultate oder effiziente Algorithmen für die Bestimmung der verschiedenen Graphenparameter entwickeln zu können. Als entscheidendes Hilfsmittel werden dazu Eigenschaften inklusionsminimaler Triangulierungen benutzt.

Eine wichtige Rolle für Triangulierungen spielen die minimalen Separatoren eines Graphen. Daher werden verschiedene Ansätze zur Modellierung der strukturellen Verbindungen zwischen den minimalen Separatoren in beliebigen Graphen untersucht. In diesem Zusammenhang führen wir den *Separator-Graphen* und den *Struktur-Graphen* von Graphen ein. Eines der Hauptresultate in der Arbeit besagt, daß die inklusionsminimalen Triangulierungen eines Graphen genau den maximalen Cliquen seines Separator-Graphen entsprechen. Dadurch lassen sich bestimmte Graphenprobleme auf Cliquenprobleme im dazugehörigen Separator-Graphen reduzieren, was bei einer Verallgemeinerung der Intervall- und Permutationsgraphen, nämlich bei den d-Trapezgraphen, die effiziente Lösung des Baumweite- und Minimum Fill-In–Problems ermöglicht. Der Struktur-Graph modelliert die für feste Eckenpaare bekannte Verbandsstruktur der minimalen Separatoren eines Graphen [2]. Für Graphen ohne asteroidale Tripel führt dieser Ansatz zu neuen Charakterisierungen und zu einem polynomialen Algorithmus für die Baumweite-Bestimmung. Anschließend betrachten wir das Bandweite- und Ranking-Problem auf Teilklassen von Graphen ohne asteroidale Tripel. Schließlich werden für eine Verallgemeinerung der Toleranzgraphen die Relation der Baumweite und Pfadweite bestimmt und das Minimum Fill-In–Problem effizient gelöst.

Aktivitäten

- Teilnahme am Siemens Workshop über Angewandte Diskrete Optimierung, Pommersfelden, 19.-21.11. Vortrag: Algorithmische Bestimmung und Anwendungen einiger Graphenparameter.

- Besuch der Vorlesung *Anwendungen der ganzzahligen Optimierung* von M. Grötschel.

- Gutachtertätigkeit für *Discrete Appl. Math.*.

Literatur

[1] H.L. Bodlaender. A tourist guide through treewidth. *Acta Cybernetica*, 11:1–23, 1993.

[2] F. Escalante. Schnittverbände in Graphen. *Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg*, 38:199–220, 1972.

[3] H. Kaplan, R. Shamir, and R.E. Tarjan. Tractability of parameterized completion problems on chordal and interval graphs: Minimum fill-in and physical mapping. In *Proceedings 35th Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS'94)*, pages 780–791, 1994.

[4] T. Kloks. *Treewidth — Computations and Approximations.* Springer-Verlag, Lecture Notes in Computer Science, vol. 842, 1994.

[5] R.H. Möhring. Graph problems related to gate matrix layout and PLA folding. In G. Tinhofer, E. Mayr, H. Noltemeier, and M. Syslo, editors, *Computational Graph Theory, Computing Supplementum 7*, pages 17–51. Springer-Verlag, Wien, 1990.

[6] P. Scheffler. Node ranking and searching on graphs. In *Proceedings 3rd Twente Workshop on Graphs and Combinatorial Optimization*, pages 159–162. Enschede, 1993.

Jörg Rambau

Name:	Jörg Rambau
Betreuer:	Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Arbeitsbereich:	Diskrete Geometrie
Thema:	Polyedrische Unterteilungen und Polytopprojektionen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit dem 1. April 1994

Darstellung des Promotionsthemas

Einleitung

Zerlegungen von geometrischen Gebilden in einfache Einzelteile spielen in vielen Bereichen der Mathematik ein Rolle. Die Frage, welche Struktur die Menge aller Triangulierungen (der konvexen Hülle) einer gegebenen Punktkonfiguration im d-dimensionalen Euklidischen Raum hat, ist für Dimensionen $d \geq 3$ bisher nur für *reguläre* Triangulierungen bekannt (siehe GELFAND, KAPRANOV & ZELEVINSKY [6]). Interessant ist hauptsächlich, ob und wie effektiv je zwei verschiedene Triangulierungen derselben Konfiguration durch eine Folge *bistellarer Operationen* miteinander verbunden werden können.

In meiner Dissertation spielen die folgenden komplementären Herangehensweisen eine Rolle, die auf unterschiedliche Art Polytopprojektionen betrachten:

- Untersuche eine Verallgemeinerung der Frage
  (die verallgemeinerte Baues-Vermutung).

- Untersuche Spezialfälle
  (Triangulierungshalbordnungen zyklischer Polytope).

Zu beiden Fragen konnten interessante Ergebnisse erzielt werden.

Die verallgemeinerte Baues-Vermutung

Jede surjektive affine Projektion von Polytopen $\pi : P \to Q$ induziert eine Menge von Unterteilungen von Q: man nehme einen Teilkomplex $\mathcal{F}$ des Randes von P mit bestimmten Eigenschaften[1], so daß seine Projektion ganz Q überdeckt; diese Projektion definiert eine polyedrische Unterteilung von Q. Man interessiert sich nun für die Menge aller dieser Komplexe $\mathcal{F}$, genannt *lokal-kohärente Bänder*, die solche *induzierten Unterteilungen* definieren.[2] Wenn die Projektionen von je zwei Ecken verschieden sind — d. h. die Projektion ist *nicht-degeneriert* —, so entsprechen die lokal-kohärenten Bänder genau den induzierten Unterteilungen.

Die *lokal-kohärenten Bänder* bilden eine teilgeordnete Menge durch die Halbordnung “$\mathcal{F} \leq \mathcal{F}'$ genau dann, wenn $\bigcup \mathcal{F} \subseteq \bigcup \mathcal{F}'$ ”. Für eine nicht-degenerierte Projektion entspricht das der Halbordnung durch *Verfeinerung* in

[1] Genaueres findet man bei BILLERA, KAPRANOV UND STURMFELS [1].
[2] Vgl. [1], [2], [13], [16] für ausführlichere Informationen.

der Menge der induzierten Unterteilungen. Wenn P ein Simplex ist, untersucht man also genau den Raum *aller* Triangulierungen von Q bezüglich *bistellarer Äquivalenz* [3, 7, 8].

In dieser Situation ist folgendes Problem, insbesondere mit den Spezialfällen "P ist ein Simplex" bzw. "P ist ein Hyperwürfel", von Interesse:

Verallgemeinerte Baues-Vermutung
(Billera, Kapranov, Sturmfels (1991)):
Der Homotopietyp der Halbordnung aller lokal-kohärenten Bänder ist der einer Sphäre der Dimension $\dim P - \dim Q - 1$. *Die Inklusion des sphärischen Teilkomplexes aller global kohärenten Bänder* (siehe [1]) *ist eine Homotopieäquivalenz.*

Triangulierungshalbordnungen zyklischer Polytope

Die Menge aller Triangulierungen des zyklischen d-Polytops mit n Ecken $C(n, d)$ ist eine teilweise geordnete Menge $\mathcal{S}_1(n, d)$, in der jede Deckrelation eine *gerichtete bistellare Operation* darstellt (siehe Edelman & Reiner [4]). Für das geometrische Verständnis spielt die kanonische Projektion von $C(n, d+1)$ nach $C(n, d)$, die die letzte Koordinate löscht, eine gewichtige Rolle.

Von Kapranov & Voevodsky [9] wurde eine Abbildung von der höheren Bruhat-Ordnung $\mathcal{B}(n-2, d-1)$ (siehe Manin & Schechtman [10] oder Ziegler [15]) auf die Halbordnung $\mathcal{S}_1(n, d)$ aller Triangulierungen von $C(n, d)$ vorgeschlagen. Da diese Abbildung dort nur abstrakt in der Sprache der Polykategorientheorie definiert wird, ist es interessant, nach der konkreten Abbildungsvorschrift zu suchen. Die Frage nach dem bistellaren Zusammenhang dieser Räume war bislang offen.

Ergebnisse anderer

Einige Spezialfälle der verallgemeinerten Baues-Vermutung sind von anderen bereits bewiesen worden:

- der Fall $\dim Q = 1$ (die originale Baues-Vermutung) [1],
- der Fall $\dim Q = 2$, wenn P ein Simplex ist (ohne Beweis in [1], mittlerweile bewiesen von Edelman & Reiner [5]),

- *euklidische Matroid-Programme.*[3]

Edelman & Reiner haben den *bistellaren Zusammenhang* der Triangulierungsräume von zyklische Polytopen bis einschließlich Dimension 5 nachgewiesen [4].

Eigene Ergebnisse

Im Sommersemester/Wintersemester 1994/1995 konnten wir die verallgemeinerte Baues-Vermutung in ihrer allgemeinsten Form vollständig klären:

1. Die verallgemeinerte Baues-Vermutung ist *richtig* für $\dim P - \dim Q \leq 2$.

2. Die verallgemeinerte Baues-Vermutung ist *falsch* im Fall $\dim Q > 1$ und $\dim P - \dim Q > 2$. Es gilt stärker: Es existiert eine *degenerierte* Polytopprojektion eines 5-Polytops P mit 10 Ecken und 36 Facetten auf ein Dreieck Q, deren Halbordnung aller induzierten Unterteilungen ein isoliertes Element hat.[4]

3. Die verallgemeinerte Baues-Vermutung ist auch *falsch* im Fall $\dim Q > 1$ und $\dim P - \dim Q > 2$, wenn nur *nicht-degenerierte* Projektionen zugelassen sind: Es existiert eine nicht-degenerierte (injektiv auf Ecken von P) Polytopprojektion eines simplizialen 5-Polytops P mit 10 Ecken und 42 Facetten auf ein Sechseck Q, deren Halbordnung aller induzierten Unterteilungen mindestens zwei Zusammenhangskomponenten hat.

Zusammen mit den bereits bekannten Ergebnissen liefert das alle noch offenen Fälle ohne Zusatzvoraussetzungen an P.[5]

Im Sommersemester 1995 gelang es, eine *konkrete*, ordnungserhaltende Abbildung $\mathcal{T}$ von $\mathcal{B}(n-2, d-1)$ nach $\mathcal{S}_1(n, d)$ zu definieren. (Es ist immer noch unklar, ob sie mit der Kapranov-Voevodsky-Abbildung übereinstimmt.) In diesem Fall heißt "konkret", daß die Abbildung mithilfe eines MAPLE-Pakets am Computer für jedes Element ausgerechnet werden kann. Triangulierungen im Bild dieser Abbildung können algorithmisch bistellar verbunden werden.

[3] Siehe Sturmfels und Ziegler [14] für den Zusammenhang mit Hyperwürfelprojektionen.

[4] D. h. im allgemeinen gilt nicht einmal Zusammenhang. Das Gegenbeispiel wurde zusätzlich durch ein eigenes Computerprogramm verifiziert.

[5] Siehe R. und Ziegler [12] für Details.

Im Wintersemester 1996 ist nun die Frage nach der Struktur der Triangulierungshalbordnungen der zyklischen Polytope wie folgt geklärt worden:

1. $\mathcal{S}_1(n, d)$ ist beschränkt und daher zusammenhängend.
2. Bistellare Verbindungspfade zwischen je zwei Triangulierungen können algorithmisch gefunden werden.
3. Die maximalen Ketten in $\mathcal{S}_1(n, d)$ entsprechen modulo einer Äquivalenzrelation den Elementen von $\mathcal{S}_1(n, d+1)$.

Diese Ergebnisse sind zur Veröffentlichung vorbereitet in [11].

Ausblick

Methoden, die bei der Klärung der Struktur von $\mathcal{S}_1(n, d)$ erfolgreich waren, sollen auf einen Triangulierungsbegriff für orientierte Matroide angewendet werden. Als weiteres Beispiel sind Triangulierungen von Hyperwürfeln sehr interessant.

Aktivitäten im Wintersemester

- Vorlesung "Diskrete Strukturen und ihre Topologie" bei Prof. G. M. Ziegler,
- DMV-Tagung in Ulm mit Vortrag,
- Herbstschule des Graduiertenkollegs über "Zufällige Strukturen und Algorithmen", 9.–11.10.95,
- "Kolloquium über Kombinatorik" am 17/18.11.95 in Braunschweig mit Vortrag,
- Workshop 3.–9.3.96 in Oberwolfach (geplant),
- Gutachten für Documenta Mathematica.

Vorhaben im Sommersemester

- Graduiertenkolleg-Workshop in Trier 1.–2.4.96,
- Fertigstellung der Dissertation,
- Forschungsaufenthalt am Geometry Center Mineapolis im Juni.

Literatur

[1] Louis J. Billera, Mikhail M. Kapranov, and Bernd Sturmfels. Cellular strings on polytopes. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 122:549–555, 1994.

[2] Louis J. Billera and Bernd Sturmfels. Fiber polytopes. *Annals of Mathematics*, 135:527–549, 1992.

[3] Jesús de Loera. A non-regular triangulation of the product of two tetrahedra. Preprint, 1994.

[4] Paul H. Edelman and Victor Reiner. The higher Stasheff-Tamari posets. Preprint July 1995, Mathematika, to appear.

[5] Paul H. Edelman and Victor Reiner. Visibility complexes and the Baues Problem for triangulations in the plane. Preprint 1995.

[6] Izrail M. Gelfand, Mikhail M. Kapranov, and Andrei V. Zelevinsky. Discriminants of polynomials in several variables and triangulations of Newton polyhedra. *Leningrad Mathematical Journal*, 2:449–505, 1991.

[7] Barry Joe. Three dimensional triangulations from local transformations. *SIAM Journal of Scientific Statistical Computation*, 10:718–741, 1989.

[8] Barry Joe. Construction of three-dimensional Delaunay triangulations using local transformations. *Computer Aided Geometric Design*, 8:123–142, 1991.

[9] Mikhail M. Kapranov and V. A. Voevodsky. Combinatorial-geometric aspects of polycategory theory: pasting schemes and higher Bruhat orders (list of results). *Cahiers de Topologie et Géométrie différentielle catégoriques*, 32(1):11–27, 1991.

[10] Yu. I. Manin and V. V. Schechtman. Arrangements of hyperplanes, higher braid groups and higher Bruhat orders. *Advanced Studies in Pure Mathematics*, 17:289–308, 1989.

[11] Jörg Rambau. Triangulations of cyclic polytopes and higher Bruhat orders. Preprint, Dezember 1995.

[12] Jörg Rambau and Günter M. Ziegler. Projections of polytopes and the Generalized Baues Conjecture. Preprint TU-Berlin No. 429/1995, Discrete & Computational Geometry, to appear.

[13] Bernd Sturmfels. Fiber polytopes: A brief overview. In M. Yoshida, editor, *Special differential equations*, pages 117–124. Kyushu University, Fukuoka, 1991.

[14] Bernd Sturmfels and Günter M. Ziegler. Extension spaces of oriented matroids. *Discrete & Computational Geometry*, 10:23–45, 1993.

[15] Günter M. Ziegler. Higher Bruhat orders and cyclic hyperplane arrangements. *Topology*, 32(2):259–279, 1993.

[16] Günter M. Ziegler. *Lectures on Polytopes*, volume 152 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer, New York, 1995. *Updates, Corrections, and more* available at `http://www.math.tu-berlin.de/~ziegler`.

Frank Recker

Name:	Frank Recker
Betreuer:	Prof. Dr. Martin Aigner
Arbeitsbereich:	Kombinatorik
Thema:	Kombinatorische Suche
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1994

Darstellung des Promotionsthemas

In dem letzten Semesterheft habe ich die kombinatorische Suche bereits motiviert. Ich wiederhole hier darum nur die mathematische Definition.

Gegeben sei eine Menge S, eine natürliche Zahl $k \geq 2$ und eine Familie von Funktionen $\mathcal{F} \subseteq \{f : S \to \{0, \ldots, k-1\}\}$. In der Menge S existiert ein unbekanntes Element x^*. Nach dem Wählen einer Funktion $f \in \mathcal{F}$ erhält man als Antwort $f(x^*)$. Ein Suchalgorithmus $\mathcal{A}$ wählt nun Funktionen f_1, f_2, $\ldots$, bis x^* durch die Funktionswerte eindeutig bestimmt ist. Zu je zwei $x, y \in S$ mit $x \neq y$ muss es also ein $f \in \mathcal{F}$ mit $f(x) \neq f(y)$ geben. Bezeichnen wir die Anzahl der notwendigen Fragen mit $l(x^*)$, so ist die Länge von $\mathcal{A}$ definiert als $L(\mathcal{A}) = \max_{x^* \in S} l(x^*)$. Die Komplexität des Suchprozesses $(S, \mathcal{F})$ ist nun $L(S, \mathcal{F}) = \min_{\mathcal{A}} L(\mathcal{A})$. Algorithmen mit $L(\mathcal{A}) = L(S, \mathcal{F})$ heißen optimale Algorithmen.

Formal ist auch die Suche nach mehreren defekten Elementen durch die Definition erfaßt. Sind k Elemente defekt, so wird als Suchraum die Menge aller k-elementigen Teilmengen gewählt. Nach der Auswahl einer Teilmenge erhält man als Antwort, ob die Menge ein defektes Element enthält. Diese Suchprozesse gehören zum "Combinatorial Group Testing".

Arbeitsgebiet

Ich untersuche verschiedene Suchprobleme im Zusammenhang mit Bäumen. Als Fragen sind dabei jeweils alle Teilbäume erlaubt.

Zum einen betrachte ich beliebige Bäume bei einem defekten Blatt. Zum anderen betrachte ich binäre Bäume mit mehr als einem defekten Blatt.

Als Startpunkte wählte ich dabei die Arbeit von Rivest [RIV-77]. Hier wurde der Fall "binärer Baum, ein defektes Blatt" gelöst.

Ergebnisse

Wie im letzten Semesterbericht erwähnt, ist es uns gelungen die in [RIV-77] eingeführten Bäume für allgemeines q zu erweitern und zu zeigen, daß diese Bäume den worst case unter allen (n, q)-Bäumen[6] bilden. Leider ist es mir nicht gelungen, eine geschloßene Formel für die Größe dieser Bäume zu finden.

Beim Group Testing in binären Bäumen ergibt sich das folgende Resultat: Zu jedem $n \geq 3$, $2 \leq d < n$ gibt es einen (n,2)-Baum, so daß jeder korrekte Algorithmus[7] ein Suchlänge von $n - 1$ hat. Dies ist bemerkenswert, da beim normalen Group Testing[8] für $n > 3d$ weniger als $n - 1$ Fragen notwendig sind (siehe [DU-93], Seite 56).

[6] siehe [AIG-88], Seite 13

[7] Dies sind die Algorithmen, die immer die defekten identifizieren.

[8] Jede Teilmenge ist als Testmenge erlaubt.

Betrachten wir nur vollständige binäre Bäume, so ist die Anzahl der notwendigen Fragen geringer. Ist $C(m)$ die Suchkomplexität bei einem vollständigen binären Baum mit $n = 2^m$ Blättern und zwei defekten Blättern, so konnten wir zeigen, daß $C(1) = 0$, $C(2) = 3$ und $C(m) = 2m$ für $m \geq 3$ gilt.

Aktivitäten

Tagungen:

- Vortrag beim "Colloquium on Combinatorics" in Brauschweig

Vorlesungen und Seminare:

- Vorlesung *Codierungstheorie* bei Martin Aigner
- Vorlesung und Seminar des Graduiertenkollegs

Ausblick

Ich werde die Suche in vollständigen binären Bäume mit $d \geq 3$ defekten Blättern untersuchen. Im Idealfall ergibt sich, wie bei $d = 2$ eine geschlossene Formel für die Suchkomplexität.

Eine Fragestellung in der kombinatorischen Suche ist aber auch: "Ab wieviel defekten Elementen ist die Einzelabfage optimal?" Für das allgemeine Problem ist gezeigt worden, daß im Fall $n > 3d$ die Suchkomplexität kleiner als $n - 1$ ist. Eine Suchlänge von $n - 1$ ist bisher jedoch nur für $n \leq \frac{21}{8}d$ bewiesen worden.

Wie die Ergebnisse zeigen, gilt dies nicht für Bäume mit der eingeschränkten Menge an zuläßigen Fragen. Bei den vollständigen binären Bäumen scheint aber so ein Schwellwert wieder zu existieren.

Literatur

[AIG-88] Martin Aigner, *Combinatorical Search*, Wiley-Teubner Series in Computer Science (1988)

[DU-93] Ding-Zhu Du and Frank K. Hwang, *Combinatorical Group Testing*, Series on applied mathematics 3 (1993)

[RIV-77] Ronald L. Rivest, *The Game of "N" Questions on a Tree*, Discret Mathematics 17 (1977), 181–186

Andreas Schulz

Name:	Andreas S. Schulz
Betreuer:	Prof. Dr. Rolf H. Möhring
Arbeitsbereich:	Kombinatorische Optimierung
Thema:	Polytopes and Scheduling
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1993

Zusammenfassung des Inhalts der Dissertation

Da ich Anfang Dezember 1995 meine Dissertation abgegeben habe, erscheint es sinnvoll, an dieser Stelle ihren Inhalt kurz zusammenzufassen.

Die polyedrische Kombinatorik ist ein wichtiger methodischer Ansatz zum Verständnis und zum Lösen kombinatorischer Optimierungsprobleme. Die Idee, das jeweilige Problem als Minimierung einer linearen Zielfunktion über der konvexen Hülle der als Inzidenzvektoren dargestellten Lösungen aufzufassen, führt zu einer geometrischen Beschreibung desselben und macht es somit prinzipiell den Methoden und Techniken der Polyedertheorie und linearen Optimierung zugänglich. In dieser Arbeit wird dieser Ansatz für diverse „Packing" und „Scheduling" Probleme entwickelt, und es wird seine Relevanz verdeutlicht, indem primale und duale Approximationsalgorithmen, die auf Lösungen linearer Optimierungsprobleme aufbauen, vorgestellt, indem kombinatorische Algorithmen auf der Basis vollständiger linearer Beschreibungen hergeleitet, indem verschiedenartige lineare Relaxierungen mehrerer Probleme analytisch verglichen und indem neue Polyeder und Ungleichungen eingeführt werden, um gemeinsame Strukturen zuvor unabhängig voneinander studierter Polyeder und zugehöriger Ungleichungen zu verdeutlichen.

Die Darstellung der engen Beziehung von mehreren Klassen von Scheduling Polyedern zu supermodularen Polyedern läßt nicht nur die Struktur der Scheduling Polyeder erkennen, sondern ermöglicht insbesondere, diverse Scheduling Regeln als Spezialfälle des Greedy Prinzips für supermodulare Polyeder zu interpretieren. Diese Sichtweise führt auch zu einem kombinatorischen Algorithmus für das Problem, die gewichtete Summe der Fertigstellungszeiten zu minimieren, wenn mehrere Maschinen parallel zur Verfügung stehen, deren Geschwindigkeit aber über die Zeit veränderlich ist.

Üblicherweise werden zur Modellierung von Scheduling Problemen Variablen verwendet, die die Fertigstellungszeit direkt angeben, die die Reihenfolgebeziehung zwischen Paaren von Jobs anzeigen oder aber die die Zuweisung von Jobs zu bestimmten Zeitperioden bestimmen. Es werden Beziehungen zwischen diesen Formulierungen dargestellt und die mit ihnen erreichbaren unteren Schranken für die Optimalwerte verglichen. Sie werden auch verwendet, um für eine Reihe verschiedener NP–schwerer Scheduling Probleme die bestbekannten und beweisbar gute primale und duale Approximationsalgorithmen zu entwickeln.

Da die zulässigen Lösungen von Scheduling Problemen mit beschränkten Ressourcen bestimmte Intervallordnungen definieren, wird das Polytop der in einem gegebenen gerichteten Graphen enthaltenen Intervallordnungen eingeführt und studiert. Die gefundenen Klassen gültiger und zum Teil Facetten definierender Ungleichungen ermöglichen insbesondere und interessanterweise eine neue Interpretation fast aller bekannten Facetten definierenden Ungleichungen des Polytops der linearen Ordnungen.

Das Polytop der Intervallordnungen erweist sich einer großen Klasse von Polytopen zugehörig, die interessante strukturelle Gemeinsamkeiten aufweisen. Um diese zu verdeutlichen sowie für viele in dieser Klasse enthaltene bekannte Polytope zugleich neues Wissen bereitzustellen, wird das Modell des „Transitive Packing“ und die zugehörige Klasse von Polytopen eingeführt. Mehrere Klassen gültiger Ungleichungen werden präsentiert, und es wird gezeigt, daß diese Polytope beliebig hohen Chvátal Rang haben. Zu den Polytopen dieser neuen Klasse gehören die mit Unabhängigkeitssystemen assoziierten Polytope, die Polytope der azyklischen gerichteten Teilgraphen, die Polytope der Cliquen Zerlegungen eines Graphen, die Polytope der Intervallordnungen sowie die Polytope der relativ transitiven gerichteten Teilgraphen.

Aktivitäten

Vorträge

- “0/1–Integer Programming: Optimization and Augmentation are Equivalent”, Vortrag während des 3^{rd} *Annual European Symposium on Algorithms* (ESA’95), Korfu, Griechenland, 25.09. – 27.09.1995

Veröffentlichungen (im Berichtszeitraum)

- Andreas S. Schulz, Robert Weismantel, and Günter M. Ziegler, "0/1–Integer Programming: Optimization and Augmentation are Equivalent", in Paul Spirakis (ed.): *Algorithms – ESA'95*, Lecture Notes in Computer Science 979, Springer: Berlin, 1995, pp. 473–483.

- Andreas S. Schulz, Scheduling to Minimize Total Weighted Completion Time: Performance Guarantees of LP–Based Heuristics and Lower Bounds, Preprint No. 474/1995, Fachbereich Mathematik, Technische Universität Berlin, Germany.

- Soumen Chakrabarti, Cynthia A. Phillips, Andreas S. Schulz, David B. Shmoys, Cliff Stein, and Joel Wein, Improved Scheduling Algorithms for Minsum Criteria (Extended Abstract), December 1995.

- Leslie A. Hall, Andreas S. Schulz, David B. Shmoys, and Joel Wein, Scheduling to Minimize Average Completion Time: Off–Line and On–Line Algorithms, In preparation.

- Rolf H. Möhring, Markus W. Schäffter, and Andreas S. Schulz, Scheduling with Communication Delays: Minimizing the Average Weighted Completion Time, In preparation.

- Andreas S. Schulz and Rudolf Müller, Transitive Packing, In preparation.

Sonstige

- Leitung des Drittmittelprojekts "Disjunkte Einbettung von Graphen in Basisgraphen" (Deutsche Telekom AG) an der Technischen Universität Berlin

- Erstellung von Gutachten für die Zeitschriften *Discrete Applied Mathematics*, *Mathematics of Operations Research*, *Mathematical Programming* (A und B), *SIAM Journal on Discrete Mathematics* und *Zeitschrift für Operations Research*

- Mitbetreuung mehrerer Diplomanden an der Technischen Universität Berlin

Regina Urbaniak

Name:	Regina Urbaniak
Betreuer:	Prof. Dr. M. Grötschel, Priv. Doz. Dr. R. Weismantel
Arbeitsbereich:	Kombinatorische Optimierung
Thema:	Testmengen in der ganzzahligen Optimierung
Stipendiatin	im Graduiertenkolleg seit April 1995

Arbeitsgebiet

Für ein gegebenes ganzzahliges Problem wird eine Testmenge als eine Menge von Vektoren definiert, so daß jeder nicht optimale, zulässige Punkt dieses Problems, durch Addition eines Elements aus der Testmenge verbessert werden kann. In der Literatur sind mehrere Arten von Testmengen bekannt (sie hängen unter anderem davon ab, in welcher Form das Ausgangsproblem gegeben ist). Erwähnen sollte man an dieser Stelle die Graver Testmenge ([2]), die Schrijver Testmenge ([3]) und die reduzierte oder universelle Gröbner Basis ([1], [5], [6], [7]).

In den letzten Jahren gab es eine Reihe von Ergebnissen, die hoffen lassen, daß Algorithmen basierend auf Testmengen, zur Lösung ganzzahliger Programme erfolgreich eingesetzt werden können ([9]). Zum Beispiel gilt für ganzzahlige 0/1 Programme, daß folgende Probleme in stark polynomialer Zeit ineinander überführt werden können ([4]):

- zu einer gegebenen zulässigen Lösung x finde eine andere zulässige Lösung x^*, die die Zielfunktion $c^T x$ maximiert,
- zu einer gegebenen zulässigen Lösung x finde eine andere zulässige Lösung x' so das $c^T x' > c^T x$,
- zu einer gegebenen zulässigen Lösung x finde eine andere zulässige Lösung x' so das $c^T x' > c^T x$ und $x' - x$ nicht reduzierbar ist.

Ein anderes positives Ergebnis wurde in [8] dargestellt: Es existiert ein kombinatorischer Algorithmus zur Berechnung einer Testmenge für Probleme mit nichtnegativen Eingabedaten.

Meine Aufgabe ist es, theoretische Grundlagen zu schaffen, anhand derer gewisse Probleme mit Hilfe von Testmengen gelöst werden können.

Ergebnisse und Ziele

Ich beschäftigte mich im Berichtszeitraum mit dem Stabile-Mengen-Problem aus der Graphentheorie. Gegeben sei ein Graph $G = (V, E)$ und eine Testmenge $\mathcal{T}$ für das Stabile-Mengen-Problem in G (bezeichnet mit $STAB(G)$). Angenommen, G wurde durch eine Operation auf Graphen (zum Beispiel Löschen eines Knotens) in den Graphen $G' = (V', E')$ transformiert. Das Ziel ist, die Testmenge $\mathcal{T}$ für $STAB(G)$ in eine Testmenge $\mathcal{T}'$ für $STAB(G')$ überzuführen.

Betrachtet habe ich folgende Operationen: Löschen von Knoten, Löschen einer Kante, Kontraktion einer Kante und Hinzufügen einer Kante. Desweiteren habe ich die Möglichkeit betrachtet, eine Testmente für $STAB(G)$ zu bestimmen, wobei G als k-Summe zweier Graphen G_1 und G_2 dargestellt werden kann, und die jeweiligen Testmengen für $STAB(G_1)$ und $STAB(G_2)$ als bekannt vorausgesetzt werden. Es hat sich herrausgestellt, daß Löschen von Knoten, Hinzufügen und Kontraktion einer Kante zu einer Testmente $\mathcal{T}'$ führen, die in der gegebenen Testmenge $\mathcal{T}$ enthalten ist. Dagegen ist es erheblich schwieriger, eine Testmenge für $STAB(G')$ zu bestimmen, wenn G' durch das Entfernen einer Kante $[u, v]$ des Graphen G entstanden ist. Der Grund dafür ist darin zu suchen, daß zum einen, eine nicht optimale stabile Menge S in G' bereits optimal in G sein kann, und zum anderen, S die Knoten u und v gleichzeitig enthalten kann, so daß S keine stabile Menge in G ist.

Folgende Eigenschaft, mit (*) bezeichnet, ist bei der Bestimmung der Testmenge für das Stabile-Mengen-Problem in einem Graphen G wichtig.

> Wenn S' eine bezüglich der festgelegten Ordnung größere stable Menge in G ist als S, dann liegt entweder der Vektor $t := \chi^{S'} - \chi^S$ in $\mathcal{T}$ oder t kann durch Elemente der Testmenge auf spezielle Art und Weise reduziert werden.

Daß diese Testmenge auch wirklich existiert, kann durch eine kleine Modifikation des in [8] verwendeten Algorithmus gezeigt werden.
Nun sollte man sich noch die Frage stellen, ob die Testmenge, die man für das Stabile-Mengen-Problem im Graphen G' konstruiert hat, auch die Eigenschaft

(*) hat. Es kann einfach gezeigt werden, daß es beim Löschen von Knoten, Addition und Kontraktion von Kanten der Fall ist. Dagegen ist es nicht offensichtlich, wie sich das Löschen von Kanten hinsichtlich dieser Eigenschaft auswirkt. Und dies ist auch das größte Hinderniss, die Testmenge für das $STAB(G)$ zu bestimmen, wenn G die k-Summe zweier Graphen G_1 und G_2 ist. Für $k = 1$ konnte ich die Testmenge für $STAB(G)$ bestimmen (da wird das Löschen von Kanten nicht benötigt). Desweiteren habe ich vor zu untersuchen, ob eventuell Elemente der Testmenge $\mathcal{T}'$ (beim Löschen von Kanten) hinzugefügt werden müssen, um die Eigenschaft (*) in $\mathcal{T}'$ garantieren zu können. Danach will ich die vorgestellten Operationen auf andere Probleme aus der Graphentheorie erweitern und mich später mit Optimierungsproblemen auf binären Matr oiden befassen.

Aktivitäten

- Teilnahme am Symposium über Operations Research in Passau, 13 - 15 September 1995 mit Vortrag über *'A Variant of the Buchberger Algorithm for Integer Programming'*,
- Teilnahme am Workshop on Combinatorial Optimization in Aussois, Frankreich, 7 - 13 Januar mit Vortrag über *'Test Sets under Graph Operations'*,
- Besuch der Vorlesung 'Mehrgüterflußprobleme' von A. Martin

Literatur

[1] P. Conti & C. Traverso: *Buchberger Algorithm and Integer Programming*, Proceedings AAECC-9 (New Orleans), Springer LNCS **539**, 1991, pp. 130-139.

[2] J. E. Graver: *On the fundations of linear and integer programming I,* Mathematical Programming 8 (1975).

[3] A. Schrijver: *Theory of linear and integer programming,* Wiley-Interscience Series of Operations Research 17 No.3, August 1992, 608–614.

[4] A. S. Schulz & R. Weismantel & G. M. Ziegler: *0/1-Integer Programming: Optimization and Augmentation are Equivalent,* preprint 1995.

[5] B. Sturmfels & R. Weismantel & G. M. Ziegler: *Gröbner basis of lattices, corner polyhedra, and integer programming,* preprint 1994.

[6] B. Sturmfels & R. R. Thomas: *Variation of cost functions in integer programming,* Cornell University, Ithaca, New York 14853. August 12, 1994.

[7] R. R. Thomas: *Gröbner Basis Methods for integer programming,* A Dissertation Presented to the Faculty of the Graduate School of Cornell University in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy (August 1994).

[8] R. Urbaniak, R. Weismantel & G. M. Ziegler: *A variant of the Buchberger algorithm for integer programming,* preprint 1994.

[9] R. Weismantel: *Knapsack problems, Test Sets and Polyhedra,* Habilitations-Schrift, TU Berlin, Juni 1995.

Lorenz Wernisch

Name:	Lorenz Wernisch
Betreuer:	Prof. Dr. Emo Welzl
Arbeitsbereich:	Bioinformatik, Markovketten
Postdoktorand	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1994

Darstellung der Arbeitsgebiete

Proteine (Rezeptoren) werden wirksam, indem sie Substanzen (Liganden), die chemisch verändert werden sollen, an sich binden. Sofern die Moleküle als starr angenommen werden und man ihre Struktur kennt, lässt sich der Ort des Andockens aus der Oberflächenform der Moleküle ganz gut errechnen. (Connolly [2], Lenhof [5]). Schwieriger wird es, wenn der Ligand flexibel ist. Üblicherweise wird in diesem Fall eine systematische Auswahl aller möglichen Konformationen des Liganden auf ihre Dockingqualität hin getestet (etwa Clark and Ajay [1], Leach and Kuntz [3]). Das führt zu langen Rechenzeiten.

Ein möglicher Alternativansatz ist, den Liganden in starre Teile zu zerlegen, die gegeneinander flexibel bleiben sollen. Diese Teile werden einzeln gedockt. Im nächsten Schritt werden all die Teile miteinander wieder verbunden, die in ungefährer Nähe und in der ungefähr richtigen Lage zueinander gedockt wurden. Solch ein Verfahren benötigt effiziente Datenstrukturen für geometrische Probleme. Etwa müssen aus einer Punktemenge all diejenigen Paare gefunden werden, deren Abstand zueinander innerhalb eines gegebenen Intervalls liegt. Oder aus einer Menge von Liniensegmenten sollen alle Paare mit einem bestimmten Abstand und Winkel zueinander gefunden werden.

Ich arbeite zur Zeit an der Implementierung dieser Ideen, um die Anwendbarkeit in der Praxis zu überprüfen. Ein weiteres Fernziel dieser Implementierungsarbeit ist die Bereitstellung eines experimentellen Systems, das eine Vielfalt von effizienten (geometrischen) Datenstrukturen zur Verfügen stellt, die sich im Zusammenhang des Proteindockings oder der Proteinfaltung als nützlich erweisen. Dazu gehören etwa verschiedene Arten von Bereichsabfragestrukturen, Voronoidiagrammen, oder auch von ϵ-Netzen (siehe auch Lenhof [4]).

Aktivitäten

- Seminar: Algorithmen zur DNA-Sequenzierung.
- Konferenz "Bioinformatik", Braunschweig, 9.–11. Oktober 1995.
- BMBF-Statusseminar "Molekulare Bioinformatik", 7.–8. November 1995.

Literatur

[1] K. P. Clark and Ajay. Flexible ligand docking without paramter adjustment across four ligand-receptor complexes. *J. of Comp. Chem.*, 16(10):1210–1226, 1995.

[2] M. L. Connolly. Shape complementarity and the hemoglobin $\alpha_1\beta_1$ subunit interface. *Biopolymers*, 25:1229–1247, 1986.

[3] A. R. Leach and I. D. Kuntz. Conformational analysis of flexible ligands in macromolecular receptor sites. *J. of Comp. Chem.*, 13(6):730–748, 1992.

[4] H.-P. Lenhof. *Distanz- und Suchprobleme in der algorithmischen Geometrie und Anwendungen in der Bioinformatik.* PhD thesis, Universität des Saarlandes, 1993.

[5] H.-P. Lenhof. An algorithm for the protein docking problem. In D. Schomburg and U. Lessel, editors, *Bioinformatics: From Nucleic Adics and Proteins to Cell Metabolism*, volume 18, pages 125–139. GBF Monographs, Braunschweig, 1995.

Hans–Martin Will

Name:	Hans-Martin Will
Betreuer:	Prof. Dr. Emo Welzl
Arbeitsbereich:	Algorithmische Geometrie, Bioinformatik
Thema:	Algorithmen zu Problemen der Molekülgeometrie
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1995

Darstellung des Promotionsthemas

Molekularbiologische Prozesse sind wesentlich durch die Geometrie und die Ladungsverteilungen der beteiligten Moleküle bestimmt. Neben der reinen Erfassung von Meßdaten aus Röntgenstruktur-, NMR- oder IR-Sprektroskopieexperimenten gewinnt dabei die geometrische Modellierung am Rechner, sei es auch nur zur Nach- und Aufbereitung von Meßdaten, an Bedeutung. In meiner Arbeit konzentriere ich mich vor allem auf die Modellierung von Wechselwirkungen zwischen Molekülen bzw. die Gestalt kurzer Fragmente innerhalb größerer Moleküle.

Arbeitsgebiet

In meiner Promotion versuche ich, bestehende Modellierungsansätze aus der algorithmischen Biochemie durch Methoden aus der algorithmischen Geometrie effizient umzusetzen.

Derzeit arbeite ich an dem Problem, größte berührende Kugeln zu finden, eine Fragestellung, die in vielen Programmen zu oben genannten Problemstellungen als Vorbereitungsschritt bearbeitet werden muß; siehe dazu etwa Yeates (1995) oder die Arbeiten von Kuntz et. al.. Es gilt dabei zu einer gegebenen

Menge von Kugeln im euklidischen Raum (die Atome bzw. Atomgruppen darstellen) jeweils größtmögliche weitere Kugeln zu bestimmen, die gewisse ausgezeichnete Atome berühren. Solche Kugeln dienen im weiteren etwa einfach als Maß für die Zugänglichkeit eines Atoms [Yeates (1995)] oder als Kandidaten für die Position möglicher Ligandenatome [Leach & Kuntz (1992)]. Die bisherigen Algorithmen zu diesem Problem arbeiten entweder "brute force" durch sampling der Oberfläche oder mittels Heuristiken.

Tatsächlich genügt es, das Voronoi-Diagramm der Sphären zu berechnen. Aurenhammer (1987) zeigt, wie man dieses als Projektion von Kegelschnitten erhält, die wiederum selbst durch geeignete Powerzellen definiert sind. Powerdiagramme ihrerseits entsprechen bekanntlich Projektionen von oberen (unteren) konvexen Hüllen. Die Komplexität eines solchen Diagramms zu n Sphären im E^d schätzt er durch die Komplexität einer konvexen Hülle im E^{d+2} ab.

Gegenwärtig bearbeite ich die folgenden Probleme:

1. Obwohl Aurenhammer eine prinzipielle Konstruktion des Voronoi-Diagramms von Sphären angibt, ist diese noch nicht direkt in Anwendungen einsetzbar. Es fehlt etwa noch eine geeignete Darstellung des Diagramms als Datenstruktur, die effizient abgefragt werden kann. Insbesondere ist die Darstellung durch die definierenden Gleichungen alleine nicht ausreichend, da algebraisch konjugierte Lösungen nicht unterschieden werden können.

   Daher erarbeite ich derzeit eine Datenstruktur aufbauend auf den Techniken des Rechnens in algebraischen Erweiterungen [Mishra (1993)], die Basis einer Implementation des Verfahrens gemäß Aurenhammer werden soll. Für die Berechnung der konvexen Hülle soll dabei der inkrementelle Algorithmus von Clarkson & Shor (1989) Verwendung finden, die Moleküldaten verarbeite ich über die PDBLib von P. Bourne.

2. Die Komplexitätsabschätzung von Aurenhammer ist noch nicht optimal. Neuere Arbeiten (siehe etwa Sharir & Agarwal (1995)) führen zur Vermutung, daß $O\left(n^{\lceil \frac{d}{2} \rceil + \epsilon}\right)$ als obere Schranke für die Komplexität eines solchen Diagramms erreichbar ist.

3. Schließlich besitzen Moleküldaten zusätzliche Struktur. So erhalten Halperin & Overmars (1994) durch Einbezug solcher zusätzlicher Struk-

tur (Grad der Überlappung, Größenverhältnisse) für die Komplexität der Oberfläche deutlich bessere, lineare Schranken. Auch für das vorliegende Problem sollte für die in der Praxis auftretenden Daten eine lineare oder geringfügig darüberliegende Komplexitätsschranke nachweisbar sein.

Aktivitäten

- Teilnahme an Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs.
- Teilnahme an Vorlesung "Codierungstheorie"
- Drei Vorträge im Mittagsseminar zu Starrheitsmatroiden bzw. Powerdiagrammen.
- Teilnahme an der Herbstschule in Buckow

Literatur

[1] Aurenhammer, F., Power diagrams: properties, algorithms and applications. *SIAM J. Comput.*, Vol. 16, No. 1, 1987

[2] Aurenhammer, F., Voronoi diagrams — A survey of a fundamental geometric data structure. *ACM Computing Surveys*, Vol. 23, No. 3, 1991

[3] Clarkson, K. L. & Shor, P. W., Applications of random sampling in computational geometry II. *Disc. Comp. Geo.*, 1989

[4] Halperin, D. & Overmars, M. H., Spheres, Molecules, and Hidden Surface Removal. 10^{th} *Computational Geometry*, ACM, 1994

[5] Halperin, D. & Sharir, M., Almost tight upper bounds for the single cell and zone problems in three dimensions. *Discrete Comput. Geom.*, Vol. 14, 1995

[6] Kuntz, I. D., Blaney, J. M., Oatley, S. J., Landgridge, R. & Gerrin, T. E., A geometric approach to macromolecule-ligand interactions. *J. Mol. Biol.*, Vol. 161, 1982

[7] Leach, A. R. & Kuntz, I. D., Conformational analysis of flexible ligands in macromolecular receptor sites. *J. Computational Chemistry*, Vol. 13, No. 6, 1992

[8] Mishra, B., *Algorithmic Algebra.*, Springer, 1993

[9] Sharir, M. & Agarwal, P. K., *Davenport-Schinzel Sequences and Their Geometric Applications*, Cambridge, 1995

[10] Yeates, T. O., Algorithms for evaluating the long-range accessibility of protein surfaces. *J. Mol. Biol.*, Vol. 249, 1995

Jörg Zuther

Name:	Jörg Zuther
Betreuer:	Prof.Dr. H.A.Jung
Arbeitsbereich:	Graphentheorie
Thema:	Enden in Digraphen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit April 1994

Darstellung des Promotionsthemas

In den frühen 40'er Jahren untersuchten Hopf [6] und Freudenthal [2] diskrete Gruppen mit Hilfe des Endenkonzeptes. Unabhängig davon führte Halin [3] den Endenbegriff für unendliche Graphen 1964 nochmals ein. Beide Endenkonzepte stimmen für Cayley-Graphen überein. Das Endenkonzept erwies sich als ein grundlegendes und wichtiges Werkzeug in der Theorie der unendlichen Graphen. Diestel [1] und Polat [9] geben einander ergänzende Überblicke über verschiedene Aspekte des Themas.

Soweit mir bekannt ist, wurde der Endenbegriff bisher nur für die Untersuchung von *ungerichteten* Graphen benutzt. Es stellt sich daher die Frage, ob sich ein Endenbegriff auch für gerichtete Graphen sinnvoll definieren läßt. Dies ist in der Tat der Fall. Zwei einseitig unendliche Wege in einem (ungerichteten) Graphen G heißen *äquivalent* genau dann, wenn es unendlich viele dieselben verbindende paarweise disjunkte Wege gibt. Die Äquivalenzklassen bzgl. dieser Relation werden *Enden von G* genannt. Für einseitig unendliche Bahnen (kurz: *1-Bahnen*) U und V eines gerichteten Graphen D bedeute

$U \leq_D V$, daß es unendlich viele disjunkte Bahnen von U nach V gibt, und $U \sim_D V$, daß gilt $U \leq V$ und $V \leq U$. Dann ist $\leq$ eine Quasiordnung und $\sim$ eine Äquivalenzrelation auf der Menge aller 1-Bahnen von D. Die Äquivalenzklassen bzgl. $\sim$ werden *Enden von D* genannt, und $\leq$ induziert eine partielle Ordnung auf der Menge aller Enden von D. Eigentlich ergeben sich sogar drei verschiedene Endenbegriffe: *ω-Enden* (welche ausschließlich ω-Bahnen enthalten, d.h. einseitig unendliche Bahnen, die 'nach ∞ abhauen'), *ω^*-Enden* (welche ausschließlich ω^*-Bahnen enthalten, d.h. einseitig unendliche Bahnen, die 'von ∞ kommen') und *zusammengesetzte Enden* oder kurz *z-Enden* (die sowohl ω- als auch ω^*-Bahnen enthalten können).

Das hier eingeführte Endenkonzept für Digraphen läßt sich sowohl als eine Verallgemeinerung des Endenbegriffes für ungerichtete Graphen als auch als eine Verfeinerung gewisser Unterenden des zugrundeliegenden ungerichteten Graphen ansehen.

Es stellt sich nun als erstes die Frage, wie diejenigen Ordnungen aussehen, die auf Endenmengen von Digraphen auftreten. Eine (partielle) Ordnung $(X, \leq)$ heißt ω-darstellbar genau dann, wenn es einen Digraphen D gibt, dessen Endenordnungsstruktur isomorph zu $(X, \leq)$ ist. Die Begriffe *ω^*-darstellbar* und *z-darstellbar* werden analog definiert. Das bisher wichtigste Ergebnis zu diesem Thema war, daß eine ω-darstellbare Ordnung notwendig zu jeder streng monoton wachsenden Folge ein Supremum enthalten muß. Ich habe einige weitere Ergebnisse (z.B. eine hinreichende Bedingung für ω-Darstellbarkeit) zu diesem Problem.

Generell sind vor allem die folgenden beiden Fragen interessant:

1. Inwieweit lassen sich Ergebnisse über Enden in ungerichteten Graphen auf Enden in Digraphen verallgemeinern?

2. Lassen sich "gerichtete Enden" zur Erforschung ungerichteter unendlicher Graphen heranziehen?

Während ich diverse Ergebnisse bezüglich der ersten Frage aufweisen kann, vermag ich die zweite Frage bisher nicht zu bejahen.

Ergebnisse

Die Untersuchung der Automorphismen eines Graphen verrät u.U. sehr viel über seine Struktur. Es gibt einige sehr schöne Ergebnisse über Zusammenhänge zwischen der Automorphismengruppe von unendlichen Graphen und ihrer Struktur. Als interessant haben sich in diesem Zusammenhang insbesondere Translationen herausgestellt.

Eine *Translation* eines (Di)graphen D ist ein Automorphismus, der keinen endlichen Teil(di)graphen von D fest läßt. Eine zweiseitig unendliche Bahn B heißt *τ-periodisch* genau dann, wenn τ eine Translation ist und es eine natürliche Zahl k gibt derart, daß $\tau^k(B) = B$ ist. Eine Translation τ in einem ungerichteten Graphen G fixiert stets entweder ein oder zwei Enden, und es gibt τ-periodische zweiseitig unendliche Wege. Diese Wege werden durch τ in eines der fixierten Enden gewissermaßen hineingeschoben. Dieses Ende heißt *Richtung von* τ und wird kurz mit $\mathcal{D}_\tau$ bezeichnet. Fixiert τ zwei Enden, so ist das andere Ende, aus dem die τ-periodischen Bahnen gewissermaßen herausgezogen werden, gleich $\mathcal{D}_{\tau^{-1}}$. Weiter wird der zugrundeliegende ungerichtete Graph eines Digraphen D mit D^u bezeichnet. Ein ungerichteter Graph G heißt *Strip*, falls G zusammenhängend, lokalfinit und zweiendig ist sowie eine Translation zuläßt. Jeder Graph, der eine Translation zuläßt, enthält Strips als Teilgraphen. Ein Digraph D heißt *Strip*, falls D eine Translation zuläßt und D^u zusammenhängend und lokalfinit ist sowie genau zwei Enden hat. Schliesslich sei unter der *Dicke* $m_1(\mathcal{E})$ eines Endes $\mathcal{E}$ eines (Di)graphen die maximale Mächtigkeit eines Systems von paarweise eckendisjunkten 1-Wegen (1-Bahnen) verstanden, soweit diese existiert. Halin [4] hat gezeigt, daß $m_1(\mathcal{E})$ für Enden von ungerichteten Graphen stets existiert. Natürlich existiert diese Zahl stets für Enden (auch von gericheten Graphen), bei denen die Menge der Mächtigkeiten solcher Systeme von 1-Wegen (1-Bahnen) eine beschränkte Teilmenge der natürlichen Zahlen ist. Damit läßt sich im Anschluß an Halins zentrales Theorem 9 aus [5] für Digraphen anmerken:

Sei D ein Digraph und τ eine Translation von D so, daß die induzierte Translation τ^u von D^u genau zwei Enden von D^u fixiert, nämlich $\mathcal{E} := \mathcal{D}_{\tau^u}$ and $\mathcal{E}' := \mathcal{D}_{(\tau^u)^{-1}}$. Dann definieren die τ-periodischen 2-Bahnen in D in natürlicher Weise eine Bijektion zwischen den gerichteten Unterenden von $\mathcal{E}$ und den gerichteten Unterenden von $\mathcal{E}'$, und zwar so, daß die ω- bzw. ω^*-Enden in $\mathcal{E}$ auf die ω^*- bzw. ω-Enden in $\mathcal{E}'$ abgebildet werden, während z-Enden natürlich einfach auf z-Enden abgebildet werden. Außerdem vermittelt diese Bijektion einen natürlichen Isomorphismus der Endenordnungsstrukturen. Die Dicke der aufeinander abgebildeten Enden ist jeweils gleich und ist gleich der Maximalzahl von paarweise disjunkten 1-Teilbahnen der τ-periodischen Bahnen, die zu einem dieser beiden Enden gehören. Insbesondere ist also die Anzahl der ω-Subenden von $\mathcal{E}$ gleich der Anzahl der ω^*-Subenden von $\mathcal{E}'$ (und umgekehrt).

Ein Automorphismus φ eines Digraphen D heißt *unbeschränkt*, falls es zu jeder natürlichen Zahl n eine Ecke $v \in V(D)$ gibt mit $dist_{D^u}(v, \varphi(v)) > n$. φ ist genau dann ein unbeschränkter Automorphismus eines Strips D, wenn φ die beiden Enden von D^u vertauscht. Enthält also die Automorphismengruppe eines Strips einen unbeschränkten Automorphismus, so sind also auch die ω- und ω^*-Endensubstrukturen *desselben* Endes von D^u gleich.

Ein (Di)Graph D heißt *eckensymmetrisch* bzw. *kantensymmetrisch*, wenn die Automorphismengruppe von D transitiv auf der Eckenmenge $V(D)$ bzw. Kantenmenge $E(D)$ operiert. Watkins [11] hat eine vollständige Liste aller planaren, kantensymmetrischen, ungerichteten Strips erstellt. Es ergab sich, daß sich auch eine Liste aller eckensymmetrischen, planaren, ungerichteten Strips erstellen läßt. Ohne Probleme erhält man daraus entsprechende Listen von planaren, gerichteten, ecken- bzw. kantensymmetrischen Strips.

Als etwas außerhalb der bisherigen Thematik liegendes Nebenprodukt ergab sich die folgende Vermutung:

Vermutung: Ein eckensymmetrischer Strip D läßt stets eine Partition seiner Eckenmenge in kardinalitätsminimale und sich paarweise nicht kreuzende Separatoren der beiden Enden zu, wobei alle Separatoren zum selben G-Orbit bzgl. einer Untergruppe G der Automorphismengruppe von D gehören, die transitiv auf $V(D)$ operiert.

Zwei Separatoren S und T in D *kreuzen* sich, falls sowohl zwei verschiedene Komponenten von $D-S$ Ecken von T als auch zwei verschiedene Komponenten von $D-T$ Ecken von S enthalten.

Ich habe verschiedene Ergebnisse bzgl. dieser Vermutung. Das wichtigste ist das folgende:

Ist D ein eckensymmetrischer Strip, G eine Untergruppe von $Aut(D)$, die transitiv auf $V(D)$ operiert, sowie $\mathcal{O}$ ein G-Orbit von sich paarweise nicht kreuzenden, kardinalitätsminimalen Separatoren der beiden Enden von D, so enthält $\mathcal{O}$ eine Partition der Eckenmenge von D.

Alle bisher von mir gefundenen Beispiele genügen der Vermutung. Ist die

Vermutung richtig, so erhielte man dadurch eine wesentlich genauere Beschreibung der Struktur von eckensymmetrischen Strips als bisher.

Als weitere Literatur zum Thema Strips sei [8] empfohlen.

Vorhaben

Im laufenden Semester habe ich vor, mich weiterhin mit der Struktur eckensymmetrischer Strips zu beschäftigen. Des weiteren hoffe ich, einige ältere ungelöste Fragen im Lichte meiner neueren Forschungen erfolgreich in Angriff nehmen zu können.

Weiterhin beabsichtige ich, im Sommersemester meine Dissertation zu beenden und mehrere Preprints zu veröffentlichen. Geplant ist außerdem die Teilnahme an der 'Conference on Graph Theory' vom 6.-10. Mai 1996 in Elgersburg.

Aktivitäten

- Teilnahme am *Kolloquium über Kombinatorik* vom 17.-18. November 1995 an der Technischen Universität Braunschweig mit Vortrag *Some remarks on directed strips and translations of infinite digraphs*
- Teilnahme an einem *Kolloquium über Graphentheorie* an der TU Berlin
- Besuch der Vorlesung *Diskrete Strukturen und ihre Topologie* von Prof. Ziegler an der TU Berlin
- Teilnahme an der Vorlesung und dem Kolloquium des Graduiertenkollegs mit Kolloquiumsvortrag *Some remarks on directed strips and translations of infinite digraphs*

Literatur

[1] R. Diestel. The end structure of a graph: Recent results and open problems. *Disc.Math.* 100:313–327, 1992.

[2] H. Freudenthal. Über die Enden diskreter Räume und Gruppen. *Comm. Math.Helv.* 17:1–38, 1944

[3] R. Halin. Über unendliche Wege in Graphen. *Math.Ann.* 157:125–137, 1964.

[4] R. Halin. Die Maximalzahl fremder zweiseitig unendlicher Wege in Graphen. *Math. Nachr.* 44:119–127, 1970

[5] R. Halin. Automorphisms and Endomorphisms of Infinite, Locally Finite Graphs. *Hbg.Math.Abh.* 39:251–283, 1973.

[6] H. Hopf. Enden offener Räume und unendliche diskontinuierliche Gruppen. *Comm.Math.Helv.* 16:81–100, 1943/44

[7] H.A. Jung. Some results on ends and automorphisms of graphs. *Disc.Math.* 95:119–133, 1991.

[8] H.A. Jung and M.E. Watkins. Fragments and Automorphisms of Infinite Graphs. *Europ. J. Comb.* 5:149–162, 1984

[9] N. Polat. Topological aspects in infinite graphs. In G. Hahn et al., editors, *Cycles and Rays.* NATO ASI, C. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1990.

[10] M.E. Watkins. Infinite Paths That Contain Only Shortest Paths. *J.Comb. Th.* B 41:341–355, 1986.

[11] M.E. Watkins. Edge-transitive strips. *Disc. Math.* 95:359–372, 1991

[12] J. Zuther. Über die Verzweigungsstrukturen von unendlichen Digraphen. Diplomarbeit, Universität Hamburg, Juli 1993.